
FONDO PROVINCIA



HANDBUCH

DER

MECHANISCHEN WÄRMETHEORIE.



Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.



HANDBUCH

DER

MECHANISCHEN WÄRMETHEORIE.



NACH

É. VERDET'S THÉORIE MÉCANIQUE DE LA CHALEUR

BEARBEITET

VON

DR. RICHARD RÜHLMANN,
erstem Lehrer der Mathematik und Physik am Königlichen Gymnasium
zu Chemnitz.

MIT IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.



BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1873.


BIBLIOTECA PROVINCIALE
NAPOLI



VORREDE ZUR ERSTEN LIEFERUNG.

Seitdem man die mechanische Wärmetheorie mit so grossem Erfolge auf die Chemie, Astronomie, Physiologie angewendet hat, ist dieselbe nicht mehr bloss ein Theil der Physik. Das Studium dieser Disciplin ist daher nicht nur ein Bedürfniss für den Physiker, Mathematiker und Techniker, sondern alle, welche sich mit exacten Naturwissenschaften überhaupt beschäftigen, sind genöthigt, sich gründliche Kenntniss der diesem Wissenschaftszweige eigenthümlichen Gesetze und Methoden zu verschaffen.

Wir besitzen in Deutschland schon einige, zum Theil treffliche Werke, welche einzelne oder mehrere Capitel der mechanischen Wärmetheorie behandeln. Es fehlte unserer Literatur jedoch bisher an einer systematischen Darstellung dieses Gebietes, welche sowohl dem Studirenden der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Astronomie als Lehrbuch, als auch dem forschenden und lehrenden Fachmanne als Handbuch dienen konnte. Wir besassen kein Werk, welches es sich zur Aufgabe gestellt hatte, das gesammte Material der mechanischen Wärmetheorie, sowohl das experimentelle als das theoretische und speculative, nebst allen Anwendungen dieses gewaltigen Werkzeuges auf andere Naturwissenschaften zu umfassen.

Das Bedürfniss nach einem solchen Buche war in den verschiedensten Kreisen der Gelehrtenwelt fühlbar.

Dem Herausgeber schien das Verdet'sche Buch vorzugsweise geeignet, diesem Bedürfnisse Abhülfe zu verschaffen, und er entschloss sich daher, dasselbe dem deutschen Publicum zugänglich zu machen. Die Vorzüge Verdet's als physikalischer Schriftsteller sind ja auch in Deutschland allgemein anerkannt.

Die Théorie mécanique de la chaleur desselben bildet den 7. und 8. Band der von seinen Schülern gesammelten Werke. Dieselbe ist eine Bearbeitung der Vorlesungen, die er im Jahre 1864 und 1865 an der Sarbonne gehalten; die Herren Prudhon und Violle hatten die Herausgabe übernommen. Seit der Mitte des vorigen Jahrzehntes ist jedoch durch zahlreiche Untersuchungen auf diesem Gebiete viel neues Material zu dem damals vorhandenen hinzugefügt worden; neuere Lehrbücher haben uns mancherlei methodische Fortschritte gebracht. Eine einfache Uebersetzung des Verdet'schen Werkes würde dem derzeitigen Stande der Wissenschaft daher nicht entsprochen haben, deshalb entschloss sich der Herausgeber eine Bearbeitung vorzunehmen, welche, eine grössere Vollständigkeit anstrebend, die Vorzüge der Verdet'schen Arbeit möglichst beizubehalten suchte.

Die so überaus bedeutungsvollen Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie in der Maschinenlehre sind in diesem Handbuche nur andeutungsweise, nur insoweit berücksichtigt worden, als dieselben für den exacten Naturforscher auch von theoretischer Wichtigkeit sind. Es wird dies um so mehr gebilligt werden, als dieses Gebiet bereits in den Werken Zeuner's und Grashof's vortreffliche Darstellungen gefunden hat.

Was die Behandlung des Materials betrifft, so muss vorausgeschickt werden, dass in einem wissenschaftlichen Handbuche der mechanischen Wärmetheorie auf die Anwendung höherer Mathematik selbstverständlich nicht verzichtet werden konnte; doch hat sich der Herausgeber bemüht, die Darstellung so einzurichten, dass auch weniger Geübte den Entwickelungen zu folgen im Stande sind. Jeder Studirende, der mit Erfolg Differential- und Integralrechnung und Einleitung in die analytische Mechanik gehört hat, wird genügende mathematische Kenntnisse besitzen, um ohne Anstoss die Lectüre des Buches durchführen zu können. Auf physikalischem und chemischem Gebiete sind nur solche Kenntnisse vorausgesetzt, welche in einem Cursus der Experimentalphysik und der Experimentalchemie an allen Hochschulen meist in den beiden ersten Semestern erworben werden.

Die geistige Arbeit, welche das Studium des Buches beansprucht, ist auch noch dadurch möglichst vereinfacht, dass an solchen Stellen, an denen von früher entwickelten Sätzen oder Formeln Gebrauch gemacht wird, im Texte auf diese verwiesen ist.

Der systematischen Darstellung der mechanischen Wärmetheorie geht die wörtliche Uebersetzung zweier Vorlesungen voraus, welche

Verdet im Jahre 1862 in der Société chimique de Paris gehalten hat. Der Herausgeber glaubte dieselben dem deutschen Publicum nicht vorenthalten zu dürfen, da es in unserer Sprache nur wenige Arbeiten giebt, welche in durchaus allgemein verständlicher und doch wissenschaftlicher Weise die Hauptgedanken und Resultate der mechanischen Wärmetheorie auf wenigen Seiten in so vollendeter Weise zum Ausdruck bringen. In den wissenschaftlichen Anmerkungen, welche diesen Vorlesungen folgen, hat Verdet so viele anregende Gedanken niedergelegt, dass auch der Fachmann dieselben vielleicht nicht ohne Interesse lesen wird. Einige Zusätze und Abänderungen, welche der Herausgeber für nöthig hielt, sind durch ein beigefügtes R. kenntlich gemacht.

So entlassen wir denn die erste Lieferung des Werkes in die Oeffentlichkeit, in der Hoffnung, dass wir unseren Fachgenossen keine ganz unwillkommene Gabe bringen, in der Hoffnung, dass damit den strebenden Studenten der exacten Naturwissenschaften und der Mathematik ein neuer Pfad geöffnet sein möge, auf dem es ihnen möglich ist in die Tiefen eines der wichtigsten Gebiete der Physik einzudringen.

Es soll dafür gesorgt werden, dass die anderen drei Lieferungen der ersten bald folgen können. Im nächsten Hefte findet sich zunächst die Behandlung der Heissluftmaschine, welche den Uebergang zum zweiten Hauptsatze bildet. Dieses wichtige Naturgesetz wird mit thunlichster Strenge begründet und sein Zusammenhang mit Gesetzen der Mechanik nachgewiesen werden. Hierauf soll der zweite Hauptsatz auf das Studium der Zustandsänderungen flüssiger, fester und dampfförmiger Körper angewendet werden. Auch die Dampfmaschine wird hier eine kurze theoretische Besprechung finden. Den Schluss des ersten Bandes bilden Untersuchungen über die Aenderungen der inneren Energie und über die Auflösungs- und Absorptionserscheinungen. Die dritte Lieferung umfasst die gesammte Gastheorie und die zahlreichen Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie in der Elektricitätslehre. Das vierte Heft bildet den Schluss des Werkes und wird die Anwendungen auf Chemie, Thier- und Pflanzenphysiologie und Astronomie behandeln. Bei Besprechung der chemischen Consequenzen der mechanischen Wärmetheorie soll auch die Theorie der durch explosible Gasgemische getriebenen Kraftmaschinen und die Theorie der Feuerwaffen erörtert werden. Hierauf wird eine kritische Geschichte der Thermodynamik folgen, welche sich bemühen wird den begründeten Ansprüchen

aller Nationen, welche an der Entwickelung der mechanischen Wärmetheorie gearbeitet haben, gerecht zu werden. Eine möglichst vollständige, chronologisch geordnete Bibliographie soll das Ganze beenden.

Zum Schluss richten wir noch an alle Fachgenossen, welche Untersuchungen über Gebiete veröffentlicht haben, die mit der mechanischen Wärmetheorie in Beziehung stehen, die Bitte, dem Herausgeber diese Arbeiten gütigst mittheilen zu wollen, damit es möglich wird, den derzeitigen Stand der Wissenschaft recht vollständig darzustellen.

Zumal richte ich diese Bitte an solche Gelehrte, welche ihre Abhandlungen in Gelegenheitsschriften oder in Gesellschaftsschriften veröffentlicht haben, die in Deutschland wenig verbreitet sind.

Chemnitz, September 1873.

Richard Rühlmann.

INHALTSÜBERSICHT DER ERSTEN LIEFERUNG.

Zwei Vorlesungen É. Verdet's über mechanische Wärmetheorie.

Systematische Darstellung der mechanischen Wärmetheorie.

ERSTE VORLESUNG.

Inhaltsübersicht.

I. Gegenstand der Vorlesungen. — Gleichnng der Arbeit nnd der lebendigen Kraft. — Allgemeine Schlussfolgerungen: Gleichbeit der bewegenden nnd der Widerstandsarbeit bei Maschinen, die im Zustande gleichförmiger Bewegung angelangt sind; Unmöglichkeit eines Perpetnum mobile. — Anführung von Thatsachen, welche diesen Schlussfolgerungen zu widersprechen scheinen.

II. Von der Reibung. — Die Theorie, welche das Ueberwiegen der motorischen über die nützliche Arbeit durch die Arbeit der Reibnng erklärt, ist unhaltbar. — Reibnng erzeugt Wärme.

III. Anseinandersetzungen über strahlende Wärme. — Die Natnr der Wärme. — Wärme ist lebendige Kraft.

IV. Die durcb die Reibung entwickelte Wärme ist das Aeqnivalent des Ueberschusses der motorischen Arbeit über die nützliche Arbeit. — Versuche von Joule. — Erste Feststellnng des Begriffes: Mechanisches Aeqnivalent der Wärme.

V. Von der Dampfmaschine. — Die Arbeit der Molekularkräfte in diesen Maschinen ist Null. — Ursprung der bewegenden Kraft derselben: Zerstörung einer Wärmemenge, die der bervorgebrachten Arbeit äqnivalent ist. — Versuche von Hirn. — Nene Bestimmnng des mechanischen Aequivalentes der Wärme.

VI. Allgemeiner Beweis und Aufstellung des Grundsatzes von der Aeqnivalenz zwischen Wärme nnd mechanischer Arbeit oder lebendiger Kraft. — Dieses Princip macht eine vollständige Revision der Wissenschaft notbwendig. — Art und Tragweite dieser Revision.

VII. Untersuchung der Wirkung der Wärme auf die Körper. — Innere Arbeit, änssere Arbeit bei Aggregats- und Volumenänderungen. — Nene Theorie der latenten Wärme. — Man begeht einen Fehler, wenn man die latente Wärme mit der äusseren Arbeit oder mit einem unvollkommenen Ausdrucke der inneren Arbeit vergleicht. — Bei dem hentigen Stande der Wissenschaft entzieht sich die innere Arbeit jeder Bestimmung. — Hülfsmittel, welche dazn dienen diese Schwierigkeit zu umgeben nnd Gleichnngen zwiscben den mechanischen und den thermischen Eigenschaften der Körper aufzustellen.

VIII. Besondere Untersuchung der Gase. — Thatsachen, welche zn beweisen scheinen, dass der Einfluss der Molekülarattraction in diesen Körpern unmerklich ist. — Folgernngen: 1) Neue Theorie der Constitntion der Gase. 2) Bei Volumenänderungen findet keine innere Arbeit statt. — Experimentelle Bestätigung dieser Folgerungen dnrch Jonle. — Besprecbnng der Widersprücbe, welche zwischen den Versuchen Joule's und bekannten Eigenschaften der Gase zu bestehen scbeinen. — Verschiedene Formen dieser Versuche. — Ableitung der Formel,

welche das mechanische Aequivalent der Wärme durch die beiden specifischen Wärmen, den Ausdehnungscoefficienten und das Volumen der Gewichtseinheit eines Gases ausdrückt.

IX. Beschränkung auf vollkommene Gase. — In denjenigen Gasen, welche dem Mariotte'schen Gesetze nicht folgen, ist die innere Arbeit merklich, wenn auch sehr klein. — Versuche von Joule und W. Thomson. — Folgerungen hieraus.

Man nennt diejenige Wissenschaft mechanische Wärmetheorie oder auch Thermodynamik, welche die mechanischen Wirkungen der Wärme und die mechanischen Processe betrachtet, durch welche Wärme erzeugt wird. Diese Wissenschaft ist noch neu, denn es ist nicht viel mehr als vierzig Jahre[1] her, dass Sadi Carnot die ersten Aufgaben, welche zu lösen waren, bezeichnet hat, und kaum dreissig Jahre[1] sind verflossen, seitdem Julius Robert Mayer gezeigt hat, wo ihre Lösung zu suchen ist.

Nichtsdestoweniger ist diese Wissenschaft schon sehr entwickelt und hat Berührungspunkte mit fast allen anderen Wissenschaften gewonnen.

Die beiden Vorlesungen, die ich Ihnen auf Einladung Ihres Präsidenten halten will, gestatten mir höchstens Ihnen einen allgemeinen Ueberblick über ihre raschen Fortschritte zu geben.

Diese neue Wissenschaft beruht auf einigen fundamentalen Sätzen der Mechanik, auf die ich Sie bitte einen Augenblick Ihre Aufmerksamkeit zu lenken.

Allgemein bekannt ist das Gesetz, nach dem sich die Geschwindigkeit eines materiellen Punktes ändert, der durch eine constante Kraft bewegt wird; ferner ist bekannt, dass die in einer gegebenen Zeit erlangte Aenderung des Quadrats der Geschwindigkeit gleich ist dem doppelten Producte aus bewegender Kraft und dem in dieser Zeit durchlaufenen Wege, dividirt durch die Masse des bewegten Punktes.

Diese Aenderung der Geschwindigkeit ist eine Zunahme, wenn die bewegende Kraft in der Richtung wirkt, welche die ursprüngliche Geschwindigkeit besitzt, sie ist eine Abnahme, wenn das Gegentheil stattfindet.

Das Product aus Kraft und durchlaufenem Wege führt den Namen: „Arbeit der Kraft“; man hat sich geeinigt, diese als positiv oder als negativ anzusehen, je nachdem die Kraft eine bewegende oder eine widerstehende ist; d. h. je nachdem sie in der Richtung der Anfangsgeschwindigkeit oder dieser entgegengesetzt wirkt.

Man nennt das halbe Product aus Masse und Quadrat der Geschwindigkeit „lebendige Kraft“, und mit Hülfe dieser beiden Definitionen lässt sich der vorige Satz auch auf folgende Weise ausdrücken:

---

[1]) Verdet schrieb diese Vorlesung 1862.

Bei einer gleichmässig geänderten Bewegung eines Punktes ist die Arbeit während einer gegebenen Zeit gleich der Aenderung der lebendigen Kraft[1]).

Dieser Satz, der unmittelbar aus den Definitionen und aus dem Principe folgt, die Kräfte durch die Geschwindigkeiten zu messen, lässt sich ohne Schwierigkeiten verallgemeinern.

Man verlässt zuerst mit Hülfe der gewöhnlichen Methoden der Infinitesimalrechnung die Beschränkung auf constante Kräfte, die in die Einleitung lediglich der Klarheit der Definitionen halber eingeführt ist. Man lässt ferner die Beschränkung der Richtung dadurch fallen, dass man unter der Arbeit einer gegen die Bewegungsrichtung geneigten Kraft die Arbeit derjenigen Componente versteht, welche der Bewegung parallel ist. Endlich betrachtet man irgend welches System von Körpern und Kräften und man zeigt, dass in allen Fällen: Die Summe der in einer gegebenen Zeit geleisteten Arbeiten gleich ist der Aenderung der Summe der lebendigen Kräfte in dieser Zeit. Dies ist das Princip, welches unter dem Namen der Gleichung der Arbeit und lebendigen Kräfte bekannt ist; auf ihm beruht bekanntlich die gesammte Theorie der Maschinen.

Die Arbeitsgrössen werden in Zahlen ausgedrückt, und zwar dient die Arbeit als Einheit, welche durch ein Kilogramm geleistet wird, dessen Angriffspunkt unter der Wirkung der Schwere in der Richtung der Kraft einen Weg gleich einem Meter durchläuft[2]). Sagt man also, dass unter gegebenen Umständen die Arbeit eines Systems positiv und = 100 ist, so heisst das, dass man mit diesem System dieselbe mechanische Wirkung hervorbringen kann, die man durch den Fall eines Gewichtes von 100 Kilogrammen von einem Meter Höhe erzielen kann, oder was dasselbe ist, wenn man die Schwerkraft als constant ansieht, durch den Fall eines Gewichtes von 1 Kilogramm, welches von einer Höhe von 100 Metern herabfällt.

Umgekehrt ist eine negative Arbeit von 100 gleich der Arbeit eines Systemes, dessen mechanische Wirkung durch denselben Aufwand hervorgebracht werden kann, welcher nöthig ist, um ein Gewicht von 100 Kilogrammen auf die Höhe von einem Meter zu erheben, ohne dass dasselbe auf dieser Höhe mit einer merklichen Geschwindigkeit ankommt.

Es ist nicht die Absicht, hier zu erinnern, wie aus dieser Arbeitsgleichung die gesammte Theorie der Wirkungen der Maschinen hervorgeht; aber es ist nöthig, die Aufmerksamkeit auf zwei allgemeine Be-

[1]) In Frankreich und England ist es üblich das ganze Product aus Quadrat der Geschwindigkeit und Masse mit dem Namen „lebendige Kraft" zu bezeichnen. In der deutschen Bearbeitung sind auch die in Deutschland gebräuchlichen Definitionen eingeführt, d. h. es ist unter lebendiger Kraft durchgängig die Hälfte des Productes aus Masse und Quadrat der Geschwindigkeit zu verstehen. R.

[2]) Diese Einheit bezeichnet man gewöhnlich mit dem etwas barbarischen Namen Kilogrammeter. V.

dingungen zu lenken, welchen die Bewegung jeder Maschine genügen muss, und die sich aus dieser Gleichung ergeben.

Erstens, bei jeder Maschine, deren Bewegung eine gleichmässige geworden ist, oder im Allgemeinen in jedem Systeme, dessen Geschwindigkeiten unabhängig von der Zeit geworden sind, ist die Summe der lebendigen Kräfte unveränderlich, mithin in jeder Periode, die man betrachtet, die Summe der Arbeiten Null. Mit anderen Worten, die bewegende Arbeit ist unaufhörlich gleich der Arbeit des Widerstandes, jedoch von entgegengesetztem Vorzeichen. Sind die Geschwindigkeiten zwar nicht constant, dagegen aber periodisch veränderlich geworden, wie dies z. B. in einer Maschine mit hin- und hergehender Bewegung der Fall ist, so bleibt die Gleichheit zwischen der Arbeit der Bewegungskräfte und der Widerstandskräfte zwar nicht mehr für einen beliebigen Zeitraum bestehen, wohl aber für die Dauer einer vollen Periode, oder einer ganzen Anzahl solcher Perioden.

Sind ferner die Kräfte, die auf ein System wirken, einestheils die gegenseitigen Wirkungen, welche die einzelnen Punkte dieses Systems auf einander ausüben, sind dieselben also nach den Graden gerichtet, welche diese Punkte unter sich verbinden und nur von den Entfernungen derselben abhängig, wirken anderentheils nur Kräfte, die von festen Centren ausgehen und die denselben Bedingungen unterworfen sind, so ist die Summe der lebendigen Kräfte am Anfang und zu Ende eines Zeitraumes dieselbe, wenn die Körper des Systems sich in diesen beiden Momenten an derselben Stelle befinden; die Summe der Arbeiten der Kräfte während dieses Zeitraumes ist Null. Diesen Bedingungen wird aber in allen Fällen Genüge geleistet, die in der Natur überhaupt vorkommen.

Dieses Gesetz, welches auf den sichersten Vorstellungen ruht, die wir uns über die Art der Wirkung der Naturkräfte machen können, ist nichts Anderes als der Grundsatz von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile.

Dasselbe zeigt, dass es unmöglich ist durch irgend eine Combination von Naturkörpern eine Maschine zu bilden, deren Theile, nachdem sie einmal in Bewegung gesetzt und in irgend einer Stellung nur den gegenseitigen Wirkungen dieser Theile und der Wirkung der Schwere oder ähnlicher äusserer Kräfte überlassen sind, späterhin zu dieser Stellung mit grösseren Geschwindigkeiten gelangen, als die waren, die sie anfangs besessen haben.

Ein Perpetuum mobile suchen, heisst also eine Maschine suchen, welche, nachdem sie in Bewegung gesetzt worden, sich selbst überlassen, in gewissen Zeitperioden ihre ursprüngliche Geschwindigkeit wieder annähme, aber während diesen Perioden einem anfänglich in Ruhe befindlichem Körper eine endliche Geschwindigkeit ertheilte. Es ist klar, dass beide Arten der Unmöglichkeit vollkommen identisch sind [1]).

[1]) Siehe die Anmerkung [1]) am Ende dieser Vorlesungen.

Es scheint nicht leicht möglich, von diesem Gesetze ausgehend neue Entdeckungen zu machen. Die Theorie der einfachen Maschinen steht fest und die Kritiken der trügerischen Entdeckungen eines Perpetuum mobile sind heutzutage ohne Interesse. Dennoch ist aus einer neuen Anwendung dieser scheinbar abgenutzten Principien die ganze mechanische Wärmetheorie hervorgegangen.

Es wird für unsere Zwecke genügen auf folgende zwei Regeln zu achten: Erstens werden wir immer neben den unmittelbar sichtbaren Bewegungen der Maschinen auch jene mehr verborgenen Bewegungen betrachten, welche in den kleinsten Theilen der Körper stattfinden und die auf unsere Sinne durch Eindrücke wirken, die deren wahre Natur verhüllen. Ferner werden wir immer, wenn uns in den üblichen Theorien eine Kraft begegnet, deren Wirkungsweise mit den allgemeinen Gesetzen der Wirkung von Naturkräften nicht übereinstimmt, diese Kraft als eine mathematische Fiction verwerfen und uns bemühen ihr eigentliches Wesen, das sich uns verbirgt, zu ergründen.

Ohne diese beiden Maximen würde sich jede Theorie der Maschinen verwirren, jede Maschine in Bewegung würde uns als ein directer Widerspruch gegen das Gesetz von der Gleichheit der bewegenden Arbeit und der Widerstandsarbeit, oder als eine Lösung des Problemes vom Perpetuum mobile erscheinen. Das einzige Mittel, diesen Widersprüchen zu entgehen, wird darin liegen, über Natur und Wirkungsweise der Wärme Vorstellungen zuzulassen, deren Tragweite künftig den einfachen Kreis von Erscheinungen überschreiten wird, in welchen wir ihre erste Erklärung gefunden haben.

II.

Ich behaupte zunächst, dass es keine Maschine giebt, bei welcher, wenn dieselbe den Zustand ihrer gleichförmigen Bewegung erreicht hat, die Widerstandsarbeit gleich der motorischen (bewegenden) Arbeit ist. So paradox diese Behauptung auch scheinen mag, so drückt sie dennoch Nichts aus, was im Grunde nicht in jedem gewöhnlichen Lehrbuche der Mechanik enthalten wäre; es ist Nichts als die wahre Interpretation des steten Ueberwiegens der bewegenden Arbeit der Maschinen über die nützliche Arbeit derselben.

Betrachten wir zunächst eine hydraulische Maschine, welche dazu bestimmt ist, Wasser zu heben, d. h. eine Erscheinung hervorzubringen, welche mit dem Vorgange gleichartig ist, von dem seine Bewegung herrührt; dies vereinfacht die Vergleichung der beiden Arten von Arbeit. Von dieser Art war die alte Maschine von Marly, deren Ueberreste noch vor einigen Jahren in Thätigkeit waren. Ebenso gehört hierzu die berühmte Maschine, welche Reichenbach auf den Salinen von Berchtesgaden aufgestellt hat, und die von Juncker in den Gruben von

Huelgoat[1]). In eine Maschine dieser Art tritt in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Wassermenge ein, welche von einer bestimmten Höhe herabfällt und welche, wenn die Maschine vollkommen ist, mit derselben Geschwindigkeit entweicht, welche sie vor ihrem Herabstürzen besass. Das Product aus diesem Wassergewichte nnd der Fallhöhe stellt sichtlich die motorische Arbeit dar! In derselben Zeit wird durch die Thätigkeit der Maschine eine andere Wassermenge einem Reservoir entnommen, es kann dies der Strom des bewegenden Wassers selbst sein, und in ein höher gelegenes Reservoir gehoben. Diese negative Arbeit der Schwere, das Product des gehobenen Wassergewichtes mit der Niveaudifferenz beider Reservoire, ist das, was wir die nützliche Arbeit nennen.

Jedermann weiss, dass dies nnr ein Bruchtheil der motorischen Arbeit ist. In der Maschine von Marly war es kaum $^1/_{10}$, in den Maschinen von Huelgoat war es beinahe $^2/_3$, und dieses Verhältniss ist eine obere Grenze, welche fast nie überschritten worden ist.

Man erklärt diese allgemeine Thatsache gewöhnlich durch Betrachtung dessen, was man „passive Widerstände" nennt, d. h. durch die Annahme von Kräften, welche, indem sie der Bewegung der Maschine Hindernisse bereiten, eine negative Arbeit vollführen, welche genau gleich dem absolnten Werthe des Ueberschusses der motorischen Arbeit über die nützliche Arbeit ist. Untersnchen wir, welchen Werth diese Erklärung hat.

Es giebt einen Theil der passiven Widerstände, über den ich Ihnen durchaus keine Beobachtung mittheilen kann. Dahin gehört jede Mittheilnng von Bewegung, sei es an die umgebende Lnft, sei es an die Unterlagen der Maschine, welche die Theorie als unerschütterlich voraussetzt; es ist dies eine unnützliche Entwickelung lebendiger Kräfte, die einen bestimmten Bruchtheil der motorischen Arbeit zum Aequivalente hat. In der übergrossen Zahl der Fälle ist dies jedoch der geringste Theil der Arbeit der passiven Widerstände. Der weitaus grösste Theil muss fast immer derjenigen besondern Kraft zugeschrieben werden, die den Namen Reibnng führt, und diese Kraft war es besonders, anf welche ich Ihre Anfmerksamkeit zu lenken wünschte.

Was ist Reibung? Sie ist eine reine Widerstandskraft, unfähig die Maschine ans dem Znstande der Ruhe herauszubringen oder die Geschwindigkeit derselben zu vermehren; sie ist eine Kraft, welche immer strebt, wenn zwei mit verschiedener Geschwindigkeit begabte Oberflächen in Berührung sind, die Bewegung der schnelleren zn verlangsamen.

Sie ist keine elementare Arbeit, sondern die Resultante von Wirkungen, welche zwischen den Molekülen der reibenden Flächen stattfinden. Wir wissen fast Nichts von diesen Wirkungen, nur dass sie den allgemein gültigen Naturkräften Folge leisten, die wir vor Kurzem bei

[1]) Huelgoat ist ein Flecken im Arrondissement Châteaulin des Departement Finistère. R.

Besprechnng des Perpetuum mobile erwähnt haben. Wir brauchen aber auch gar nicht mehr zu wisson, um feststellen zu können, dass sie gar keine Arbeit leisten, und dass sio folglich über die Thatsache, nm deren Erklärung es sich handelt, keine Ansknnft geben können. Bei den gewöhnlichen Maschinen nutzen sich die reibenden Flächen ab, nnd die Schmiermittel, mit denen man diese überzieht, verändern sich; man könnte glauben, dass die Arbeit, welche diesen moleknlaren Aenderungen entspricht, genau äqnivalent dem Theile des Ueberschnsses der motorischen Arbeit über die nützliche Arbeit sei, den man der Reibung zuschreibt. Aber es ist leicht einznsehen, dass es eine Maschine geben könnte, deren reibende Oberflächen so gut bearbeitet wären und die aus so widerstandsfähigem Material angefertigt wäre, dass ihre Abnntznng selbst für längere Zeiten nnmerklich bliebe; es wäre nicht einmal schwierig dieselbe praktisch herzustellen. Betrachten wir aber in diesem Falle die Arbeit der Molekularkräfte, deren Resultante die Reibnng ist, während der Daner einer dieser Perioden, die zwischen zwei genau identischen Zuständen der Maschine liegen, so wird es einlenchtend sein, dass diese Arbeit genan Null sein muss, da zu Anfang und zn Ende der Periode die gegenseitige Lage der wirkenden Moleküle dieselbe sein mnss.

Wohin führt alsdann die übliche Erklärnng des Ueberwiegens der motorischen Arbeit über die nützliche? Können wir in derselben etwas anderes als lediglich eine rein mathematische Fiction sehen, die vielleicht als vorläufige Darstellung eines nnbekannten Vorganges nützlich ist, die aber als Ausdrnck der Wirklichkeit für jeden Verstand, welcher nicht die sichersten Begriffe der Wissenschaft verwerfen will, nnannehmbar ist? Dürfen wir nicht vermnthen, dass überall, wo es Reibung ohne Aenderung der Oberflächen giebt, irgend eine unbemerkte Aenderung stattfindet, die thatsächlich der Arbeit äqnivalent ist, welche die Reibung zu absorbiren scheint?

Für das Ange des reinen Mechanikers kann es scheinen, als ob sich keine ähnliche Aenderung vollzöge, der Physiker aber wird ohne Zweifel an eine bekannte Erscheinung denken, die schon die gewöhnliche Erfahrnng ergiebt und die man schon mehr als ein Mal versucht hat wissenschaftlichen Ermittelungen zu unterwerfen. Ich spreche von den Temperaturerhöhnngen, welche immer bei reibenden Oberflächen stattfindon nnd die nm so beträchtlicher sind, je mächtiger die Reibung ist, oder was auf dasselbe hinauslänft, je merklicher der unerklärte Verlnst an Arbeit ist.

Ohne mich dabei aufzuhalten Ihnen die Gesetze dieser Erscheinung anseinanderzusetzen, will ich Sie auf den wesentlichen Charakter derselben aufmerksam machen. Es ist dies eine Erwärmnng, der keine Abkühlnng eines anderen Theiles der Maschine entspricht. Es ist etwas wesentlich Anderes, als eine andere Vertheilnng von Wärme, welche vorher schon vorhanden war; es ist eine Entwickelnng oder, besser ausgedrückt, eine wirkliche Schöpfung von Wärme. Was liegt näher als

hierin das Aequivalent der Differenz zwischen der motorischen Arbeit und der nützlichen Arbeit zu erkennen, die wir uns zu erklären bemüht waren.

III.

Um den Werth dieser Vermuthung schätzen zu können, betrachten wir eine Art von Vorgängen, die von denen, welche bei Maschinen vorkommen, vollkommen verschieden sind: die Erscheinungen der strahlenden Wärme.

Erinneren wir uns der sämmtlichen Versuche, welche von Delaroche, Bérard, Melloni[1]) und anderen Physikern über das angestellt worden sind, was man sowohl im allgemeinen, als im wissenschaftlichen Sprachgebrauche „Wärmestrahlen“ nennt.

Diese Versuche sind vollkommen übereinstimmend mit denjenigen, durch welche die wahre Theorie des Lichtes hergestellt worden ist, und wenn wir über die Natur der Lichtstrahlen Schlüsse zulassen, welche heutzutage von Niemand mehr bestritten werden, so können wir in gleicher Weise in den Wärmestrahlen nichts Anderes sehen, als eine besondere schwingende Bewegung. Und selbst wenn wir uns strenger an die Erfahrung halten wollen, so müssen wir nach der Gesammtheit bekannter Thatsachen sagen: wird ein Körper von höherer Temperatur in eine Umgebung von Körpern gebracht, deren Temperatur niedriger als die seine ist, so entwickelt sich ein System schwingender Bewegungen, deren Fortpflanzung bestimmten Gesetzen unterworfen ist; auf diesen Schwingungen beruht die Erscheinung der Mittheilung der Wärme, und unter gewissen Umständen sind dieselben fähig auf unsere Augen zu wirken, indem sie gleichfalls Lichterscheinungen hervorbringen. Man hat keinen Grund die beiden Arten von Erscheinungen verschiedenen wirkenden Ursachen zuzuschreiben.

Diese fundamentale Uebereinstimmung von strahlender Wärme und Licht ist vor zwanzig Jahren[2]) von Melloni[3]) in seiner zu wenig bekannten Abhandlung: „Ueber die Identität von Strahlen aller Art“ ausgesprochen und nachgewiesen worden. Jedenfalls war sich Melloni bewusst, dass noch ein wichtiger Schritt zu thun war, um zu einer vollständigen Erklärung zu gelangen. Man konnte damals die Interferenz der Wärmestrahlen noch nicht experimentell herstellen; es war noch Niemandem gelungen, indem man Wärme zu Wärme brachte, Kälte zu erhalten, wie man, wenn Licht zu Licht gebracht wurde, unter passenden

[1]) In neuerer Zeit sind diesen Experimentatoren noch Knoblauch und Tyndall zuzufügen. R. — [2]) Die Vorlesungen Verdet's sind im Jahre 1862 geschrieben. R. — [3]) Gelesen in der Akademie zu Neapel am 2. Februar 1842 und in demselben Jahre in der Bibliothèque universelle de Genève erschienen. V.

Umständen Dunkelheit erhalten konnte. Fünf Jahre später lehrten Fizeau und Foucault[1]) in einer Abhandlung, die sie der Akademie vorlegten, die Versuche kennen, welche die Interferenz der Wärme so anschaulich wie die Interferenz des Lichtes machten.

Nach dieser wichtigen Veröffentlichung blieb nicht ein einziger wahrscheinlicher Grund übrig, um gegen eine Theorie zu opponiren, welche in den Wärmestrahlen nur ein System schwingender Bewegungen erblickt. Wir werden es als eine unbestrittene Thatsache betrachten, dass in der ganzen Umgebung eines Körpers, der auf eine höhere Temperatur gebracht ist, eine schwingende Bewegung durch die Wirkung dieser Temperaturerhöhung entsteht, in anderen Ausdrücken, dass sich in derselben eine bestimmte Menge lebendiger Kraft entwickelt. Während der auf eine höhere Temperatur erhitzte Körper, welcher als Wärmequelle dient, diese Entwickelung lebendiger Kraft veranlasst, kühlt er sich gleichzeitig ab.

Wenn umgekehrt eine schwingende Bewegung, die ein System von Wärmestrahlen bildet, sich dadurch abschwächt oder verschwindet, dass sie einen Körper trifft, welcher die Eigenthümlichkeit besitzt, die wir „absorbirende Kraft“ nennen, so erwärmt sich dieser Körper.

Der Abkühlung eines Körpers durch Strahlung entspricht also im umgebenden Raume die Entwickelung einer gewissen Menge lebendiger Kraft; der Erwärmung eines kalten Körpers, die aus einer Absorption strahlender Wärme hervorgeht, entspricht im Gegentheil das Verschwinden einer gewissen Menge lebendiger Kräfte. Also die Erwärmung und die Abkühlung sind immer Phänomene derselben Art, durch welche Ursache sie auch veranlasst sein mögen. Sie müssen in allen Fällen als äquivalent mit rein mechanischen Erscheinungen betrachtet werden. Die Erwärmung kann nur eine Gesammtheit derartiger Veränderungen sein, wie dieselben bei dem Verschwinden einer bestimmten Summe lebendiger Kräfte vor sich gehen, d. h. entweder eine Arbeitsleistung oder eine Entwickelung lebendiger Kräfte, oder eine Vereinigung dieser beiden Arten von Erscheinungen in bestimmtem Verhältnisse. Es ist äusserst leicht einzusehen, dass wirklich der Erwärmung mechanische Arbeit entspricht.

Durch Einwirkung der Wärme ändert sich das Volumen des Körpers, die Moleküle entfernen sich aus den Gleichgewichtslagen, in welchen ihre gegenseitigen Wirkungen sie festzuhalten streben, und diese gegenseitigen Wirkungen leisten eine negative Arbeit. In derselben Zeit vollzieht sich auch jene Aenderung der Eigenschaften des Körpers, die wir Temperaturänderung nennen, und es liegt nahe, darin die Wirkung der Aenderung der Summe der lebendigen Kräfte der kleinsten Theile des Körpers zu sehen.

---

[1]) Fizeau und Foucault, Comptes rendus, Bd. XXV, und Poggend. Annalen Bd. 72. R.

Es kommt ausserdem wenig daran an, ob man diese letzte Schlussfolgerung zulässt, oder ob man dieselbe verwirft; nichtsdestoweniger kann man doch für gewiss ansehen, dass die Erwärmung eines Körpers eine gewisse Arbeitsleistung und die Entwickelnng einer bestimmten Summe lebendiger Kräfte darstellt, oder, besser gesagt, selbst ist. Die Arbeit, um die es sich handelt, entsteht zwar aus moleknlaren Verschiebnngen, die sich der Beobachtung entziehen, und die nns lediglich dnrch die Aenderung der Gestalt und der äusseren Dimensionen des Körpers bekannt sind; anch ist uns die entwickelte lebendige Kraft beinahe ebenso unmerklich, sie gehört weder zu Bewegungen des Körpers als Ganzes, noch auch zu direct wahrnehmbaren Schwingungen der Bestandtheile desselben, deren Folge z. B. Tonerscheinnngen sind; sie liegt aller Wahrscheinlichkeit nach in Schwingungen der letzten Elemente der wägbaren oder unwägbaren Materie, welche unsere Sinne nicht mehr zu unterscheiden im Stande sind. Vom Standpunkte der Mechanik aus haben aber diese Eigenthümlichkeiten keine Wichtigkeit, nnd sie können nns nicht hindern, in der Erwärmung eines Körpers ebenso deutlich das Aequivalent einer mechanischen Arbeit zu erkennen, als in der Hebnng eines Gewichtes oder dem in Bewegung setzen eines Geschosses.

IV.

Kehren wir nun, nachdem wir in den Besitz dieses neuen Principes gelangt sind, zn den Maschinen zurück, die wir vorher betrachtet haben, so wird nun die Frage, die wir uns dort gestellt hatten, ihre nnmittelbare Lösnng finden. Die Wärme, die an denjenigen Punkten entwickelt wird, an welchen Reibung stattfindet, ist ein mechanisches Phänomen, eine Verbindung von mechanischer Arbeit und lebendigen Kräften in einem Verhältniss, das wir nicht näher zn bestimmen branchen. Es ist klar, dass diese Wärme der Differenz äquivalent sein kann, welche zwischen der motorischen und nützlichen Arbeit besteht, um deren Erklärung es sich handelt. Ich sage, dass sie äquivalent sein kann, nnd Sie werden hinznfügen, dass sie es sein muss. Die Arbeitsgleichung mnss nothwendiger Weise in jedem Angenblicke erfüllt sein, nur dürfen wir nns nicht auf diejenigen lebendigen Kräfte oder sichtbaren Arbeiten beschränken, welche man gewöhnlich allein betrachtet hat, sondern wir müssen anch die lebendigen Kräfte und die Arbeiten berücksichtigen, die nns nnter der Gestalt von Wärme bemerklich werden. Wenn man diese Glieder der Arbeitsgleichnng vernachlässigt, so scheint das fundamentale Theorem der angewandten Mechanik fehlerhaft zn sein, ihre Einführung dagegen scheint vollkommen zu genügen, nm alle Schwierigkeiten zu lösen.

Nachdem wir an diesem Punkte angelangt sind, können wir die Genauigkeit unserer Schlussfolgerung der Prüfung durch das Experiment unterwerfen. Wir können untersuchen, ob es wirklich wahr sei, dass die durch die Reibung in den Maschinen entbundene Wärme genau äquivalent der unerklärten Differenz zwischen der nützlichen und motorischen Arbeit sei. Wenn es auch unmöglich ist diese Wärmemenge in dem Zustande von lebendiger Kraft oder Arbeit zu messen, in welchem man sie zum Beispiel mit der Arbeit der Schwere auf einen Körper vom Gewichte eines Kilogrammes vergleicht, der von der Höhe eines Meters herabfällt, so können wir sie doch mit einer anderen Wärmemenge vergleichen, die mit Strenge definirt ist und zur Einheit genommen wird.

Als Resultat eines solchen Verfahrens wird sich eine in diesen Einheiten ausgedrückte Wärmemenge ergeben, dieselbe wird zwar nicht unmittelbar selbst ein Ausdruck der Differenz zwischen motorischer und nützlicher Arbeit sein, sondern diese Wärmemenge wird nur einem Ausdrucke gleich sein, den man erhält, wenn man diese Differenz durch das Verhältniss der Wärmeeinheit zur Arbeitseinheit dividirt. Die Anzahl der Wärmeeinheiten, welche in irgend einer Maschine durch die Reibung entwickelt wird, muss folglich in einem constanten Verhältnisse zu der Arbeitsmenge stehen, die man für gewöhnlich als durch die Reibung absorbirt annimmt. Dieses constante Verhältniss wird also den mechanischen Werth derjenigen Wärmeerscheinungen bestimmen, welche eine Wärmeeinheit definiren.

Der Versuch ist angestellt worden.

Der Physiker, der durch seine Arbeiten vielleicht das Meiste zur Schöpfung der mechanischen Wärmetheorie beigetragen hat, es ist dies Joule, hat Reibungen verschiedenster Art durch eine Methode untersucht, die ihm gestattete die Mengen der entwickelten Wärme und der verbrauchten Arbeit zu messen. Ein sehr einfacher Mechanismus, der durch den Fall eines Gewichtes in Bewegung gesetzt wurde, drehte ein kleines Schaufelrad im Innern einer Wasser- oder Quecksilbermasse, welche durch feste Hindernisse in ihren Bewegungen gestört wurde. Die Reibung der Flüssigkeit sowohl an sich selbst, als an den festen Hindernissen und beweglichen Schaufeln entwickelte eine Wärmemenge, die man leicht aus den Temperaturerhöhungen der verschiedenen Theile des Apparates ermitteln konnte. Die Arbeit, welche aufgewendet wurde, um die Bewegung zu unterhalten, war durch den Fall eines bewegenden Gewichtes gegeben; wenn man den Correctionen Rechnung trug, die durch die Reibung derjenigen beweglichen Theile der Maschine nöthig wurden, die sich ausserhalb der calorimetrischen Vorrichtungen befanden, so erhielt man dann unmittelbar das Verhältniss der mechanischen Arbeit, die aufgewendet worden war, um die gemessene Wärmemenge zu entbinden, zu dieser Wärmemenge selbst. Die Versuche über das Wasser haben gezeigt, dass jede entwickelte Wärmeeinheit einem Aufwande von 424 Arbeitseinheiten entspricht. Die Versuche mit Quecksilber haben

425 ergeben, was der Zahl 424 sehr nahe steht. Joule führte ferner noch eine dritte Bestimmung aus, indem er für das Schaufelrad einen Eisenring setzte, der sich auf einer eisernen Scheibe in einem Gefässe mit Wasser rieb, und diese Versuche führten ihn auf die Zahl 426.

Sie werden ohne Zweifel erstaunt sein über die Uebereinstimmung dieser drei Zahlen. Wenn ich hinzufüge, dass jede das Mittel einer grossen Zahl unter sich wenig von einander differirender Bestimmungen ist, so werden Sie zugeben, dass man in dieser noch heute classischen Arbeit Joule's den experimentellen Beweis der Genauigkeit unseres neuen Principes erkennen kann. Sie werden zugestehen, dass das arithmetische Mittel der drei Bestimmungen, d. h. die Zahl 425, mit ziemlicher Zuverlässigkeit die Arbeitsmenge darstellt, welche, wenn sie zerstört wird, eine Wärmemenge liefert, welche gleich derjenigen ist, welche die Physiker eine Wärmeeinheit nennen. Halten wir einen Augenblick inne, um die Bedeutung dieser Zahl zu betrachten. Sie drückt aus, dass man vom mechanischen Standpunkte aus zwei äquivalente Wirkungen hervorbringt, wenn man eine Wärmemenge erzeugt, die nöthig ist, um ein Kilogramm Wasser von Null auf einen Grad zu erwärmen, oder wenn man ein Gewicht von 425 Kilogrammen einen Meter hoch erhebt. In anderen Worten, in jeder Anwendung der Arbeitsgleichung, in der man der lebendigen Kraft der Wärme und gleichzeitig der äusserlich merklichen lebendigen Kraft Rechnung zu tragen hat, muss man für jede entbundene Wärmeeinheit 425 Einheiten der Summe der negativen Arbeit oder dem Wachsthum der Summe der lebendigen Kräfte hinzufügen. Diese Beziehung ist übrigens nicht an den speciellen Fall gebunden, in welchem die Wärme durch Reibung entbunden wird. Es folgt aus den Principien, deren Allgemeingültigkeit ich Ihnen auseinandergesetzt habe, dass die Zahl 425 in jedem Falle als das mechanische Aequivalent der Wärme angesehen werden kann. Mit diesem Ausdruck wird diese Zahl 425 immer bezeichnet.

Wenn es auf unserem jetzigen Standpunkte verfrüht erscheinen mag, von diesem Ausdrucke in einem absoluten Sinne Gebrauch zu machen, so werden künftig alle Einwürfe beseitigt und das Princip der Aequivalenz der mechanischen Arbeit und der Wärme wird ausser allen Zweifel gesetzt werden; denn wenn man alle unvermeidlichen Fehler berücksichtigt und in Rechnung zieht, die auch den sorgfältigen Versuchen anhängen, so ergeben alle Versuche, die zur Bestätigung dieses Principes angestellt worden sind, bei den verschiedenartigsten Erscheinungen denselben mechanischen Werth für die Wärmeeinheit.

V.

Wir könnten eine erste Bestätigung der Versuche Joule's in den Untersuchungen Favre's über die Reibung von Stahl auf Stahl finden, aber ich will für einen Augenblick Bestätigungen dieser Art bei Seite lassen, um Ihnen zu zeigen, dass zwischen der gewöhnlichen Theorie der Maschinen und den allgemeinen mechanischen Gesetzen noch ein anderer Widerspruch zu bestehen scheint, der in gewissem Sinne dem vorigen gegenübersteht, und der nur verschwindet, wenn man die Principien annimmt, die ich Ihnen soeben auseinander zu setzen suchte. Ich werde leicht zeigen können, dass, wenn man von den vorher entwickelten Ideen abgeht, jede Maschine, welche durch Wärme bewegt wird, als ein Perpetuum mobile angesehen werden kann, welches ohne Aufhören in den umgebenden Körpern lebendige Kraft erschafft, ohne dass sich in seinem Innern eine Aenderung vollzieht, ohne dass es in Wirklichkeit eine positive Arbeit motorischer Kräfte giebt, die den entwickelten lebendigen Kräften äquivalent wäre.

Ich werde als Beispiel die wichtigste und bekannteste Maschine unserer Industrie wählen, die Dampfmaschine. Betrachten Sie mit mir eine Maschine, die im Zustand ihrer normalen Thätigkeit angekommen ist, und um Ihre Gedanken an ein bestimmtes Beispiel zu fesseln, denken Sie an eine Maschine mit Condensator. Was findet hier während eines Hin- und Herganges des Kolbens statt? Eine gewisse Menge Wasser von niedriger Temperatur wird durch die Speisepumpe in den Kessel gebracht, hier wird dasselbe erhitzt und in gesättigten Dampf von einer Temperatur über 100° verwandelt; dieses Wasser begiebt sich in seinem neuen Zustande in den Cylinder, hebt den Kolben, dehnt sich aus und kehrt endlich in den Condensator zurück, um hier seinen ursprünglichen Zustand, nämlich den von Wasser von niedriger Temperatur, wieder anzunehmen. Es befindet sich mithin am Ende dieser Reihe von Verwandlungen in der Maschine alles in demselben Zustande wie zu Anfang. Es haben nicht nur alle Theile des Mechanismus dieselben relativen Stellungen, sondern auch das treibende Agens ist genau in seinen Anfangszustand zurückgekommen. Die Wassermenge, welche in den Condensator eingespritzt werden musste, um die Rückkehr des Dampfes in den flüssigen Zustand herbeizuführen, darf keine Täuschung veranlassen; es ist dies lediglich ein Abkühlungsmittel, welches durch andere ersetzt werden kann, ohne dass der Gang der Maschine geändert würde. Man könnte z. B. den Condensator auf eine Kühlschlange zurückführen, die fortwährend durch einen Strom kalten Wassers von aussen abgekühlt würde, und welche nur die Menge Wasser enthielte, die von einem Kolbenzuge der Maschine verbraucht würde. In diesem Falle wäre es unmittelbar ersichtlich, dass am Anfang und am Ende einer derjenigen

Perioden, in welche die Thätigkeit der Maschine zerfällt, sowohl der Zustand des flüssigen Motors als der des Mechanismus genau derselbe wäre, und Sie würden unmittelbar daraus schliessen, dass die Summe der Arbeiten der Kräfte, die in der Zwischenzeit im Inneren der Maschine gewirkt haben, Null sein müsse. Diese Trennung der bewegenden und abkühlenden Flüssigkeit ist bei denjenigen Maschinen, die mit Aether oder Chloroformdampf getrieben werden, thatsächlich durchgeführt, sie würde dem Principe nach bei Wasserdampfmaschinen ebenfalls zulässig sein. Die motorische Arbeit des Dampfes, wie man dieselbe gewöhnlich berechnet, ist, ähnlich wie die Reibungsarbeit, nur ein empirischer und vorläufiger Ausdruck für eine nur unvollkommen bekannte Thatsache. In Wirklichkeit ist die Arbeit der Elementarkräfte, d. h. die Arbeit der gegenseitigen Wirkungen, welche die Moleküle der Flüssigkeit, des Dampfes und der festen Theile der Maschine auf einander ausüben, gleich Null. Während dessen giebt die Maschine fortwährend lebendige Kraft an äussere Körper ab, hebt Gewichte, formt Metalle, kurz sie arbeitet. Das Perpetuum mobile scheint verwirklicht. Der äusseren Arbeit der Maschine scheint im Inneren derselben weder eine äquivalente Arbeit, noch ein Verschwinden lebendiger Kräfte zu entsprechen.

So verhält es sich wenigstens so lange, als wir in der Dampfmaschine nichts als die rein mechanischen Vorgänge betrachten, so lange als wir nicht nach anderen lebendigen Kräften suchen, als nach denjenigen, welche die sichtbaren Theile der Maschine besitzen. Die Schwierigkeit verschwindet jedoch, sobald als wir auf die lebendigen Kräfte der Wärme achten. Durch die Thätigkeit der Maschine entnimmt der Dampf durch seine Bildung bei jedem Kolbenzuge dem Dampfkessel Wärme, er überträgt dagegen Wärme in den Condensator, in welchem er flüssig wird. Sind diese beiden Wärmemengen einander gleich, so bleibt der Gegensatz, den wir verschwinden lassen möchten, in voller Kraft bestehen; sind dieselben dagegen ungleich, ist die Wärmemenge, die der Condensator empfängt, kleiner als die Wärmemenge, welche der Kessel abgiebt, so ist die Schwierigkeit gelöst. Das Verschwinden einer bestimmten Wärmemenge bei den auf einander folgenden Veränderungen entspricht in der That nach den neuen Grundsätzen dem Vernichtetwerden einer bestimmten Menge lebendiger Kraft.

In derselben Zeit, in welcher ausserhalb der Maschine eine Arbeit von derselben geleistet wird, oder eine Entwickelung lebendiger Kräfte stattfindet, verschwindet im Inneren eine äquivalente Menge lebendiger Kraft, und den allgemeinen Gesetzen der Mechanik wird Genüge geleistet.

Um diese Auseinandersetzung zu rechtfertigen, bedarf es experimenteller Beweise. Man muss dazu sowohl einestheils die Arbeit der Maschine messen, als anderentheils den Wärmeverlust, deren Sitz sie ist, und wenn unsere Betrachtungen richtig sind, so muss zwischen diesen beiden Grössen ein bestimmtes Verhältniss bestehen.

Die Nothwendigkeit des Bestehens eines solchen constanten Ver-

hältnisses wird Ihnen einleuchtend sein, ohne dass ich die Details der Betrachtungen wiederhole, durch welche ich bei Erörterung der Reibung eine analoge Schlussfolgerung hergestellt habe.

Für jede Wärmeeinheit, welche in der Maschine verschwindet, müssten ausserhalb derselben 425 mechanische Arbeitseinheiten geliefert werden, oder es muss sich eine gleiche Menge lebendiger Kraft entwickeln.

Der Versuch ist schwierig, und in ganz anderer Weise schwierig, als es die Versuche Joule's über die Reibung waren. Er ist indessen unter gleich guten Umständen geliefert worden, und ohne auf alle Einzelheiten dieses Gegenstandes einzugehen, will ich anschaulich zu machen suchen, aus welchen Operationen er zusammengesetzt werden musste. In einer Maschine, welche in dem Stadium ihrer gleichförmigen und normalen Thätigkeit angekommen war, wurde die Dampfmenge gemessen, die durch eine bestimmte Anzahl Kolbenstösse consumirt wurde; der physikalische Zustand, in welchem dieser Dampf aus dem Kessel in den Cylinder gelangte, wurde genau bestimmt, indem man Temperatur und Druck des Dampfes genau maass; auch suchte man solche Verhältnisse herzustellen, dass er in dem Cylinder anlangte, ohne mit einer erheblichen Menge mechanisch mit fortgerissener Flüssigkeitströpfchen beladen und ohne über seinen Sättigungsgrad erhitzt zu sein. Diese gegebenen Grössen gestatten in Verbindung mit der Kenntniss der gesammten Verdampfungswärme, die aus den Untersuchungen Regnault's bekannt sind, mit Sicherheit die Wärmemenge zu berechnen, welche in einer bestimmten Zeit verbraucht wird, um das aus dem Condensator geschöpfte Wasser in Dampf zu verwandeln [1]).

Anderentheils kann man ohne grosse Schwierigkeit die Wärmemenge bestimmen, welche in derselben Zeit in den Condensator übergeführt wird. Es genügt hier die Menge kalten Wassers zu bestimmen, die man zuführen muss, um in diesem Theile der Maschine die Temperatur trotz des unaufhörlichen Eintrittes von Dampf constant zu erhalten. Es muss also ferner die Temperatur des Condensators und diejenige des Reservoirs beobachtet werden, aus dem das Abkühlungswasser geschöpft wird [2]).

1) Es sei T die Verdampfungswärme. Wenn das Wasser, welches verdampft werden soll, mit der Temperatur Null in den Kessel eingeführt würde, so erfordert die Bildung jeder Gewichtseinheit Dampf nach Regnault's Bestimmungen den Aufwand von

$$606,5 + 0,305\ T$$

Wärmeeinheiten. Das Wasser wird aus einem Condensator bei der Temperatur t genommen, es wird daher der Aufwand um die Wärmemenge vermindert, welche nothwendig ist, um die Gewichtseinheit Wasser von 0^0 auf t^0 zu erwärmen; das sind t Wärmeeinheiten, wenn man die specifische Wärme des Wassers als constant und gleich 1 annimmt. Diese Annahme ist zwischen den Temperaturgrenzen, welche der Condensator nie überschreitet, ziemlich streng richtig. V.

2) Wir bezeichnen mit t die Temperatur des Condensators, mit Θ die Temperatur und mit p das Gewicht des in einer gegebenen Zeit eingespritzten Wassers. Die durch die Condensation des Dampfes frei werdende und die vom eingespritzten Wasser aufgenommene Wärmemenge müssen einander gleich sein, mithin ist diese Wärmemenge gleich derjenigen, welche nöthig ist, um p Gewichtseinheiten Wasser von Θ^0 auf t^0 zu erhitzen, sie ist also gleich: $p\ (t - \Theta)$. V.

Der calorimetrische Theil der Versuche wurde damit geschlossen, dass man beiden Messungsreihen die Wärmeverluste zufügte, die vom Zusammenwirken von Strahlung, Berührung mit der Luft und von der Leitung herrührten. Der mechanische Theil war der schwierigste. Um die geleistete Totalarbeit der Maschine zu messen, musste man sich hüten die Maschine mit einem Prony'schen [1]) Zaum zu bremsen und die gewöhnlichen Bestimmungen vorzunehmen, zu denen dieser Apparat dient. Man würde sonst nur die nützliche Arbeit bestimmt haben, welche die Maschine zu produciren im Stande ist, und man hätte die von den Widerständen absorbirte Arbeit hinzufügen müssen, deren genaue Bestimmung fast unmöglich ist. Es musste ein ganz anderer Weg eingeschlagen werden. Es ist versucht worden den Druck des Dampfes auf die Kolbenbasis in jedem Augenblick des Kolbenhubes zu bestimmen und mit Hülfe der gebräuchlichen Approximationsrechnungen die totale Arbeit zu berechnen, die in der Maschine disponibel sein würde, wenn die passiven Widerstände unterdrückt werden könnten [2]).

Die Nothwendigkeit successive Werthe eines Druckes zu bestimmen, der sich ungemein rasch ändert, gestattet nicht die gewöhnlichen manometrischen Apparate zu benutzen, mit denen sich die elastische Kraft eines Dampfes mit fast absoluter Genauigkeit messen lässt. Man bedient sich dazu eines Watt'schen Indicators, der vorher nach einem Quecksilbermanometer graduirt worden war. Trotz der Ungenauigkeiten, an denen dieses kleine Instrument leidet, das von seinem Erfinder für praktische Bedürfnisse und nicht für Zwecke der reinen Wissenschaft construirt worden ist, so haben die erhaltenen Zahlen auf die unzweideutigste Weise auf die Frage geantwortet, die man sich gestellt hatte [3]).

Die Ausführung der grossen und mühsamen Arbeit, deren Gang ich Ihnen auseinandergesetzt habe, verdankt man dem Civilingenieur Hirn in Colmar, welcher sich der Hülfsmittel einer grossen Spinnerei

---

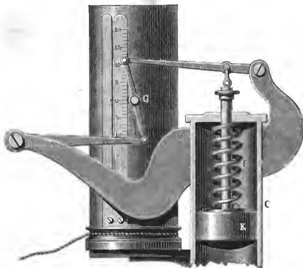
[1]) Man sehe über den Prony'schen Zaum: Prony, Ann. de phys. et de chim. Bd. 19 (1821), S. 165, und Ann. des mines Bd. 8 (1823), S. 189, oder Moritz Rühlmann, Allgem. Maschinenlehre Bd. 1, S. 185. R.

[2]) Der Idee nach substituirt man in jedem Augenblicke für den thatsächlichen Druck des Dampfes auf den Kolben mittelst einer Rolle die bewegende Wirkung eines ohne Reibung niedersinkenden Gewichtes, so dass Bewegung und Kraft der Maschine nicht geändert werden. Die Arbeit, welche von dem Fall des Gewichtes herrührt, ist diejenige, die man motorische Arbeit der Maschine nennt, sie ist genau der Werth, den man aus den im Texte angegebenen Messungen herleiten kann. In Wirklichkeit findet eine vollständige Compensation zwischen der positiven und negativen Arbeit der Kräfte in der Maschine statt; das Aufsteigen des Kolbens ist eine sich gleichbleibende Wirkung, und der unbekannte Mechanismus, in Folge dessen dieses Aufsteigen statt hat, entspricht seiner Wirkung nach der Thätigkeit einer Kraft von angebbarer Grösse. Man kann daher ohne Widerspruch fortfahren von der Arbeit des Dampfes in einer Maschine zu sprechen. Man wird ferner weiterhin sehen, dass der Dampf höchst wahrscheinlich durch die Mittheilung eines Theiles der lebendigen Kraft seiner Moleküle den Kolben hebt. Man sehe die Anmerkung [11]) am Ende dieser Vorlesungen. V.

[3]) Bekanntlich besteht der Watt'sche Indicator (siehe Fig 1) aus einem kleinen metallischen Cylinder C, in dessen Innerem sich ein kleiner Kolben K bewegt, der am Ende einer Feder F befestigt ist. Der Raum unter dem Kolben wird mit dem Inneren

zur Lösung einer abstract wissenschaftlichen Frage zu bedienen wusste. Nicht mit einer Miniaturmaschine einer wissenschaftlichen Sammlung oder in dem Raume eines Laboratoriums, sondern an Maschinen von 100 und 200 Pferdekräften und in den Arbeitssälen der Industrie sind alle Messungen angestellt worden. Diese Umstände sind nach zwei Seiten hin besonders günstig, denn einestheils beseitigen sie von vornherein alle Ausstellungen, welche die Praktiker gegen das zu erheben lieben, was sie Cabinetsversuche nennen, anderentheils, und dieser Vorzug ist noch

Fig. 1.



wesentlicher, ist zufolge der grossen Dimensionen der Apparate und der langen Dauer der Experimente der Einfluss jener tausend zufälligen Störungen, welche stets bei neuen Versuchen auftreten, dadurch abgeschwächt worden, dass sich dieselben sehr oft wiederholten und sich dadurch, dass sie mit gleicher Wahrscheinlichkeit bald in dem einen, bald in dem anderen Sinne auf die Resultate einwirken, compensirt haben.

Richtig interpretirt liefern die Versuche Hirn's die Resultate, welche Sie ohne Zweifel erwarten. Sie zeigen, dass der Dampf wirklich weniger

---

des Cylinders einer Dampfmaschine in Verbindung gesetzt. Je nachdem der Druck höher oder niedriger als der Atmosphärendruck ist, hebt sich der Kolben oder fällt. Ein Stift *G*, der an der Kolbenbewegung Theil nimmt, zieht auf einem Papierstreif, der von einem Uhrwerk vorübergeführt wird, eine stetige Curve. Wäre der Kolben des Indicators ohne Reibung beweglich, so würde die Fläche der so gezogenen Curve, von der geraden Linie aus gezählt, die der Stift zeichnet, wenn der Druck im Inneren gleich einer Atmosphäre ist, proportional dem Ueberschusse der elastischen Kraft des Dampfes über den Atmosphärendruck sein, und die totale disponible Arbeit würde durch eine einfache Quadratur gegeben sein. Man sieht aber leicht ein, dass es unmöglich ist, den Einfluss der Reibung durch eine beliebige empirische Graduirung zu corrigiren.

Wärme in den Condensator überträgt, als er dem Kessel entnimmt, und dass die im Inneren der Maschine consumirte Wärmemenge proportional der wirklichen Arbeit des Dampfes ist. Das Verhältniss dieser beiden Quantitäten liefert eine neue Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme, die sich den vorhergenannten Bestimmungen Joule's und Favre's nähert. Wenn auch thatsächlich die einzelnen Resultate, die man aus den Hirn'schen Versuchen ziehen kann, in ziemlich weiten Grenzen schwanken, so ist ihr Mittelwerth, die Zahl 413 genau gleich der Zahl, die Favre bei seinen Versuchen über die Reibung des Stahles gefunden hat, und wenig verschieden von denen, die Joule gegeben hat. Ich muss eingestehen, dass Hirn ganz andere Schlüsse aus seinen Versuchen gezogen hat, aber ich glaube, Sie werden kaum geneigt sein, seine Theorie correct zu finden. Er vergleicht nämlich den Wärmeverbrauch seiner Maschine nicht mit der ganzen Arbeit des Dampfes, sondern mit dem Bruchtheile der Arbeit, welche der Expansion desselben entspricht. Sie werden mir jedenfalls beistimmen, dass das Zulassen einer solchen Unterscheidung der beiden Theile der Arbeit der Maschine gleichbedeutend mit der Annahme ist, dass in der der Expansion vorausgehenden Periode, in welcher die Maschine mit vollem Dampfe arbeitet, ihre Arbeit aus Nichts geschaffen sei, und die gerechte Hochschätzung, die ich Ihnen für die Verdienste des geschickten und gewissenhaften Experimentators einzuflössen wünschte, wird Sie nicht hindern die Irrthümer seiner Schlussfolgerungen anzuerkennen. (Man sehe die Anmerkungen 2) und 3) am Schlusse dieser Vorlesungen.) [1]).

VI.

Ich hoffe, Sie werden nun mit Vertrauen den Verallgemeinerungen folgen, die ich Ihnen jetzt vorlegen will. Wir sind jetzt thatsächlich auf zwei entgegengesetzten Wegen zu denselben Resultaten gekommen. Das Studium zweier Erscheinungen von so sehr verschiedener Art hat uns gezeigt, dass, sobald alle Wärme in mechanische Arbeit verwandelt wird, in beiden Fällen ein und dasselbe numerische Verhältniss die eine Umwandlung mit der anderen verbindet. Ich könnte, ohne gegen die Regeln der experimentellen Methode zu sündigen, von Ihnen verlangen, hierin eine ganz allgemeine Beziehung anzuerkennen, indem ich Ihnen ins Gedächtniss zurückrufe, dass die grössten wissenschaftlichen Entdeckungen meistentheils nicht das Resultat einer grösseren Anzahl von Versuchen oder besser übereinstimmender Beweisführungen gewesen sind. Aber ich möchte auch jeden Schein eines Zweifels entfernen, und Ihnen zeigen, dass es unmöglich ist, dass zwei verschiedene Versuchsreihen für

---

[1]) Man beachte aber auch das Postscriptum Verdet's, in welchem darauf aufmerksam gemacht wird, dass Hirn in späteren Arbeiten seinen Irrthum anerkannt und seine Versuche richtig interpretirt hat. R.

den Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes thatsächlich verschiedene Werthe geben können, d. h. zwei Werthe, deren Differenz, wenn eine solche stattfindet, nicht vollkommen den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden könnte.

Bezeichnen wir nämlich mit J den Werth des mechanischen Aequivalentes der Wärme [1]), wie dasselbe aus den Erscheinungen hergeleitet ist, welche bei Dampfmaschinen stattfinden, und setzen wir für einen Augenblick voraus, dass dieser Werth nicht mit demjenigen übereinstimme, der aus einer anderen Art von Erscheinungen abgeleitet ist. Setzen wir z. B. voraus, dass man im Stande wäre durch Aufwand der Arbeitsmenge L eine grössere Wärmemenge als

$$\frac{L}{J}$$

hervorzubringen. Bezeichnen wir diese Wärmemenge durch

$$\frac{L}{J}(1 + h)$$

und nehmen wir an, dass dieselbe in einer Dampfmaschine zum Verbrauch käme. Dann würde man mit dieser eine Arbeitsmenge gleich

$$L(1 + h)$$

erhalten, oder, was auf dasselbe herauskommt, man würde im Schwungrade dieser Maschine eine lebendige Kraft gleich

$$L(1 + h)$$

anhäufen.

Diese lebendige Kraft seiner Drehung könnte angewendet werden, um bei ihrem Verschwinden wiederum die erste Erscheinung hervorzubringen, dieselbe könnte folglich dazu dienen, eine Wärmemenge gleich

$$\frac{L(1 + h)}{J}(1 + h) = \frac{L}{J}(1 + h)^2$$

zu entwickeln.

Der Verbrauch dieser zweiten Wärmemenge in der Dampfmaschine würde dem Schwungrade derselben eine lebendige Kraft gleich

$$L(1 + h)^2,$$

mithin eine Geschwindigkeit ertheilen, welche grösser als diejenige ist, die es am Ende der ersten Operation besass.

Die Dampfmaschine aber und die anderen Apparate irgend welcher Art, durch welche die Arbeit in Wärme umgesetzt wird, können jetzt betrachtet werden, als ob sie ein einziges System bildeten, welches lediglich den Wirkungen der Körper ausgesetzt ist, aus welchen es besteht. Es würde sich also aus unserer Voraussetzung ergeben, dass in zwei

[1]) Zu Ehren Joule's wollen wir das mechanische Aequivalent der Wärme mit J bezeichnen, da wir diesem Gelehrten den ersten genauen Werth dieser Zahl verdanken. R.

verschiedenen Zeitpunkten, in welchen alle gegenseitigen Lagen der Körper identisch sind, die lebendigen Kräfte successive die Werthe

$$L\,(1 + h) \text{ und } L\,(1 + h)^2$$

hätten. Das Perpetuum mobile wäre also hergestellt. Die Voranssetzung ist demnach unmöglich.

Betrachten wir nun umgekehrt eine Erscheinung, bei der sich Wärme in Arbeit umsetzt und setzen voraus, dass es möglich sei, durch den Verbrauch einer Wärmemenge Q eine grössere Arbeitsleistnng hervorzubringen, als das Product QJ. Als Folge dieser neuen Voraussetzung wird sich ein dem vorigen ähnlicher Widersprnch ergehen. Es muss für diese Auseinandersetzungen bemerkt werden, dass die Dampfmaschine ein umkehrbarer Apparat ist; für gewöhnlich dient sie nm Arbeit zu erzeugen und Wärme zu verbrauchen, sie kann aher auch unter der Einwirkung einer bewegenden äusseren Kraft in einer ihrer gewöhnlichen Thätigkeit entgegengesetzten Richtnng laufen, und dazu verwendet werden, durch Arbeit, die sie verbraucht, Wärme zu erzengen. Die durch die Wirkung einer äusseren Kraft hervorgebrachten Bewegungen des Kolhens veranlassen allmählich eine Verdampfung des Wassers im Condensator und werden eine Compression des so hervorgebrachten Dampfes im Cylinder, ferner eine Umwandlnng in gesättigten Dampf von der Temperatur des Kessels hervorbringen und schliesslich den Dampf in den flüssigen Zustand überführen.

Der Dampf bringt alsdann wirklich dem Kessel mehr Wärme zu, als er dem Condensator entnimmt, es findet jedesmal ein Aufwand von Arbeit und eine Erzeugnng von Wärme statt. Um ein Perpetuum mobile zu erhalten, wäre nnn nichts mehr nöthig, als eine Dampfmaschine, deren Gang umgekehrt wäre, mit einem Apparat zu einem Ganzen zu verbinden, welcher der Voraussetzung nach bei Verbrauch einer Wärmemenge Q eine grössere Arbeitsmenge hervorbrächte, als QJ. Ich brauche endlich wohl kaum zuzufügen, dass man auf ganz ähnliche Weise beweisen könnte, dass kein Vorgang für das mechanische Aequivalent der Wärme eine kleinere Zahl liefern kann, als eben die Zahl J. Es ist also ein ganz allgemeines Natnrgesetz, auf das nns unsere Schlussfolgerungen geführt hahen. Versuchen wir dasselhe in einer Reihe von Sätzen zu formuliren, die seinen Inhalt genau ausdrücken und seine Anwendbarkeit schon im Voraus erkennen lassen.

1) Was wir „Wärmeentwickeln" nennen, das heisst den ponderablen oder den imponderablen Molekülen eines oder mehrerer Körper eine gewisse Menge lebendiger Kraft mittheilen; wenn die Körper dabei ihr Volumen ändern, wird ausserdem eine Arhcit geleistet, welche einer bestimmten Menge lebendiger Kraft äquivalent ist.

2) Bei jeder Anwendung der Arbeitsgleichung ist es nöthig, sowohl den sichtharen lchendigen Kräften, als auch der entbundenen oder absorbirten Wärme durch das mechanische Aequivalent derselben Rechnung zu tragen.

3) In allen Fällen, in denen keine Aequivalenz zwischen der Summe der Arbeiten der Kräfte und der Aenderung der lebendigen Kräfte stattfindet, oder wenn diese Aequivalenz scheinbar nur durch Einführung einer empirischen Gleichung hergestellt wird, wie z. B. durch Einführung einer Arbeit der Reibung, oder durch Voraussetzung eines Verlustes lebendiger Kräfte bei dem Stoss von Körpern, geht neben den mechanischen Erscheinnngen eine Wärmeerscheinnng her, durch welche die Aequivalenz wieder hergestellt wird.

4) Wenn die Summe der Arbeiten der Kräfte die Zunahme der Summe der lebendigen Kräfte übersteigt, besteht die Wärmeerscheinung in einer Entwickelung von Wärme, und es werden genau so viele Wärmeeinheiten entwickelt, als es 425 Einheiten im Ueberschusse der Arbeit über das Anwachsen der Summe der lebendigen Kräfte giebt.

5) Ist endlich die Snmme der Arbeiten der Kräfte geringer als die Zunahme der Summe lebendiger Kräfte, so ist die Wärmeerscheinung eine Wärmeabsorption, und es verschwinden so viele Wärmeeinheiten, als es 425 Einheiten im Ueberschusse des Anwachsens der lebendigen Kräfte über die Summe der Arbeit der Kräfte giebt [1]).

Ist es nöthig, Ihnen die Wichtigkeit dieser Gesetze zu entwickeln? Wer erkennt nicht, dass dieselben nicht weniger als eine vollständige Wiederdurchsicht der Wissenschaft fordern? Wer begreift nicht, dass jeder Versnch, der sich schliesslich auf Bewegungen bezieht, unter die Macht dieser mechanischen Gesetze fällt, und eine Anwendung der Gleichnng der lebendigen Kräfte mit sich führt? Wer sollte nicht einsehen, dass jede Anwendung, in welcher man nicbt anf die neuen Principien Rücksicht genommen hat, zurückznweisen ist, sobald als man weiss oder auch nnr vermnthet, dass Wärmeerscheinungen mit den mechanischen Erscheinungen verbnnden sind. Ich wage zn behaupten, dass es nicht eine Wissenschaft giebt, die sich der Nothwendigkeit dieser neuen Prüfung entziehen kann, die Physiologie und Astronomie haben hier ebenso gut das gleiche Bedürfniss, wie die Physik und Chemie. Sie werden den Beweis hierfür in der folgenden Anseinandersetzung finden.

Diese Revision der wissenschaftlichen Resultate ist übrigens nicht bloss eine mühevolle Correctionsarbeit, die nns höchstens die Hoffnnng lässt, in den Erscheinungen die Wirkung irgend welcher Störungsursachen zn entdecken, deren Einfluss mehr oder weniger schwer zn berechnen ist, oder die eine Vervollkommnnng der numerischen Bestimmungen irgend welcher Coefficienten liefern wird; sie ist eine der fruchtreichsten Studien, welche wahre Wissenschaft vornehmen kann, nnd sehr geeignet, Beziehnngen zwischen scheinbar äusserst verschiedenen Erscheinungen herzustellen. Das einzige Beispiel der Reibung lässt uns schon erkennen, was die nene Theorie uns über Gegenstände zn liefern im Stande ist, die man schon sehr gnt zn kennen glanbte.

---

[1]) Man sehe Anmerkung 4) am Schlusse dieser Vorlesungen.

VII.

Wir wollen nun dazu übergeben, den Werth dieser Betrachtungen, so weit als dies innerhalb der engen Grenzen möglich ist, die wir uns stellen müssen, zu erproben. Von den ersten Schritten an werden wir sehen, dass uns dieselben nicbt lediglich zu oberflächlichen Annäherungen, sondern zu bestimmten Gleichungen führen, deren numerischer Vergleich mit dem Experimente möglich ist. Der fortwährende Erfolg dieser Vergleichungen wird eine Bestätigung a posteriori für die absolute Allgemeinheit bilden, die wir dem neuen Principe zugeschrieben haben. Beschäftigen wir uns an erster Stelle, wie dies sehr natürlich ist, mit den Aenderungen, welche die Wirkung der Wärme im Volumen und Zustande der Körper hervorbringt.

Ich brauche Ihnen nicht ins Gedächtniss zurückzurufen, dass jeder Körper, dessen Temperatur sich ändert, sein Volumen ändert, und dass, wenn die Temperatur bei diesen Aenderungen gewisse für jeden Körper charakteristische Werthe erreicht, jene plötzlichen Umänderungen erfolgen, in welchen die Körper aus dem festen Zustand in den flüssigen und aus dem flüssigen in den gasförmigen übergehen und umgekehrt. Kein Theil der Wissenschaft ist in unserer Zeit häufiger behandelt worden, und dennoch scheint kaum einer weniger fortgeschritten zu sein. Die Capitel, welche selbst in den neuesten Lehrbüchern der Physik hierüber handeln, enthalten nicht mehr als die Auseinandersetzung sehr genauer experimenteller Methoden, um zuverlässige Werthe des Ausdehnungscoefficienten, der specifischen Wärme und latenten Wärme zu erzielen, und als Tabellen, in denen diese numerischen Werthe in bestimmter Reihenfolge in Gruppen geordnet sind; diese Erscheinungen werden aber immer dargestellt, als ob die eine von der anderen ganz unabhängig wäre.

Gewiss ist dieser Mangel von Beziehungen zwischen den verschiedenen Eigenschaften desselben Körpers oder den ähnlichen Eigenschaften verschiedener Körper höchst unbefriedigend. So lange als kein Band zwischen den einzelnen Thatsachen besteht, bilden die besten Beobachtungen noch ebensowenig eine Wissenschaft, als die best bearbeiteten Steine, nach ihrer Grösse und nach der Aehnlichkeit ihrer Gestalt geordnet, ein Gebäude bilden.

Es ist jedenfalls der Beachtung werth, dass wirkliche Fortschritte der Wissenschaft in einer gewissen Epoche diese Situation eher verschlimmert als verbessert haben. Allmählich hat sich nahezu in der Physik das ereignet, was in der Astronomie eingetreten wäre, wenn die Vervollkommnung der Beobachtungsmethoden rascher vorwärts geschritten wäre, als die Vervollkommnung der Theorie; wenn z. B. die Entdeckung der Achromasie oder die modernen Fortschritte in der Herstellung von Theilkreisen unmittelbar der Veröffentlichung der Keppler'schen Re-

geln gefolgt wären, statt, wie dies der Fall war, erst lange nach der Entdeckung der allgemeinen Gesetze der Gravitation aufzutreten. Vor ungefähr dreissig Jahren besass die Wissenschaft, oder sie glaubte vielmehr den Keppler'schen Regeln analoge Regeln in dem Mariotte'schen Gesetze, dem Gesetze der Ausdehnung der Gase[1]) und den Gesetzen von Dulong, Petit und Neumann über die specifischen Wärmen zu besitzen. Die bewunderungswürdige Vervollkommnung experimenteller Methoden, die seit jener Zeit eingetreten ist, und für die ich Sie bloss an die Namen Rudberg, Magnus und Regnault zu erinnern brauche, hatte zur unmittelbaren Folge, dass die Abweichungen von diesen Gesetzen bemerklich wurden, und keine theoretische Auffassung gestattete, auch nur die Möglichkeit vorauszusehen, wie es gelingen würde, diese Gesetze und ihre Abweichungen auf dieselbe Ursache zurückzuführen. Die Wichtigkeit dieser Gesetze selbst schien alsbald auf die von empirischen Formeln herabzusinken, die mehr oder weniger genügend sind, in angenäherter Weise den allgemeinen Gang der Erscheinungen darzustellen. So schien sich nach und nach die Wissenschaft selbst zu zerstören. Die mechanische Wärmetheorie hat hier nun Alles verändert; sie hat nicht nur die Erscheinungen von Neuem neben einander gestellt, sondern sie hat die Auffassungsweise derselben von Grund aus geändert; in vielen Fällen hat sie sogar das Geheimniss der Störungen aufgedeckt. — Setzen wir voraus, es werde einem Körper eine bestimmte Wärmemenge mitgetheilt, so ändert sich sein Volumen, und die Gesammtheit seiner Eigenschaften erleidet eine Aenderung, die wir dadurch ausdrücken, dass wir sagen, seine Temperatur sei eine höhere geworden. Wenn man aber im Verhältniss, als sich ein Körper erwärmt, entsprechend den äusseren Druck auf seine Oberfläche ändert, so kann man seine Ausdehnung vollständig verhindern, und man findet, dass im zweiten Falle die Wärmemenge, welche nöthig ist, um seine Temperatur zu erhöhen, geringer ist, als im ersten Falle. Ist die Temperaturerhöhung in beiden Fällen gleich einer willkürlich gewählten Einheit irgend einer Thermometerscala, so sind die beiden Wärmemengen, um die es sich handelt, die eine die specifische Wärme bei constantem Drucke, die andere die specifische Wärme bei constantem Volumen. Ihr Unterschied ist die latente Wärme der Ausdehnung. Der Ausdruck „latente Wärme" will hier einfach sagen, dass die Wärmemenge, welche so bezeichnet wird, den Körpern mitgetheilt worden ist, ohne dass dieselbe einen thermometrischen Effect hervorbringt.

Was aber drückt bei mechanischer Auffassung diese Beschreibung der Erscheinung aus? Einen Körper erhitzen, Wärme einer Wärmequelle entziehen, um sie in eine andere übergehen zu lassen, heisst die lebendige Kraft der Wärmequelle um eine bestimmte Menge verkleinern und in dem Körper mechanische Vorgänge veranlassen, die dieser Verminderung äquivalent sind. Wird das Volumen unveränderlich erhalten, so

[1]) Man sehe Anmerkung 5) am Schlusse dieser Vorlesungen.

beschränken sich diese Erscheinungen auf ein Anwachsen der Summe der lebendigen Kräfte und vielleicht auf eine Aenderung der gegenseitigen Lagen der Moleküle, welche von einer gewissen Arbeit ihrer gegenseitigen Wirkungen begleitet ist [1]). Bleibt der Druck constant, so wächst das Volumen, es entsteht eine neue Arbeit, in der man zwei verschiedene Theile unterscheiden muss. Zunächst nehmen die Abstände der Moleküle zu, während ihrer gegenseitigen Wirkungen streben sie in den alten Lagen festzuhalten, es findet also eine Arbeit der gegenseitigen Wirkungen statt, die man „innere Arbeit“ nennen kann und die man als eine negative betrachten kann, da die Molekularkräfte den hervorgebrachten Verschiebungen zu widerstreben suchen. Zweitens vollzieht sich die Ausdehnung des Körpers trotz des Druckes, der auf seiner Oberfläche lastet; die Angriffspunkte des Druckes verschieben sich also entgegengesetzt der Richtung, in welcher diese Kräfte wirken. Dies entspricht einer zweiten Arbeit, welche, wie die vorhergehende, negativ ist, und „äussere Arbeit“ genannt werden kann. Der Ueberschuss der specifischen Wärme bei constantem Druck über die specifische Wärme bei constantem Volumen, die latente Wärme der Ausdehnung ist mithin eine bestimmte Menge lebendiger Kräfte, welche in derselben Zeit in der Wärmequelle verschwindet, während welcher sich diese Arbeiten vollziehen. Ausgedrückt in Wärmeeinheiten muss sie gleich dem Quotienten aus der Summe beider Arbeiten und dem mechanischen Wärmeäquivalente sein.

Beachten Sie gefälligst das doppelte Ergebniss unserer Betrachtungen. Zuerst wird uns begreiflich gemacht, was latente Wärme ist; es wird gelehrt, dass es diejenige Wärme ist, welche zerstört wird, indem sie Arbeit leistet, und welche wieder hergestellt werden kann, wenn durch eine äussere Kraft eine gleiche Arbeit von entgegengesetztem Vorzeichen geleistet wird.

An zweiter Stelle stellen sie ein numerisches Verhältniss her zwischen zwei physikalischen Constanten, die scheinbar von einander unabhängig sind, und der mechanischen Arbeit, welche einer bestimmten Veränderung entspricht.

Leider ist diese Beziehung in der Form, in der sie sich von selbst ergiebt, von keinem Nutzen. Von zwei Ausdrücken, deren Summe die linke Seite der Gleichung bildet, kann nur der eine, die „äussere Arbeit“, mit Sicherheit berechnet werden. Diese ist ersichtlich gleich dem Producte aus dem Drucke und dem Wachsthum des Volumens und mithin erheblich bei den Gasen und Dämpfen, dagegen sehr klein bei den flüssigen und festen Körpern. Die innere Arbeit dagegen entzieht sich bei dem heutigen Stande der Wissenschaft jeder Bestimmung und wird sich ohne Zweifel derselben noch längere Zeit entziehen. Man bedürfte einer vollständigen Kenntniss der inneren Constitution des Körpers, um

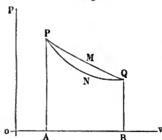
[1]) Siehe Anmerkung 6) am Schlusse dieser Vorlesungen.

sie berechnen zu können, und ich kann Ihnen nicht einmal sagen, wie weit die mehr oder weniger plausiblen Vorstellungen, die man sich heutzutage über diesen Gegenstand bilden kann, noch von einer wirklichen Theorie entfernt sind. Man begeht einen schweren Irrthum, wenn man, wie dies einige Male geschehen ist, eine Aequivalenzbeziehung zwischen der Menge der von einem Körper absorbirten Wärme und der äusseren Arbeit aufzustellen sucht. Man kann den Fehler zwar dadurch abschwächen, dass man die innere Arbeit eines Körpers durch eine entsprechende Ausdehnung durch äussere Kräfte ersetzt, die durch ihre mechanische Wirkung eine dieser Ausdehnung gleiche Deformation hervorbringen können, aber man bringt den Fehler dadurch nicht zum Verschwinden. Man hätte sich wundern müssen, wenn die Bestimmungen des mechanischen Aequivalents der Wärme, die man aus solchen irrigen Rechnungen ableiten wollte, Zahlen ergeben hätte, welche den wahren Werthen angenähert gleich gewesen wären [1]).

Angesichts dieser Schwierigkeiten scheint es, als ob die Theorie sehr rasch in ihrer Entwickelung gehindert wäre, und als ob die Entdeckung genauer Verhältnisse, die ihrem numerischen Werthe nach mit Versuchen verglichen werden können, gewissermaassen in eine Epoche zurückgeschoben sei, in welcher die Physik über alle Dinge ihr letztes Wort gesprochen haben würde. Man kann aber dieses Hinderniss durch Anwendung eines Kunstgriffs umgehen, dessen Entdeckung man Sadi Carnot verdankt. Es können, ohne dass man den inneren Bau der Körper kennt, dadurch Beziehungen zwischen den mechanischen und den thermischen Eigenschaften der Körper aufgestellt werden, dass man solche Reihenfolgen von Veränderungen betrachtet, in welchen der Anfangs- und Endzustand genau gleich und die innere Arbeit somit Null ist.

Betrachten wir einen beliebigen festen, flüssigen oder gasförmigen Körper, der bei der Temperatur t und unter dem Drucke p das Volumen v besitzt. Wir nennen c den durch diese drei Bedingungen bestimmten Zustand des Körpers und stellen das Volumen v durch die Abscisse OA (Fig. 2), den Druck p durch die Ordinate AP dar. Wir wollen nun den äusseren Druck vermindern, und während sich der Körper ausdehnt, ihm Wärme zuführen, so dass sich seine Temperatur nach einem bestimmten Gesetze ändert. Wir unterbrechen diese erste Reihe von Aenderungen, wenn der Körper in den Zustand c' gekommen ist, der durch die Temperatur t', das Volumen v' und den Druck p' charakterisirt wird. Es sei $OB = v'$, $BQ = p'$, und wir nehmen an, dass die Abscissen und die Ordinaten,

Fig. 2.



[1]) Siehe Anmerkung 7) am Schlusse dieser Vorlesungen.

welche die Curve PMQ angiebt, das Volumen des Körpers und den entsprechenden äusseren Druck in den verschiedenen Augenblicken der Aenderung darstellen. Ich will diese Aenderung D nennen. Während dieser Veränderung ist eine Wärmemenge Q dem Körper mitgetheilt und eine äussere Arbeit L geleistet worden. Die eine Grösse sowohl als die andere können berechnet werden, wenn zwischen den Temperaturgrenzen t und t' der Einfluss des äusseren Druckes auf das Volumen des Körpers und die Wärmemenge, welche der Körper aufnimmt, um eine bestimmte Aenderung von Volumen und Temperatur zu erleiden, durch die Erfahrung vollständig bestimmt sind. Diese Grössen lassen sich mit Hülfe der Elasticitätsconstanten und der beiden specifischen Wärmen theoretisch ausdrücken, vorausgesetzt, dass man diese beiden Elemente als Functionen der Temperatur und des Volumens ansieht. Die Arbeit L ist alsdann in der Figur geometrisch durch die Fläche gegeben, welche zwischen der Curve PMQ, der Abscissenaxe und den beiden äussersten Ordinaten AP und BQ liegt.

Nehmen wir nun ferner an, dass der Körper durch ein allmähliches Anwachsen des äusseren Druckes in seinen ursprünglichen Zustand wieder zurückgeführt werde. Während dieser zweiten Aenderung, die ich D' nennen will, entnehmen wir dem Körper, im Verhältnisse, als er sich zusammendrückt, fortwährend Wärme, so dass seine Temperatur, die einem gegebenen Volumen entspricht, fortwährend kleiner ist, als in der Aenderung D, ausgenommen am Anfang und Ende des ganzen Experimentes. Der Körper wird schliesslich seinen ursprünglichen Zustand wieder annehmen, aber in allen Zwischenstadien der Aenderung D' ist der einem gegebenen Volumen entsprechende Druck niedriger als in der Transformation D. Die Curve QNP, welche diese zweite Beziehung zwischen Druck und Volumen darstellt, besteht durchaus, mit Ausnahme der ersten und letzten, aus kleineren Ordinaten als die Curve PMQ. Die Fläche, welche durch die Curve QNP und durch dieselben Ordinaten AP und BQ begrenzt wird, stellt die Arbeit L' des auf den Körper wirkenden äusseren Druckes dar, und es ist ersichtlich, dass

$$L' < L$$

ist. Man kann alsdann L' und Q' ebenso mit Hülfe derselben Elemente berechnen, wie Q und L.

Die beiden Operationen D und D' können aber auch als ein einziger Vorgang betrachtet werden, in dem der Anfangs- und Endzustand identisch ist. Die relativen Stellungen aller Elemente des Körpers sind zu Anfang und zu Ende dieselben. Aus den allgemeinen Gesetzen der Mechanik folgt, dass eine vollkommene Compensation zwischen der Arbeit der Molekularkräfte stattfinden muss, dass die innere Arbeit, die der Transformation D entspricht, genau gleich und entgegengesetzt der inneren Arbeit ist, welche der Transformation D' entspricht. Man braucht sich also gar nicht mit derselben zu beschäftigen. Anderentheils ist L' kleiner als L. Man sieht also, dass der Körper in dem Kreise

von Veränderungen, denen er unterworfen worden ist, auf einem bestimmten Wege aus seinem Anfangszustande in einen anderen übergeführt worden und auf einem anderen Wege zu demselben zurückgekehrt ist, und dass er während dessen eine äussere Arbeit gleich

$$L' - L$$

entwickelt hat, die geometrisch durch die Fläche $PMQNP$ dargestellt wird, das ist durch die Differenz der beiden Flächen, welche die Arbeiten L und L' ausdrücken. Keine äussere Arbeit wird abgegeben, keine sichtbare lebendige Kraft verschwindet, es muss also nothwendiger Weise eine entsprechende Menge von Wärme verbraucht worden sein. Es folgt mithin erstens, dass der Körper in dem Vorgange D mehr Wärme aufnimmt, als er in dem Vorgange D' abgiebt; ferner ergiebt sich, dass das Verhältniss der geleisteten Arbeit $L - L'$ zu der verbrauchten Wärmemenge $Q - Q'$ gleich dem mechanischen Aequivalent der Wärme sein muss. Die Formel

$$L - L' = J(Q - Q'),$$

auf die wir uns geführt sehen, wird uns eine numerische Beziehung zwischen den mechanischen und thermischen Erscheinungen geben, deren Studium gewöhnlich als zu zwei verschiedenen Abtheilungen der Physik gehörig betrachtet wird, da L und L', Q und Q' mit Hülfe der Elasticitätsconstante, der beiden Arten specifischer Wärme, und durch die Temperaturen und durch das Volumen ausgedrückt wird. Jedenfalls wird man eben so viele besondere Beziehungen erhalten, als man besondere Kreise von Vorgängen ersinnen kann. Um eine allgemeine Gleichung zu erhalten, die alle diese Fälle in sich einschliesst, wird es genügen, die Aenderung, die man betrachtet, unendlich klein zu wählen. Die obige Formel wird sich somit auf eine Differentialgleichung reduciren, deren particuläre Integrale die Ausdehnungsgesetze der Körper durch die Wärme unter allen Verhältnissen, die man wählen kann, ausdrücken würde. Zwei andere Differentialgleichungen, die durch analoge Betrachtungen erhalten werden und andere Elemente einschliessen, beherrschen die Vorgänge des Schmelzens und des Verdampfens (siehe die Anmerkungen 8) und 9).

VIII.

Die Natur dieser Vorlesungen untersagt mir jede Entwickelung aus der Infinitesimalrechnung, ich lasse also diese Differentialgleichungen und ebenso ihre Consequenzen bei Seite und wende mich zu einer besonderen Art von Körpern, von denen man eine nahezu vollständige Vorstellung einzig durch Betrachtung der äusseren Arbeit gehen kann, die sie unter Einwirkung der Wärme vollführen. Man hat schon seit längerer Zeit bemerkt, dass die Uebereinstimmung der mechanischen und

thermischen Eigenthümlichkeiten der verschiedenen Gase anzudeuten scheint, dass bei diesen Körpern der Einfluss der gegenseitigen Anziehung der Moleküle unmerklich sei.

Die alten Lehrbücher der Physik stimmen im Allgemeinen meist darin überein, dass sie von der Hypothese ausgehen, Wärme sei etwas Materielles, und dann schreiben sie die elastische Kraft des Gases der Repulsivkraft der in den Molekülen angehäuften Wärme zu. Laplace hat es selbst verstanden, aus diesen Betrachtungen das Mariotte'sche Gesetz, das Gesetz der Mischung der Gase, und das ihrer Ausdehnung abzuleiten (Méc. céleste, liv. XII, chap. 2). Heute, nachdem die Anschauungen über die Natur der Wärme so tiefgehende Aenderungen erlitten haben, kann die Laplace'sche Ableitung nicht mehr bestehen, aber der Ausgangspunkt bleibt derselbe. Der einfachste Weg, um zu begreifen, wie es möglich ist, dass mechanische Wirkungen und Wärme fast genau dieselben Wirkungen auf die verschiedenen Gase hervorbringen können, ist der, anzunehmen, dass in den Abständen, in welchen sich die Moleküle dieser Körper von einander befinden, ihre gegenseitigen Wirkungen nahezu unmerklich sind. Das Gesetz der Mischungen der Gase scheint sogar dieser Auffassung den Charakter einer absoluten Nothwendigkeit zu verleihen. Hätten die Molekularkräfte in den Gasen eine merkliche Grösse, so würde diese Grösse für Wirkungen, welche zwischen zwei Molekülen derselben Art stattfinden, und für diejenigen Kräfte, welche zwei Moleküle verschiedener Art auf einander ausüben, nicht dieselbe sein. Die Eigenschaften eines Gemisches zweier Gase müssten dann wesentlich andere sein, als die eines einfachen Gases. Jeder weiss indessen, dass zum Beispiel vom physikalischen Gesichtspunkte zwischen Sauerstoff und reiner atmosphärischer Luft kein anderer Unterschied besteht, als dass die Dichten und Brechungsexponenten verschieden sind, alle Eigenschaften dagegen, die von der gegenseitigen Einwirkung der Moleküle abzuhängen scheinen, sind genau dieselben. Hieraus ergeben sich zwei Consequenzen. Erstens, sind in Gasen die Molekularkräfte wirklich nahezu Null, so kann man sich nicht leicht eine Vorstellung von der Art des Bestehens und der allgemeinen Eigenschaften dieser Körper machen, ohne vorauszusetzen, dass ihre Moleküle beträchtliche eigene Geschwindigkeiten besitzen, die um so grösser sind, je höher die Temperatur ist, und dass dieselben durch ihre Stösse die Erscheinung des Druckes hervorbringen. Zweitens werden die Aenderungen des Volumens eines Gases von keiner mit der äusseren Arbeit vergleichbaren inneren Arbeit begleitet sein.

Die Entwickelung der ersten dieser Consequenzen hat Veranlassung zur Entstehung einer Theorie der Constitution der Gase gegeben, welche der Laplace'schen überlegen ist; ich begnüge mich aber mit dieser kurzen Andeutung, da ich Nichts in diese Vorlesung aufnehmen möchte, was lediglich von einer Hypothese zu handeln scheint [1]). Die zweite Con-

[1]) Man sehe Anmerkung 10) am Schlusse dieser Vorlesungen.

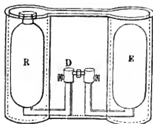
sequenz ist einer unmittelbaren Bestätigung durch das Experiment fähig. Lässt man nämlich ein Gas sich unter der Bedingung ausdehnen, dass kein äusserer Widerstand seiner Ausdehnung sich widersetzt, so wird keine äussere Arbeit geleistet. Wenn also die innere Arbeit Null ist und das Gas sowohl zu Anfang als zu Ende des Versuches in Ruhe ist, so darf weder eine Absorption noch eine Entwickelung von Wärme stattfinden.

Diese Behauptung kann Staunen erregen, da dieselbe mit sehr bekannten Versuchen in Widerspruch zu stehen scheint. Wahrscheinlich ist Niemand unter Ihnen, der nicht das sehr einfache Experiment hätte ausführen sehen, in welchem man ein Breguet'sches Thermometer unter den Recipienten einer Luftpumpe setzt, um die Temperaturerniedrigung zu beobachten, die sich vom ersten Kolbenzuge an zeigt. Sie kennen auch ohne Zweifel den berühmten Versuch der Minen von Schemnitz, von welchem alle Lehrbücher der Physik sprechen.

Wenn man das untere mit Luft gefüllte Reservoir des riesigen Heronsballes, der in diesen Werken das Heben des Wassers bewirkt, öffnet, so kühlt sich die entweichende Luft derart ab, dass der Wasserdampf, den sie enthält, sich verdichtet und sich auf schlechtleitenden Körpern, die man dem Luftstrome darbietet, als Reif absetzt [1]).

Nach diesen beiden Erscheinungen scheint es merkwürdig, wenn behauptet wird, dass sich ein Gas unter gewissen Bedingungen ohne Abkühlung ausdehnen könne. Es verhält sich indessen wirklich so. In einem metallischen Recipienten *R* (Fig. 3), der durch eine Röhre mit Hahnverschluss mit einem Recipienten *E* von gleicher Capacität communiciren kann, hat Joule Luft unter einem Druck von 22 Atmosphären comprimirt. Den Recipienten *E* hatte er leergepumpt, und nachdem er beide Gefässe in einen mit Wasser gefüllten Kasten gebracht hatte, welcher gross genug war, um beide Gefässe aufzunehmen, öffnete er den Hahn *D*. Das in *R* comprimirte Gas stürzt sich in *E* und verdoppelt sein Volumen, aber bei dieser Aenderung hat dasselbe kein Hinderniss gefunden, mit Ausnahme des unerheblichen Widerstandes, welchen die sehr kleine Luftmenge ausübt, die auch durch eine gute Luftpumpe aus *E* nicht entfernt werden kann. Obgleich sich die elastische Kraft des Gases von 22 auf 11 Atmosphären verminderte,

Fig. 3.



[1]) In den Vorlesungen der Physik wird dieser Versuch mit Hülfe der Compressionspumpe nachgeahmt. Man fängt den Strom gewöhnlicher, also feuchter Luft, welcher der Maschine entströmt, auf einer dünnen Glasflasche auf und erhält so leicht eine erhebliche Ansammlung von Reif. V.

hat durchaus keine äussere Arbeit stattgefunden. Es ist durchaus keine lebendige Kraft entwickelt worden, da zu Anfang und zu Ende des Versuchs alle Theile des Apparates und das Gas, das er enthielt, sich in Ruhe befinden. In Uebereinstimmung mit der Theorie zeigte sich bei diesem Versuche, dass keine Absorption von Wärme stattfand. Die empfindlichsten Thermometer, die man in das Wasser eintauchte, in dem sich die Gefässe R und E befanden, zeigten in dem Moment, als der Hahn D geöffnet wurde, nicht die geringsten Temperaturänderungen.

Es ist nicht schwierig einzusehen, warum unter der Glocke der Luftpumpe und im Reservoir der Maschine von Schemnitz die Ausdehnung der Luft von einer Absorption von Wärme begleitet ist. Untersucht man den Gang der Luftpumpe genau, so bemerkt man, dass ein Theil der Arbeit, den der Gang der Maschine fordert, durch den Druck der Luft geliefert wird, die man auspumpt. Es wird also jedesmal äussere Arbeit hervorgebracht und Wärme absorbirt. Es kann demnach keine bessere Uebereinstimmung mit den neuen Principien geben. In der Maschine von Schemnitz ist es nicht weniger ersichtlich, dass die Luft, die aus dem Recipienten mit enormer Geschwindigkeit ausströmt, die äussere Luft vor sich hertreibt und dass dadurch lebendige Kraft in einem vorher ruhenden System geschaffen wird. Daher rührt die ausserordentliche Abkühlung, die man wahrnimmt.

Verändert man das Joule'sche Experiment dahin, dass lebendige Kraft entwickelt oder eine äussere Arbeit geleistet wird, so wird man auch eine Absorption von Wärme auftreten sehen. Entfernt man zum Beispiel den Recipienten E und fügt man an den Hahn D eine bewegliche Röhre und führt dann diese unter eine grosse mit Wasser gefüllte Glocke, die man in der pneumatischen Wanne umgekehrt hat, so entweicht bei der Oeffnung des Hahnes die Luft aus R und begiebt sich unter die Glocke; unter dieser ist ihr Druck nahezu gleich dem einer Atmosphäre, die Luft erleidet diese Druckänderung während sie gleichzeitig das Wasser, trotz des Widerstandes des Atmosphärendruckes, aus der Glocke entfernt; das Calorimeter, in dem sich R befindet, zeigt alsdann durch seine Temperaturerniedrigung die Absorption einer Wärmemenge an, die der geleisteten Arbeit entspricht. Man kann sich denken, dass ein solches Experiment sogar zu einer Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes führen kann; Joule erhielt so 441, eine Zahl, die 425 sehr nahe steht und deren Abweichung vollständig den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden kann. So verschwindet der scheinbare Widerspruch zwischen dem, was man alte und neue Physik nennen könnte.

Um jedoch durchaus keinen Zweifel oder irgend welche Dunkelheit über einen so wichtigen Gegenstand bestehen zu lassen, werde ich im Voraus einer Einwendung zu begegnen suchen, die Sie vielleicht machen könnten. Ich werde mich daher bemühen, Sie etwas tiefer in den Mechanismus dieser Vorgänge einzuführen. Denkt man sich im Re-

cipienten R eine begrenzte Menge von Gas aus dem Ganzen ausgeschieden, welche so gross ist, dass sie am Schlusse des Versuches den ganzen Recipienten noch ausfüllt, so erscheint es unmöglich, dass sich diese Gasmasse bei ihrer Ausdehnung nicht abkühlen sollte. Nichts unterscheidet sie von der gleichen Gasmasse, die man in einem derjenigen Versuche für sich besonders betrachten kann, in welchen die Ausdehnung von einer Temperaturerniedrigung begleitet ist. In dem einen sowohl als in dem anderen Falle dehnt sich diese getrennte Masse im Schoosse einer anderen grösseren Masse aus, die ihr fortwährend von allen Seiten mit ihrem Drucke widersteht. Setzte man voraus, dass diese Gasmasse bald ihre Temperatur beibehielte, bald sich abkühlte, so hiesse dies gewissermaassen voraussetzen, dass sie wisse, was ausser ihr vorgehe, und dass sie sich einem Naturgesetze ungefähr in derselben Weise unterordne, wie etwa ein lebendes und mit Intelligenz begabtes Wesen.

Man unternimmt im Allgemeinen nicht gern etwas gegen eine Theorie, die durch die Beistimmung der höchsten wissenschaftlichen Autoritäten sehr wohl begründet erscheint. Es hat etwas Befremdliches und Uebelklingendes, wenn man Schwierigkeiten, wie die eben angeführten, laut ausspricht; man bewahrt dieselben aber dennoch im Grunde seines Herzens und erhält leicht ein stilles Misstrauen gegen die ganze Wissenschaft. Untersuchen wir also, was Wahres an der Sache ist.

In der That, auch in den Versuchen Joule's muss sich die Luft, welche im Recipienten R zurückbleibt, abkühlen, denn sie theilt während der Dauer des Versuches fortwährend derjenigen Luftmenge lebendige Kraft mit, welche in den Recipienten E mit einer endlichen Geschwindigkeit einströmt. Diese lebendige Kraft aber verschwindet sofort. Die Geschwindigkeit des in E einströmenden Gases erlischt sowohl durch die gegenseitige Reibung seiner Moleküle, als durch den Stoss derselben gegen die Wände des Apparates, und auch durch die Reibung derselben in der Oeffnung des Hahnes sehr rasch. Man kann daher sagen, dass alles in Ruhe sei, sobald das Gas aufhört einzuströmen. Aber diese lebendige Kraft kann sich nicht zerstören, ohne eine Wärmemenge zu entwickeln, die derjenigen, welche im Recipienten R absorbirt worden ist, genau gleich ist. Wenn also im ersten Versuche Joule's das Calorimeter, in welchem sich beide Recipienten befanden, durchaus keine Temperaturänderung wahrnehmen liess, so rührt dies davon her, dass eine vollkommene Compensation zwischen beiden entgegengesetzten Wirkungen erfolgt ist, so kommt dies daher, dass in E die Reibung alle in R consumirte Wärme wieder ersetzt; man braucht dem Gase also durchaus keine unbegreiflichen Eigenschaften zuzuschreiben, braucht nicht einmal, um es richtig zu begreifen, irgend andere Eigenschaften anzunehmen, als solche, die längst bekannt sind. Man kann diese Auseinandersetzung auch durch den Versuch bestätigen, indem man an die Stelle des einen Calorimeters zwei von kleineren Dimensionen treten lässt, wovon in dem einen sich das Gefäss R, in dem anderen sich das Gefäss E und der

Hahn D befindet. Man erkennt dann leicht das Entgegengesetzte beider Erscheinungen nnd ihre vollkommene Aeqnivalenz.

Besonders diese denkwürdigen Versuche, die von Joule im Jahre 1845 ausgeführt wurden, hahen das Meiste dazn beigetragen, die Aufmerksamkeit der Gelehrten auf die nene Theorie zu lenken. Regnault zumal machte sich dadnrch verdient, dass er sie in allen Formen wiederholte und alle jene Vervollkommnungen hinzufügte, die ihm seine lange Uebung in calorimetrischen Untersuchungen an die Hand gahen. Er meldete der Akademie der Wissenschaften im April 1853, dass sich dieselhen vollständig hestätigt hätten, nnd hat sich von diesem Angenblicke an zu den Parteigenossen dieser neuen Theorie gesellt.

Es konnte nnn kein Zweifel mehr ührig hleihen. In den Gasen ist die innere Arbeit, welche die Ausdehnung oder die Verdichtung begleitet, Null, oder wenigstens nnbemerkhar für die gewöhnlichen calorimetrischen Methoden[1]). Die Wärme, die man einem Gase mittheilt, hringt nur zwei leicht zu hestimmende Wirkungen hervor, nämlich die Temperaturerhöhung und die äussere Arheit. Beträgt die Temperaturerhöhung nur einen Grad, und dehnt sich das Gas frei nnter constantem Drncke aus, so ist die äussere Arbeit gleich dem Producte aus dem Drucke und dem Wachsthum des Volumens, sie wird demnach dargestellt durch

$$p\, v \frac{\alpha}{1 + \alpha\, t},$$

wenn p den Druck, t die Temperatur, v das Volumen beim Drucke p und der Temperatur t hezeichnet, nnd α der Ausdehnnngscoefficient ist. Wenn ausserdem das Gewicht des sich ausdehnenden Gases gleich der Gewichtseinheit ist, so ist die Grösse der äusseren Arheit das mechanische Aeqnivalent des Ueherschnsses der specifischen Wärme bei constantem Drucke üher die specifische Wärme hei constantem Volnmen. Nennt man c_p nnd c_v diese heiden specifischen Wärmen, J das mechanische Wärmeäqnivalent, so hat man die Gleichnng

$$(c_p - c_v)\, J = \frac{p\, v\, \alpha}{1 + \alpha\, t};$$

oder, wenn man v_0 das Volnmen hei der Temperatnr Null und unter einem Druck p_0 nennt, und gleichzeitig das Mariotte'sche Gesetz und die Definition des Ansdehnungscoefficienten heachtet, so ist:

$$(c_p - c_v)\, J = \alpha\, p_0\, v_0.$$

Dies ist für alle Gase, auf welche das Mariotte'sche Gesetz anwendbar ist, eine numerische Beziehung, die nothwendiger Weise zwischen dem Ausdehnungscoefficienten, den heiden specifischen Wärmen, dem Volumen der Gewichtseinheit nnter den gegehenen Umständen und dem mecha-

[1]) Man sehe Anmerkung 11).

nischen Aequivalente der Wärme besteht. Man kann sich derselben bedienen, um das mechanische Aequivalent der Wärme mit Hülfe der physikalischen Eigenschaften verschiedener Gase zu bestimmen, und da für den grössten Theil der Gase diese Eigenschaften mit einer Genauigkeit bestimmt sind, über die hinauszugehen heutzutage nicht möglich scheint, so könnte man glauben, dass man auf diese Weise einen Werth erhalten könne, der allen anderen an Genauigkeit überlegen sei. Die Formel führt, auf atmosphärische Luft angewendet, auf die Zahl 426, eine Zahl, die beinahe identisch ist mit dem Mittel der Versuche Joule's, wenn man nämlich für das Volumen der Gewichtseinheit, für den Ausdehnungscoefficienten und für die specifische Wärme bei constantem Drucke die von Regnault gegebenen Zahlen einsetzt, und wenn man die specifische Wärme bei constantem Volumen mit Hülfe der besten bekannten Bestimmungen der Geschwindigkeit des Schalles herleitet, die sich aus den Versuchen von Moll und v. Beck ergiebt. Die Uebereinstimmung dieser Rechnung mit den Versuchen Joule's über die durch die Reibung entbundene Wärme ist in der That beachtenswerth.

IX.

Leider bleibt diese Uebereinstimmung nicht bestehen, wenn man die Formel auf andere Gase anwendet. Sie giebt der Zahl 425 noch sehr naheliegende Werthe für Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, für Kohlensäure erhält man jedoch eine beträchtlich abweichende Grösse. Diese Zahl besitzt sogar zwei ausserordentlich verschiedene Werthe, je nachdem man für Kohlensäure den einen oder den anderen der beiden Werthe einsetzt, welche Regnault für 0⁰ und 100⁰ bestimmt hat (siehe Note Nr. 12). Für andere Gase ist die Abweichung noch grösser. Woher aber kommen diese Abweichungen? Ein grosser Theil ohne Zweifel von der Unsicherheit, welche über die Werthe der specifischen Wärmen bei constantem Volumen herrscht. Aber man muss hinzufügen, dass die Anwendung der Formel nicht für alle Gase gleichmässig zulässig ist, da die innere Arbeit nicht bei allen in gleicher Weise vernachlässigt werden kann.

Die Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac stimmen für kein Gas ganz streng, sie sind nur ein sehr angenäherter Ausdruck der Wahrheit für diejenige geringe Anzahl von Gasen, die bisher jedem Versuche einer Verdichtung widerstanden haben. Nur von diesen Gasen kann man sagen, dass die Uebereinstimmung ihrer mechanischen und calorischen Eigenschaften gestatte, anzunehmen, dass hier der Einfluss der Molekularkräfte Null sei. Dagegen bei einem Gase, wie z. B. die Kohlensäure, welches wir flüssig machen können, deren Ausdehnungscoefficient um ein Fünfzehntel grösser als derjenige der Luft ist und sich sehr rasch mit dem Drucke ändert; in einem Gase endlich, welches selbst unter dem Drucke der Atmosphäre dem Mariotte'schen Gesetze nicht gehorcht,

da hat man alle Ursache zu glauben, dass eine merkliche Arbeit der Molekularkräfte die Volumenänderungen begleitet.

Wendet man auf ein solches Gas eine Formel an, welche die Abwesenheit aller inneren Arbeit voraussetzt, so zeigt man einfach, dass man die Grundsätze, deren man sich bedient, nicht richtig versteht. Wenn man sagt, wie das zuweilen geschehen ist, dass es eben so viele mechanische Aequivalente der Wärme gäbe, als verschiedene Gase, so heisst das indirect erklären, dass das Perpetuum mobile möglich sei.

Es würde eine unmittelbare Schlussfolgerung dieser Auseinandersetzung sein, dass man die Versuche Joule's mit Kohlensäure und ähnlichen Gasen wiederholte und die Wärmemenge zu bestimmen suchte, welche absorbirt wird, wenn sich dieselben, ohne äussere Arbeit zu leisten, ausdehnen. Diese Wärmeabsorption würde ein Maass der inneren Arbeit sein, und es wäre dann möglich, hiermit die oben aufgestellte Formel zu corrigiren und daraus die wahre Beziehung herzuleiten, welche zwischen den verschiedenen Eigenthümlichkeiten der Gase besteht. Wenn man aber die experimentellen Methoden Joule's nicht von Grund aus ändert, so hätte man wenig Hoffnung, auf diese Weise zu einem befriedigenden Resultate zu kommen. In dem Versuche, den ich Ihnen beschrieben habe, ist das Gas, welches sich ausdehnt, von Wasser umgeben, und selbst wenn man mit einem Drucke von 22 Atmosphären operirt, steht die Masse des Gases ausser Vergleich mit der Masse des Wassers. Jeder begreift, dass wenn die Wassermasse z. B. nur das 20fache der Masse der Kohlensäure beträgt, und die specifische Wärme des Wassers ungefähr fünf mal so gross, als die des Gases ist, die Absorption einer Wärmemenge, welche die Temperatur des Gases um einen Grad verändern würde, die Temperatur des gesammten Apparats höchstens um $^1/_{100}$ verändern könnte; die wesentliche Erscheinung, auf die es ankommt, würde vollständig unter den unregelmässigen Zufälligkeiten des Experimentes verborgen bleiben. Es wäre nötbig, einen Ausweg zu finden, der gestattete, die äussere Flüssigkeit als wärmemessende Substanz vollständig wegzulassen und die Temperaturänderung in einem Luftstrome zu beobachten, der, ohne äussere Arbeit zu leisten, eine beträchtliche Aenderung der elastischen Kräfte erleidet. Unter diesen Umständen hätte die gesammte Wärmeabsorption einzig ihre Ursache in der inneren Arbeit, welche die Ausdehnung begleitet. Diese Bedingungen sind in einer experimentellen Methode, welche William Thomson[1]) erdacht hat, wirklich hergestellt; der kurze Zeitraum dieser Vorlesung gestattet jedoch nicht dieselbe zu beschreiben. Bei Anwendung dieser Methode auf Wasserstoff, Luft und Kohlensäure hat sich gezeigt, dass die Temperaturänderung für Wasserstoff fast Null ist, dass sie merklich für Luft und sehr beträchtlich für Kohlensäure ist, und das konnte man nach dem bekannten Versuche Regnault's erwarten. Wasserstoff scheint in der That von allen Gasen am weitesten

[1]) Man sehe die Anmerkung 13) am Schlusse dieser Vorlesungen.

von seinem Verflüssigungspunkte entfernt zu sein. Sauerstoff und Stickstoff zeigen schon weniger vollständige Uebereinstimmung mit den charakteristischen Eigenschaften vollkommener Gase. Die Kohlensäure endlich entfernt sich vollständig davon.

Es ist also ganz natürlich, dass im Wasserstoff die innere Arbeit fast unmerklich ist, dass sie in Stickstoff und atmosphärischer Luft zwar gering, aber mit Sicherheit noch nachweisbar ist, und dass sie einen verhältnissmässig beträchtlichen Werth in der Kohlensäure erreicht. Die Ergebnisse der Versuche sind weder genügend vollständig, noch genau genug, um einen zuverlässigen Werth für die Correction der Formel zu geben, die auf Seite 32 abgeleitet worden ist. Aber sie genügen, um eine Aufklärung über die Unterschiede zu geben, die bei den verschiedenen Gasen für das mechanische Aequivalent der Wärme gefunden worden sind, und sie zeigen, dass es gestattet ist, die Formel ohne Correction auf Luft und Wasserstoff anzuwenden. Man kann für sicher halten, dass der wahre Werth der Grösse J zwischen den Zahlen 424 und 426 liegt, welche man aus der Betrachtung dieser beiden Gase ableitet, oder vielmehr, wenn man Rücksicht auf die Ungewissheit nimmt, die noch über die specifische Wärme bei constantem Volumen herrscht, zwischen den Zahlen 420 und 430. Ich werde also fortfahren, in den weiteren Auseinandersetzungen von der Zahl 425 Gebrauch zu machen.

Ich habe mich bei dieser ersten Anwendung der Theorie lange aufgehalten, länger, als ich bei den anderen Erscheinungen stehen bleiben kann, die ich zu besprechen die Absicht habe. Ich lege indessen dem Studium der Ausdehnung und Compression der Gase keine exceptionelle Bedeutung bei. Aber ich hielt es für gut, Ihnen gleich anfangs zu zeigen, dass die mechanische Wärmetheorie wesentliche Momente enthält, von welchen aus man zu einer Theorie gelangt, die mit der Wirklichkeit übereinstimmt und zwar so, dass sie nicht nur den bekannten Erscheinungen Rechnung trägt, sondern dass man aus ihr auch neue Erscheinungen vorhersagen kann, und dass diese Voraussagen der numerischen Bestätigung fähig sind.

Ich wollte in Ihnen ungefähr den Eindruck hervorrufen, den ohne Zweifel diejenigen unter Ihnen, die sich in das Studium der Optik vertieft haben, empfangen haben, als sie zum ersten Male, ausgehend von der Undulationshypothese, diese Theorie auf die Erscheinungen der Reflexion und Brechung anwendeten. Die Einfachheit, mit welcher diese Theorie den bekannten Gesetzen Rechnung trägt, die Fruchtbarkeit der Uebersichten, welche sie darbietet, die Neuheit der Störungserscheinungen, die sie vorherzusehen gestattet, giebt jedem Geiste die Ueberzeugung, dass er sich der Wahrheit genähert, oder wenigstens einen Weg betreten hat, der sicher zu ihr führt.

Ich würde mich glücklich schätzen, wenn diese erste Sitzung Ihnen etwas dieser Ueberzeugung Aehnliches hinterlassen hätte.

ZWEITE VORLESUNG.

Inhaltsübersicht.

I. Recapitulation der ersten Vorlesung. — Gegenstand der zweiten Vorlesung: Untersuchung der Wärmemaschinen und Anwendungen der Theorie, welche die Grenzen der Physik im engeren Sinne überschreiten.

II. Vergleichung der Dampf- und der Gasmaschine. — Bei den Physikern und Mechanikern findet man entgegengesetzte Ansichten über den relativen Werth dieser beiden Maschinen. — Besprechung der Betrachtung, durch welche man die verhältnissmässige Untergeordnetheit der Dampfmaschine darzuthun gesucht hat. — Diese Betrachtung wird durch die Versuche Hirn's widerlegt.

III. Allgemeiner Ausdruck des ökonomischen Coefficienten einer Heissluftmaschine nach Stirling's System. — Dieser Ausdruck zeigt nicht, dass die Heissluftmaschine einen erheblichen Vorzug vor der Dampfmaschine besitzt.

IV. Verallgemeinerung und bemerkenswerthe Vereinfachung des Ausdruckes für den ökonomischen Coefficienten der Gasmaschinen. — Absolute Temperatur, absoluter Nullpunkt der Temperatur. — Ableitung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie: Es besteht ein constantes Verhältniss zwischen der Wärmemenge, die in einer vollkommenen Wärmemaschine in Arbeit umgesetzt wird, und der Wärmemenge, die von einem heissen auf einen kalten Körper übertragen wird. — Ein wirklicher Vorzug der Gasmaschine. — Praktische Unzuträglichkeiten. — Vorzüge der Maschine mit überhitztem Dampfe. — Maschinen mit zwei Flüssigkeiten.

V. Die elektromagnetischen Maschinen können als Wärmemaschinen betrachtet werden. — Experimentelle Beweise, welche Favre von dem Verbrauche von Wärme in diesen Maschinen gegeben hat; neue Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes.

VI. Die Nothwendigkeit der Inductionserscheinungen ergiebt sich aus der Theorie.

VII. In der elektromagnetischen Maschine ist es möglich, alle Wärme in Arbeit umzusetzen. — Warum dieser theoretische Vorzug in Wirklichkeit keiner ist.

VIII. Von der Wärme, die in einer elektromagnetischen Maschine entwickelt wird, welche durch eine äussere Kraft in Bewegung versetzt wird. — Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme hierdurch von Joule. — Der Foucault'sche Versuch.

IX. Tafel der hauptsächlichsten Bestimmungen des mechanischen Wärmeäquivalentes. — Bemerkungen über diese Zusammenstellung. — Anwendungen der neuen Theorie auf die Chemie. — Messung der Arbeit der chemischen Kräfte durch die entwickelte Wärme. — Mechanische Erklärung einiger elektrochemischer Erscheinungen. — Mechanische Bedeutung der Messung elektromotorischer Kräfte. — Versuche von Jules Regnauld über die Metallamalgame.

Meine Herren!

Vor vierzehn Tagen haben wir gemeinsam die Reihe von Erscheinungen dnrchlaufen, durch welche die hentige Wissenschaft das neue Princip von der Aequivalenz von Arbeit und Wärme gewonnen hat.

Ansgehend von einigen Gesetzen der Mechanik wnrden wir sehr bald auf einen wesentlichen Widerspruch zwischen diesen Gesetzen nnd der gewöhnlichen Theorie der Maschinen geführt; um denselhen aufzulösen, war es nöthig, unter die Zahl der mechanischen Erscheinungen anch die Wärmeerscheinungen zn rechnen, welche in der ganzen Maschine während ihrer Bewegung stattfinden. Die durch die Reibnng entwickelte Wärme ist uns als das hanptsächliche Aequivalent der zwischen der motorischen und der Widerstandsarbeit bestehenden Differenz erschienen, die während des Ganges der Dampfmaschine absorbirte Wärme als das Aequivalent der gesammten Arbeit dieser Maschine.

Die Uebereinstimmung der ans der Untersuchung dieser heiden Arten von Erscheinungen abgeleiteten numerischen Resultate hat uns Vertrauen in die Zuverlässigkeit unserer Erörterungen eingeflösst und hat uns gestattet, den Begriff des mechanischen Aequivalentes der Wärme mit Genauigkeit aufznstellen. Wir haben ferner erkannt, auf welchen Widerspruch man geführt würde, wenn man annehmen wollte, dass dieses mechanische Aequivalent seinen Werth mit der Art der Erscheinnngen ändern könnte, und nachträglich haben wir uns von der Richtigkeit des neuen Principes noch dadnrch überzeugt, dass wir dasselbe anf verschiedene Weise anwendeten. Die erste Anwendung, mit der wir nns beschäftigt haben, behandelte die Volumen- oder Znstandsänderungen, welche die Körper dnrch die Wärme erleiden. Für feste und flüssige

Körper haben wir nicht viel mehr gethan, als die Schwierigkeiten gezeigt und flüchtig untersucht, durch welche Kunstgriffe man dieselben bewältigen kann. Ausführlicher haben wir die Gase behandelt. Die Erfahrnng hat uns gelehrt, dass in der atmosphärischen Lnft und anderen von ihrem Verflüssigungspunkte weit entfernten Gasen die Arbeit der Molekularkräfte, welche die Volumenänderung begleitet, Null oder unmerklich sein muss. Dieser Umstand gestattete uns, die Wärmemenge, welche einem Gase mitgetheilt werden muss, nm eine bestimmte äussere Arbeit zn leisten, mit dieser Arbeit selbst zu vergleichen. Hieraus ergab sich eine neue Bestimmung des mechanischen Aeqnivalentes der Wärme gleichzeitig mit einer nothwendigen Beziehung zwischen den verschiedenen mechanischen nnd thermischen Eigenschaften desselben Gases.

Ich habe mich in dieser Anseinandersetzung immer bemüht, Beobachtnng und Theorie gleichen Schritt halten zu lassen und Ihnen einigermaassen zu zeigen, dass jedes Experiment die Realisirung eines Gedankens ist, und habe endlich versucht, Ihnen möglichst anschaulich zn machen, wie fest alle Theile der neuen Theorie mit einander verbnnden sind.

Ich werde heute einen entgegengesetzten Weg einschlagen und werde mich sofort in die Mitte der Thatsachen, so zu sagen in die Mitte der praktischen Industrie versetzen, nnd ich werde versnchen, allgemeine physikalische Gesetze aus dem Studinm besonderer Erscheinungen hervorgehen zu lassen, die sich uns bei denjenigen Maschinen darbieten, deren bewegende Kraft ihre Ursache in der Wärme hat. Die Untersuchung der Wärmemaschinen [1]) wird also den Gegenstand des grössten Theiles dieser zweiten Vorlesung bilden, der Rest wird dazu bestimmt sein, Ihnen eine Uebersicht derjenigen Anwendungen der nenen Theorie zn geben, welche ausserhalb des Bereiches der Physik und besonders der Mechanik liegen.

II.

In der Technik sind besonders zwei Arten von Wärmemaschinen in Gebranch, die Dampfmaschinen und die Heissluftmaschinen [2]). Von den Heissluftmaschinen (calorische Maschinen) ist in den letzten Jahren viel gesprochen worden. Man hat ihren verschiedenen Vervollkommnnngen

[1]) Zu den Wärmemaschinen rechnen wir alle diejenigen Maschinen, deren bewegende Kraft von dem Verschwinden und der Umsetzung einer gewissen Wärmemenge herrührt. R.

[2]) Für Heissluftmaschinen sind gewöhnlich die Ausdrücke: Gasmaschinen, calorische Maschinen im Gebrauch. Wir nennen jede Maschine Heissluftmaschine, deren Wirkung von der Erhitzung und Ausdehnung und von der Abkühlung und Zusammenziehung eines permanenten Gases herrührt. R.

eine ausserordentliche Wichtigkeit beigelegt und man hatte auf ihre mechanische Leistungsfähigkeit fast unbegrenzte Hoffnungen gesetzt.

Es hatte sich eine mehr oder weniger oberflächliche Kenntniss der Joule'schen Experimente über die Gase im Publicum verbreitet und man glaubte fest, dass der Tag nicht mehr fern sei, an dem es der Industrie gelingen werde, die gesammte vom Brennmateriale gelieferte Wärme in mechanische Arbeit umzusetzen. Andererseits bildeten sich, seitdem Regnault's Versuche über die latente Wärme der Verdampfung zu zeigen schienen, dass man in der Dampfmaschine nur einen ganz unerheblichen Bruchtheil der Kraft der mitgetheilten Wärme wirklich verwerthe, viele Physiker ein ungünstiges Urtheil über die Dampfmaschine. So ist eine Art von Conflict entstanden, ich möchte nicht sagen zwischen der Theorie und der Erfahrung, sondern zwischen einer Ansicht, die scheinbar mit der Theorie übereinstimmt, und den fortwährenden Resultaten der Praxis. Die Technik hat bei den Gasmaschinen nie einen genügenden ökonomischen Nutzen gefunden, um dadurch die ausserordentlichen Schwierigkeiten aufzuwiegen, die sich bisher einer allgemeinen Verwendung dieser Maschine in der Industrie entgegengestellt haben. Es wird vorzugsweise der nächste Gegenstand unserer Untersuchung sein, abzuwägen, welche Bedeutung dieser scheinbare Conflict hat. Ich werde zunächst die Betrachtungsweise besprechen, durch welche man die ausserordentliche Unvollkommenheit der Dampfmaschine vom ökonomischen Standpunkte aus darzuthun suchte. Der grösseren Klarheit wegen wähle ich ein numerisches Beispiel und zwar das einer Dampfmaschine, die mit fünf Atmosphären Druck, also folglich bei einer Temperatur von 152° arbeitet, und werde zunächst voraussetzen, dass dieselbe, wie die meisten Hochdruckmaschinen, keinen Condensator besitze. Der Dampf tritt in den Cylinder im Sättigungszustande bei einer Temperatur von 152° ein, die Bildung eines jeden Kilogrammes Dampf fordert nach den Versuchen Regnault's eine Wärmemenge, welche durch die Zahl 653, vermindert um die Temperatur t des Wassers, mit welchem der Kessel gespeist wird, gegeben ist. Durch den Eintritt in den Cylinder hebt der Dampf den Kolben, bis die Communication mit dem Kessel unterbrochen wird, er expandirt sich und strömt endlich, wenn er nur noch den Druck einer Atmosphäre besitzt, in die Luft aus. Nimmt man an, dass der Dampf während der Expansion gesättigt bleibt, so beträgt die Endtemperatur 100° und jedes Kilogramm Dampf, welches den Cylinder verlässt, nimmt eine Wärmemenge von $637 - t$ Einheiten mit sich fort, die es abgiebt, wenn es wieder in den flüssigen Zustand und zwar in Wasser von der Temperatur t übergeht. Der Dampf lässt also von den $653 - t$ Wärmeeinheiten, die er absorbirt, um sich zu bilden, nur 16 in der Maschine. Diese 16 Einheiten verwandeln sich allein in Arbeit, der gesammte Rest wird unnütz in die Atmosphäre verstreut.

Wenn t z. B. nur 10° beträgt, so verwerthet man in der Dampfmaschine nur $^{16}/_{643}$, d. i. weniger als $^{1}/_{40}$ von der dem Kessel durch das

Brennmaterial gelieferten Wärme. Dieser Bruch, der den Namen „ökonomischer Coefficient“ erhalten mag, wächst etwas durch Anbringung eines Condensators, aber er bleibt immer sehr klein. Hat z. B. der Condensator eine Temperatur von 40° und expandirt sich der Dampf im Cylinder so weit, dass seine Spannung bis auf die des Condensators reducirt wird, das ist auf 55 mm, was in der Praxis wohl niemals vollkommen erreicht wird, so ist die Wärmemenge, welche ein Kilogramm Dampf dem Condensator zuführt, nur gleich

$$619 - 40 = 579 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Wenn ferner der Condensator mit dem Kesselwasser selbst gespeist wird, so erfordert jedes Kilogramm Dampf zu seiner Bildung nur

$$653 - 40 = 613 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

34 Wärmeeinheiten sind also verwerthet, und da der gesammte Wärmeaufwand nur 613 Einheiten beträgt, so erhebt sich der Werth des ökonomischen Coefficienten auf $^{34}/_{613}$, das ist ungefähr gleich $^{1}/_{18}$.

Der Condensator bietet also einen erheblichen Vortheil, aber die verwendete Wärme bleibt noch immer ausserordentlich gering gegenüber dem gesammten Wärmeverbrauch.

Nahezu mit denselben Worten hat Regnault eine Kritik der Dampfmaschine gegeben, die man allerorts wieder abgedruckt hat, durch dieselbe schien der wichtigste Motor unserer Industrie zu einem der ungeschicktesten Apparate gestempelt zu werden.

Befragen wir nun die Erfahrung. Die Abhandlung Hirn's, der ich schon in der vorigen Vorlesung wichtige Resultate entlehnt habe, wird uns die Grundlage zur Beantwortung geben. Man findet daselbst vier genügend übereinstimmende Versuchsreihen, die sich auf Dampfmaschinen beziehen, die nahezu identisch mit denjenigen sind, die wir eben betrachtet haben. Die Temperatur des Kessels betrug im Mittel bei diesen vier Versuchen 146°, die des Condensators 34°. Setzen wir vollkommene Expansion voraus, so ergiebt uns die eben angewendete Betrachtungsweise für den ökonomischen Coefficienten $^{34}/_{617}$, was näher an $^{1}/_{18}$ als an $^{1}/_{19}$ liegt. Dies würde mithin die oberste Grenze sein, die nie überschritten werden könnte und die wahrscheinlich bei den Versuchen niemals erreicht worden sein würde. Es ist jedoch der eigenthümliche Umstand eingetreten, dass die Maschinen Hirn's viel günstigere Resultate ergeben haben. Der Ueberschuss der vom Dampfe dem Kessel entnommenen über die dem Condensator zugeführten Wärme, d. i. der nützliche Aufwand derselben, betrug nie weniger als $^{1}/_{10}$ des Gesammtaufwandes, war einmal sogar $^{1}/_{6}$ und im Mittel $^{1}/_{8}$.

Der Widerspruch ist also fertig. Auf der einen Seite ergiebt eine Theorie, welche manchen Physikern wohl annehmbar erschien, unter den gegebenen Umständen für den ökonomischen Coëfficienten einer Maschine einen Werth, der wenig höher als $^{1}/_{19}$ ist, anderentheils führen Versuche, die sich auf Maschinen beziehen, die in der Technik verwendet werden, also auf Maschinen, die ohne Zweifel weit von der Vollkommenheit ent-

fernt sind, welche Apparate besitzen müssten, die zur Bestimmung dieses ökonomischen Coefficienten besonders hergestellt wären, auf einen Werth, der doppelt so gross ist, als der verlangte. Die gute Ausführung der Versuche ist gewährleistet durch den angenäherten Werth des mechanischen Aequivalentes der Wärme, den sie geliefert haben. Es muss sich also in irgend einem Theile der theoretischen Betrachtung ein Fehler finden.

Nun haben wir aber ohne jeden Beweis vorausgesetzt, dass der Dampf, welcher nach seiner Expansion den Cylinder verlässt und je nach Umständen in die Atmosphäre oder in den Condensator entweicht, gesättigter Dampf sei. Dies aber gestattet uns als einzige Grundlage unserer Berechnung die von Regnault bestimmte totale Verdampfungswärme zu verwenden. Die von Hirn beobachteten Thatsachen widerlegen diese ganz grundlose Annahme und lehren uns, dass die Erscheinung der Expansion nach viel complicirteren Gesetzen stattfindet, derart, dass ein viel grösserer Theil der insgesammt verausgabten Wärme nützlich verwerthet wird. Der Dampf kann also, während er sich expandirt, nicht gesättigt bleiben. Er kann sich noch weniger über den Sättigungspunkt erwärmen und sich am Ende der Ausdehnung im Zustande überhitzten Dampfes befinden, d. h. eine geringere elastische Kraft besitzen, als dem Maximum der Spannung für seine Temperatur entspricht, denn eine gegebene Menge überhitzten Dampfes würde in den Condensator oder in die Atmosphäre mehr Wärme überführen, als dieselbe Menge gesättigten Dampfes und der ökonomische Coefficient würde noch unter den durch die obige Betrachtung gefundenen Werth herabsinken.

Ausser diesen beiden eben verworfenen Annahmen ist nun nur noch die eine dritte möglich, dass nämlich der anfänglich gesättigte Dampf sich während seiner Expansion im Cylinder der Maschine condensirt und theilweise in den flüssigen Zustand zurückkehrt. Diese dritte Hypothese ist auch die richtige. Man kann zur Unterstützung dieser Schlussfolgerung eine tägliche Beobachtung der industriellen Praxis und Ergebnisse directer Versuche hinzufügen. Jedermann kennt die schädliche Anhäufung von Flüssigkeit, die im Innern des Cylinders einer Maschine stattfindet, wenn dieselbe nicht von einem Dampfmantel umgeben ist. Einer der hervorragendsten Civilingenieure Englands, Macquorn Rankine[1]), hat nachgewiesen, dass die hauptsächliche Ursache dieses Niederschlages in der Condensation zu suchen ist, welche die Expansion begleitet und nicht, wie man glaubte, in der zufälligen Ueberführung flüssigen Wassers aus dem Kessel in den Cylinder. Den directen experimentellen Beweis hat Hirn geliefert. Ein Kupfercylinder von 2 m Länge und 0,15 m Durchmesser war an seinen beiden Enden durch zwei vollkommen durchsichtige, ziemlich dicke Glasplatten geschlossen, welche gestatteten durch

[1]) Vollkommen gleichzeitig und unabhängig von Rankine, hat in Deutschland Clausius dieselbe Entdeckung gemacht. R.

seinen inneren Raum hindurch zu sehen; an diesem befanden sich zwei Röhrenaufsätze mit Hahnenverschluss, von welchen der eine mit dem Dampfkessel, der andere mit der atmosphärischen Luft in Verbindung stand. Zuerst wurde der Hahn, welcher mit der Atmosphäre communicirte, nur äusserst wenig geöffnet, man stellte dagegen vollständige Verbindung mit dem Kessel her. Der Dampf strömte ein, verjagte die Luft aus dem Apparat, erwärmte die Wände und füllte schliesslich den Raum aus, der Dampf verblieb dabei im gesättigten und trockenen Zustande. Der Cylinder war alsdann so durchsichtig, als ob er nur mit gewöhnlicher Luft gefüllt wäre. War dieser Zustand eingetreten, so öffnete man den Hahn, der die Verbindung mit der Atmosphäre herstellte; der Dampf entwich sehr rasch und dehnte sich von selbst aus. Im selbigen Augenblicke bildete sich im Innern des Cylinders eine Wolke, der Durchsichtigkeit folgte vollkommenste Undurchsichtigkeit und die Condensation, welche die Expansion begleitet, wurde so dem Beobachter sichtbar.

Ich brauche Ihnen kaum auseinanderzusetzen, dass diese Condensation das Verhältniss der Wärme, welche in der Dampfmaschine in Arbeit verwandelt wird, vermehrt. Jedes Kilogramm Dampf, welches aus dem Kessel in den Cylinder gelangt, fordert für seine Bildung die oben angegebene Wärmemenge, aber die Wärmemenge, welche der Dampf behält, wenn er in den Condensator oder die atmosphärische Luft ausströmt, wird vermindert um die latente Wärme, welche diejenige Dampfmenge verlassen hat, die bei der Expansion in den flüssigen Zustand übergegangen ist.

Es ist nicht nur gesättigter Dampf, der den Cylinder verlässt, es ist ein Gemenge von Dampf und flüssigem Wasser, und die in Arbeit umgewandelte Wärme ist folglich nicht mehr gleich der Differenz der gesammten Verdampfungswärme bei zwei verschiedenen Temperaturen, sondern gleich dieser Differenz vermehrt um einen erheblichen Bruchtheil der latenten Wärme. Die Condensation während der Expansion ist also der physikalische Vorgang, dem die Dampfmaschine den grössten Theil ihrer bewegenden Kraft verdankt (siehe Note 14).

III.

Betrachten wir jetzt die Heissluftmaschinen und sehen zu, wie viel von den Hoffnungen berechtigt ist, die man an ihre Erfindung knüpfte. Ohne Zweifel könnte man in einer solchen Maschine die gesammte Wärme in Arbeit verwandeln, wenn es sich in derselben überhaupt um nichts Anderes handelte, als darum, einen mit Gewicht belasteten Kolben zu heben und diesen dann in der Stellung zu belassen, in die man ihn gebracht hat. Die Industrie aber verlangt von der Maschine eine ganz andere Thätigkeit; sie verlangt eine stetige Thätigkeit, eine periodische

Bewegung, die sich so lange unaufhörlich wiederholt, als die Kraft der Wärme verwendet wird. Es ist z. B. nöthig, dass der Kolben einer Heissluftmaschine, nachdem er auf bestimmte Höhe gehoben worden ist, in seine ursprüngliche Stellung zurückkehre und dass die Aufeinanderfolge dieser beiden wechselnden Bewegungen unaufhörlich wiederholt werde. Aber die unter dem Kolben befindliche Luft setzt der niedergehenden Bewegung desselben einen Widerstand entgegen, der nur durch den Aufwand einer gewissen Kraftmenge überwunden werden kann; während die Luft sich aber verdichtet, erwärmt sie sich und diese Wärme, die sie entbindet, muss ihr entzogen werden, um den anfänglichen Zustand vollständig wieder herzustellen.

Wenn sich also auch in der ersten Periode des Ganges der Maschine die gesammte Wärme, die mitgetheilt worden ist, in Arbeit umsetzen kann, so wird in der zweiten Periode ein Theil der so producirten Arbeit dadurch verbraucht, dass Wärme in der Maschine selbst wieder hergestellt wird; nur der Rest der Arbeit ist ausserhalb disponibel.

Es gehört eine gründliche Auseinandersetzung dazu, um zu zeigen, dass wenn Alles compensirt wird, die Heissluftmaschine einen erheblichen Vorzug vor den anderen Maschinen behält; aber die geringe Grösse der inneren Arbeit eines Gases ermächtigt uns für jetzt keineswegs zuzustimmen. Versuchen wir diese Betrachtung zuerst an einem besonderen Beispiel, und zwar wählen wir dazu diejenige Maschine, deren Theorie die einfachste ist und die in der Praxis am meisten erprobt worden ist, es ist dies die Maschine von **Robert Stirling**, deren Erfindung und Anwendung bis zum Jahre 1816 zurückgeht.

In dieser Maschine wird die Luft zuerst bei constantem Volumen erwärmt, hierauf dehnt sie sich bei unveränderter Temperatur aus, wird alsdann auf die ursprüngliche Temperatur zurückgeführt, während sie ihr neues Volumen beibehält, und schliesslich ohne Temperaturänderung auf ihr Anfangsvolumen gebracht. Die Ausdehnung vollzieht sich bei einer viel höheren Temperatur und mithin bei einem viel höheren Drucke, als die Zusammendrückung; die durch die erstere erzeugte Arbeit ist grösser, als die durch letztere absorbirte Arbeit, und der Ueberschuss kann eine beliebige äussere Verwendung finden.

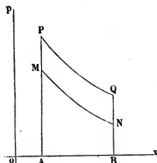
Stellen wir diese aufeinander folgenden Vorgänge durch eine geometrische Construction dar. Es sei OA (Fig. 4) das Volumen der Gewichtseinheit Gas bei der Anfangstemperatur t_0 und es sei die Ordinate AM gleich dem entsprechenden Drucke p_0. Die Luft wird zuerst, ohne dass sich ihr Volumen ändert, von der Temperatur t_0 auf die Temperatur t_1 gebracht, wozu eine Wärmemenge

$$c_v (t_1 - t_0)$$

nöthig ist, wenn c_v die specifische Wärme bei constantem Volumen bezeichnet. Während dieses Vorganges steigt der Druck und wird gleich p_1, d. h. in unserer Figur gleich der Ordinate AP. Aber das Volumen bleibt unveränderlich, es wird also keine Arbeit geleistet. Es ist nur nöthig,

dass der auf den Kolben ausgeübte Druck von p_0 auf p_1 wachse, damit dieser unbeweglich bleibe. Hierauf wird die Last des Kolbens allmählich vermindert, die Luft dehnt sich aus ohne ihre Temperatur zu ändern und gelangt vom Volumen v_0 auf das Volumen v_1, welches durch die Abscisse AB dargestellt wird. Die Temperatur bleibt constant, das Volumen der Luft ändert sich umgekehrt proportional dem Drucke und der Bogen PQ, der einer gleichseitigen Hyperbel angehört, stellt das Gesetz dieser Aenderung dar; die letzte Ordinate BQ misst den Enddruck. Es wird eine äussere Arbeit geleistet, die in der Figur durch die Fläche $APQB$ dargestellt wird, welche zwischen dem hyperbolischen Bogen PQ, der Abscissenaxe und den beiden Ordinaten AP und BQ liegt. Aber in derselben Zeit muss man, um die Abkühlung zu verhüten, welche die Ausdehnung hervorzurufen strebt, der Luft eine Wärmemenge zuführen, welche das Aequivalent der durch die Fläche $APQB$ dargestellten äusseren Arbeit ist. In einer dritten Operation führt man das Gas auf die Anfangstemperatur t_0 zurück, ohne dass sich das Volumen ändert. Der Druck wird somit von BQ auf BN zurückgeführt, ohne dass weder eine Ausgabe noch eine Entwickelung von Arbeit stattfindet, man entzieht also der Luft eine Wärmemenge, die ausdrückbar ist durch:

Fig. 4.



$$c_v\,(t_1 - t_0),$$

wenn man annimmt, wie es äusserst wahrscheinlich ist, dass die specifische Wärme der Luft bei constantem Volumen unabhängig von der Dichte ist. In einer vierten und letzten Periode endlich comprimirt man das Gas, während man seine Temperatur constant erhält, bis sein Volumen den Werth v_0 angenommen hat. Hierfür ist ein Aufwand von Arbeit und eine Entziehung von Wärme nöthig. Der Hyperbelbogen MN stellt die Beziehung zwischen Volumen und Druck dar, während die Temperatur unveränderlich ist; die Fläche $ABNM$ ist der Ausdruck des Arbeitsaufwandes; die entbundene Wärme q' hat genau diesen Aufwand zum mechanischen Aequivalente.

Schliesslich empfängt also das Gas in den beiden ersten Operationen eine Wärmemenge gleich

$$c_v\,(t_1 - t_0) + q$$

und entwickelt eine äussere Arbeit, welche geometrisch durch die Fläche $APQB$ dargestellt wird. In den beiden folgenden Operationen giebt das Gas eine Wärmemenge ab, gleich

$$c_v\,(t_1 - t_0) + q'$$

und erfordert den Aufwand einer Arbeitsmenge, der geometrisch durch

die Fläche *ABNM* dargestellt wird. Es wird also gleichzeitig eine Wärmemenge $q - q'$ verbraucht und dafür eine disponible Arbeitsmenge producirt, welche durch die Fläche *MPQN*, d. h. durch die Differenz zwischen *APQB* und *ABNM* dargestellt wird; ausserdem wird die Wärmemenge

$$c_v (t_1 - t_0) + q'$$

von einem warmen Körper auf einen kälteren übertragen. Der nützliche Aufwand von Wärme ist also einfach $q - q'$, während der Totalaufwand $c_v (t_1 - t_0) + q$ nnd der nicht nützliche Aufwand $c_v (t_1 - t_0) + q'$ zu sein scheint.

Bei einiger Aufmerksamkeit kann man aber leicht einsehen, dass der letzte Theil der Schlussfolgerung nicht genau ist nnd dass nnr die Wärmemenge q' unnöthig verausgabt wird und für immer für die Unterhaltung der bewegenden Kraft der Maschine verloren ist.

Die Wärmemenge $c_v (t_1 - t_0)$, welche das Gas in der dritten Periode des Vorganges abgiebt, während es sich von t_1 auf t_0 abkühlt ohne sein Volumen zu ändern, kann vollständig verwendet werden, um die Temperatur t_0 einer anderen Gasmasse, welche gleich der Gewichtseinheit ist, auf die Temperatnr t_1 zn erwärmen; diese Gasmasse wird dadnrch vorbereitet, nm eine Arbeit ohne Temperaturänderung zu leisten, und wenn diese zweite Gasmasse sich auf ihrem Wege abkühlt, so kann die Wärme welche diese abgiebt, dazu dienen, die erste Gasmenge von t_0 auf t_1 znrückzuführen u. s. w. Dnrch diese Anordnnng wandert die Wärmemenge $c_v (t_1 - t_0)$ von der einen auf die andere der beiden Gasmassen, die zu dem stetigen Gange der Maschine erforderlich sind. Da man sich eine vollkommene Maschine vorstellen kann, in der sich diese Wanderung ohne Verlust vollzieht, so nimmt thatsächlich diese Wärmemenge nicht Antheil an der nützlichen oder nnnützlichen Ausgabe von Wärme; sie ist in jeder Periode vollständig disponibel. Anders verhält es sich mit der Wärmemenge q', welche das Gas verlässt, während dasselbe bei constanter Temperatur comprimirt wird. Da sie vollständig in einem Abkühlnngsapparate angehäuft wird, dessen Temperatur t_0 ist, so kann man sie nicht mehr verwenden, um das Gas über diese Temperatur zu erhöhen, noch dazu, die Temperatur desselben während der Ausdehnnngsperiode auf t_1 zn erhalten. Sie kann ohne Zweifel dazu dienen, eine andere Maschine zu bewegen, in welcher die höchste Temperatnr, welche dem Gase mitgetheilt wird, t_0 nicht überschreitet, aber für den Gang der ersten ist sie von dnrchans keinem Nntzen mehr. Man muss sagen, dass sie als reiner Verlust verausgabt wird, während sich die Wärmemenge $q - q'$ in Arbeit umsetzt.

Es ist also:

$$\frac{q - q'}{q}$$

das Verhältniss der nützlichen Wärmeausgabe zur totalen (siehe Note 15).

Die Grössen q und q' sind leicht zu ermitteln, da sie Arbeitsgrössen als mechanische Aequivalente haben, die geometrisch durch die Flächen $APQB$ und $AMNB$ dargestellt sind. Hieraus folgt, wenn man immer mit J das mechanische Aequivalent der Wärme bezeichnet:

$$J\,q = \text{Fläche } (APQB)$$
$$J\,q' = \text{Fläche } (AMNB)$$
$$\frac{q - q'}{q} = \frac{\text{Fläche } (APQB) - \text{Fläche } (AMNB)}{\text{Fläche } (APQB)}.$$

Was die Bestimmung der hyperbolischen Flächen betrifft, so ist dies eine der einfachsten Aufgaben der Integralrechnung. Man hat, wenn man die bekannten Formeln anwendet:

$$\text{Fläche } (APQB) = p_1\, v_0\, .\, log\ nat \frac{v_1}{v_0},$$
$$\text{Fläche } (AMNB) = p_0\, v_0\, .\, log\ nat \frac{v_1}{v_0}.$$

Nun sind aber p_1 und p_0 die Drücke derselben Gasmasse bei demselben Volumen v_0, bei den Temperaturen t_1 und t_0. Man hat, wenn α den Ausdehnungscoefficienten bezeichnet,

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{1 + \alpha\, .\, t_1}{1 + \alpha\, .\, t_0}.$$

Man erhält also endlich:

$$\frac{q - q_1}{q} = \frac{p_1 - p_0}{p_1} = \frac{\alpha\,(t_1 - t_0)}{1 + \alpha\, t_1}$$

und das ist eine Formel von bemerkenswerther Einfachheit, welche unmittelbar den ökonomischen Coefficienten einer Maschine des beschriebenen Systems zu berechnen gestattet, vorausgesetzt, dass man die beiden Grenztemperaturen kennt, zwischen denen dieselbe arbeitet. Es ist ausserdem vollkommen klar, dass dieser theoretische Coefficient ein Maximalwerth ist, hinter welchem der thatsächliche Coefficient stets erheblich zurückbleiben wird. Setzen wir nun eine Gasmaschine voraus, welche zwischen denselben Temperaturgrenzen thätig ist, als die Maschine Hirn's, so ergiebt vorstehende Formel, wenn man hierin $t_1 = 146^0$, $t_0 = 34^0$, $\alpha = \frac{1}{273}$ setzt, für den grössten möglichen Werth des Verhältnisses der nützlichen Wärmeausgabe zur totalen $\frac{112}{419}$, d. h. etwas weniger als $\frac{2}{7}$. Diese Zahl ist nicht so erheblich grösser als $\frac{1}{8}$, welche Hirn für eine gewöhnliche Dampfmaschine gegeben hat, dass man daraus schliessen könnte, dass die eine Maschine erhebliche Vorzüge vor der anderen besässe. Es würde nicht staunlich sein, wenn die Unvollkommenheiten

einer Gasmaschine, die zwischen 146° und 34° thätig wäre, den nützlichen Arbeitsaufwand der Wärme auf $^1/_8$ des totalen Aufwandes herabdrückte. Die Ueberlegenheit, die man gewöhnlich der Gasmaschine zugeschrieben hat, wird also durch diese erste Untersuchung keineswegs gerechtfertigt.

IV.

Aber man kann weiter gehen und feststellen, dass vom ökonomischen Standpunkte aus alle Maschinen, wenn sie zwischen denselben Temperaturen thätig sind, denselben Werth ergeben. Wenn man eine Maschine irgend eines Systemes ebenso untersucht, wie wir eben die von Robert Stirling untersucht haben, so erkennt man:

1) dass in irgend einer gegebenen Maschine das Verhältniss des nützlichen Aufwandes zum totalen Wärmeaufwande dann ein Maximum ist, wenn keine Wärmemenge verwendet wird, die Temperatur des Gases zu ändern, oder wenn wenigstens diese erforderliche Wärmemenge eine begrenzte Menge ist, welche die Maschine nicht verlässt und immer aufs Neue zu demselben Zwecke verwendet wird.

2) Dass in diesem Falle das Maximalverhältniss durch den Bruch

$$\frac{\alpha\,(t_1 - t_0)}{1 + \alpha\, t}$$

dargestellt wird, wenn t_1 und t_0 die höchste und niedrigste Temperatur bezeichnen, die im Gange der Maschine vorkommen (siehe Note 16).

Man kann diesem Ausdrucke eine bemerkenswerthe Deutung geben, wenn man Zähler und Nenner des Bruches durch den Ausdehnungscoefficienten α dividirt. Er erhält dann die Form

$$\frac{t_1 - t_0}{\frac{1}{\alpha} + t_1},$$

die man auch schreiben kann

$$\frac{T_1 - T_0}{T_1},$$

wenn man allgemein

$$T = \frac{1}{\alpha} + t$$

setzt, d. h. die Temperatur zählt, indem man von $-\frac{1}{\alpha}$ oder $-273°$ ausgeht. Aber was ist diese Temperatur, die, wenn sie an Stelle des gewöhnlichen Nullpunktes zum Ausgange der Temperatur gewählt wird,

den Ausdruck des ökonomischen Coefficienten der Gasmaschinen derartig vereinfacht? Es wäre dies diejenige Temperatnr, auf welche man ein Gas abkühlen müsste, damit, wenn das Volumen constant erhalten würde, sein Druck den Werth Null annähme. Es ist dies diejenige Temperatnr, bei welcher die Moleküle, während sie ihre nrsprüngliche Distanz beibehalten, die sie bei gewöhnlicher Temperatur besitzen, absolnt unbeweglich geworden wären, d. h. nicht mehr auf äussere Körper durch ihre stetigen Stösse wirken, also aufhören würden, den mechanischen Effect hervorzubringen, den wir Druck nennen. Mit einem Worte, es ist dies die Temperatnr bei welcher die Snmme der lebendigen Kräfte Null sein würde. Die Ausdrücke lebendige Kraft und Wärme sind aber für uns gleichbedentend geworden und wir können sagen, ohne den festen Boden der Thatsachen zu verlassen, dass die Temperatur — 273° der absolute Nullpnnkt der Wärme sei.

Man hatte sich auf verschiedene Weise bemüht, denselben zu bestimmen, nnd in einer gewissen Epoche glaubte man, dass er von *allen* beobachtbaren Temperatnren nnendlich weit entfernt sei. Von diesem Ausgangspnnkte aus gezählt führen die Temperatnren natürlich den Namen „absolnte Temperaturen". Mit Hülfe dieser Definition lässt sich der allgemeine Satz, welcher die Theorie aller Heisslnftmaschinen umfasst, folgendermaassen anssprechen:

„In allen Heissluftmaschinen, in welcher Weise dieselben anch thätig sein mögen, wenn nur kein Theil der Wärme nnnütz znr Temperaturerhöhung des Gases verbraucht wird, ist das Verhältniss des nützlichen Wärmeaufwandes zum totalen gleich der Differenz der absoluten Temperatnren, zwischen denen die Maschine arbeitet, getheilt durch die grössere dieser Temperaturen" (siehe Note 17).

Macht Ihnen die Einfachheit dieses Ausdruckes nicht den Eindruck, als ob wir vor einem nenen Naturgesetze ständen? Erscheint es Ihnen nicht wahrscheinlich, dass der Ausdruck $\frac{T_1 - T_0}{T_1}$ immer das Verhältniss des nützlichen zum totalen Aufwande in einer Wärmemaschine bezeichnet? welches auch die Erscheinungen sein mögen, die sich in derselben vollziehen, nnd welches auch die Körper sein mögen, die man als Vermittler der Umwandlung von Wärme in Arbeit verwendet.

In der That, wollte man diesem Verhältnisse bei zwei verschiedenen Maschinen, die zwischen denselben Temperaturgrenzen arbeiten, zwei verschiedene Werthe zuschreiben, so wäre dies ziemlich ebenso nnmöglich, als wenn man dem mechanischen Aequivalente der Wärme zwei verschiedene Werthe zuschreiben wollte.

Beachten wir zunächst, dass in einer Wärmemaschine der Ueberschuss des totalen Wärmeaufwandes über den nützlichen derjenige Theil von der der Fenerung entnommenen Wärme ist, welcher durch die Thätigkeit der Maschine anf einen kälteren Körper übertragen wird, und so für immer für die Maschine verloren ist. Wenn die Maschine

umkebrbar ist, und nothwendiger Weise müssen dies alle Maschinen sein, die auf Ausdehnung oder Zustandsänderung beruhen, so wird dieselbe, wenn sie sich durch Anwendung einer äusseren bewegenden Kraft in entgegengesetztem Sinne als gewöhnlich bewegt, Wärme einem kälteren Körper entnehmen und sie auf einen heissen Körper übertragen; in diesem häuft sie dann auch alle Wärme an, die sie in ihrem Inneren erzeugt, während sie gleichzeitig Arbeit consumirt.

Das Verhältniss der geschaffenen Wärmemenge zur gesammten Wärmemenge, welche dem heissen Körper zugeführt wird, ist genau gleich dem Verhältniss der nützlichen Wärmeausgabe zur totalen Ausgabe bei dem gewöhnlichen Gange der Maschine.

Setzen wir jetzt aber einmal voraus, dass das Verhältniss, um das es sich handelt, in zwei verschiedenen Maschinen zwei verschiedene Werthe habe. Es ist nicht schwer, sich diese beiden Maschinen derart verbunden zu denken, dass diejenige Maschine, in der dieses Verhältniss den grösseren Werth hat, die andere Maschine in einem ihrem gewöhnlichen Gange entgegengesetzten Sinne in Bewegung setze und dass die ganze durch die Wirkung der Wärme in der ersten entwickelte Arbeit vollständig aufgebraucht werde, die zweite in Gang zu setzen. Die Thätigkeit dieser beiden Maschinen würde, einmal eingeleitet, sich ins Unendliche erhalten, ohne dass ein Wärmeaufwand oder ein Aufwand von Arbeit nöthig wäre, da alle in der ersten Maschine consumirte Wärme unaufhörlich in der zweiten wieder erzeugt würde.

Es sei H die in der einen Maschine consumirte und in der anderen in derselben Zeit wieder geschaffene Wärmemenge, R' und R'' das Verhältniss des nützlichen Wärmeaufwandes zum totalen in der ersten und in der zweiten Maschine, so würde dann nach unserer Voraussetzung

$$R' > R''$$

sein müssen.

Während die erste Maschine die Wärmemenge H zur Erhaltung ihrer Bewegung consumirt, überträgt sie von einer Wärmequelle, deren Temperatur t_1 ist, eine Wärmemenge $\frac{H}{R} - H$ auf den Abkühlungsapparat, dessen Temperatur t_0 ist; in derselben Zeit wird die zweite Maschine eine Wärmemenge H wiederherstellen und eine Wärmemenge $\frac{H}{R''} - H$ von dem Abkühlungsapparate nach der Wärmequelle übertragen. Das endliche Resultat des Zusammenwirkens beider Maschinen würde sein, dass von einem kalten auf einen heissen Körper die Wärmemenge $\frac{H}{R''} - \frac{H}{R'}$, ohne irgend welchen Aufwand anderer Art übertragen worden wäre. Wenn dieses Resultat nicht ein Widerspruch ist, vergleichbar mit dem der Herstellung eines Perpetuum mobile, so ist es doch jedenfalls ein directer Widerspruch mit dem allgemeinsten Gesetze,

das uns das Studium der Wärme gelehrt hat, und er ist wohl ausreichend, um die Hypothese, die uns auf diesen Schluss geführt hat, für unzulässig zu erklären.

Die Tendenz der Wärme, von einem Körper in den anderen überzugehen, ist in der That so zu sagen in der Definition des Begriffes „Ungleichheit der Temperatur" begründet; von zwei Temperaturen ist die desjenigen Körpers die höhere, welcher Wärme abgieht, und die Temperatur desjenigen Körpers, welcher Wärme aufnimmt, wird die niedrigere genannt. So lange keine Theorie mit Bestimmtheit die Verhältnisse definirt, die wir mit dem Namen „Temperatur" bezeichnen sollen, so findet man keinen entscheidenden Grund, warum die Reihenfolge der Temperaturen eine einzige sein soll, und man hält es für vielleicht nicht unmöglich, dass Körper, welche unter einander keine Wärme austauschen, und daher gleiche Temperatur zu haben scheinen, wenn sie in eine bestimmte Beziehung zu einander versetzt werden, Wärme austauschen und sich verhalten als ob sie verschiedene Temperatur *besässen*, dass es also nur darauf ankommt, dass man, ohne den Zustand der Körper zu ändern, ihre Wechselbeziehungen passend verändere.

Die Erfahrung spricht sich jedoch stets auf das Entschiedenste gegen diese Voraussetzung aus, sie hat immer gezeigt, dass die Gleichheit oder Ungleichheit der Temperatur eine absolute Thatsache ist, unabhängig von dem experimentellen Vorgange, durch den man dieselbe nachweist. Sind z. B. Temperaturen durch Leitung als gleiche erkannt worden, so sind sie auch gleich in dem Vorgange der Strahlung. Es ist selbst nach den äussersten Fortschritten der Theorie nicht möglich, eine Erklärung dieses Gesetzes zu geben (siehe Note 18). Es genügt, dass alle Thatsachen uns berechtigen, hierin von jetzt ab ein absolutes Princip zu erkennen.

Fourier hat auf diesen Grundsatz seine Theorie der strahlenden Wärme und des Gleichgewichtes der Temperaturbewegungen gegründet, und wenn nach Entdeckung der Verschiedenheit der Wärmestrahlung und der elektiven Absorption, welche die meisten Körper ausüben, die Theorie Fourier's ungenügend geworden ist und es daher für Manche scheinen könnte, als sei dieses Princip zweifelhaft geworden, so müssen heutzutage nach den bewunderswürdigen Entdeckungen, auf welche Kirchhoff durch eine neue Anwendung desselben Principes geführt worden ist, alle diese Zweifel schwinden.

Man nimmt durchaus nichts Hypothetisches an und man stützt sich auf die bestimmtesten Erfahrungsthatsachen, wenn man folgende beiden Sätze aufstellt.

Erstens ist es unmöglich, dass Wärme von einem warmen auf einen kalten Körper übergeht, ohne dass sich in derselben Zeit ein Phänomen vollzieht, welches als die Ursache dieses Ueberganges, welcher der natürlichen Tendenz der Wärme entgegengesetzt ist, angesehen werden kann. Im Besonderen kann keine Maschine, in der man weder Wärme

noch Arbeit verausgabt, irgend eine Erscheinnng dieser Art bewerkstelligen.

Zweitens folgt nothwendiger Weise ans diesem ersten Gesetze, dass das Verhältniss der nützlichen zur totalen Wärmeausgabe in einer Maschine, die sich auf wechselnde Aenderung des Volumens oder des Aggregatzustandes gründet, unabhängig von der Beschaffenheit dieser Körper und einzig durch die Temperaturextreme bestimmt ist, zwischen denen die Maschine thätig ist, voransgesetzt, dass nicht Wärme dazu verwendet wird, nm lediglich Temperatnränderungen hervorznbringen. Die Forme

$$\frac{T_1 - T_0}{T_1},$$

die sich unmittelbar für Heissluftmaschinen ergeben hat, gilt mithin für jede Maschine. Sie zeigt nns sofort, dass wenn eine Maschine einer anderen vom ökonomischen Gesichtspunkte ans überlegen ist, dies nicht davon herrührt, dass der Körper, welcher zur Uebertragung der Wärme und ihrer Umsetzung in Arbeit dient, diese oder jene Eigenschaft besitzt, welche veranlasst, dass in einer einzigen und bestimmten Operation sich eine grössere oder geringere Wärmemenge in Arbeit umsetzt. Den einzigen Vorzng, den die Ersetzung eines Körpers durch einen anderen darbieten kann, ist der, dass man zwischen weiteren Temperaturgrenzen operiren kann.

Von diesem Gesichtspunkte aus ist die Ueberlegenheit der Heissluftmaschine über die Dampfmaschine ersichtlich. Man kann nicht daran denken, die Temperatnr eines Dampfkessels erheblich über 150° bis 160° zu erwärmen, da man wegen des ausserordentlich raschen Anwachsens der Spannung, das man beobachtet, wenn man diese Grenze überschreitet, den Apparaten eine ausserordentliche Widerstandsfähigkeit geben müsste. Da es dagegen nicht viel weniger als einer Temperaturerhöhung von 273 Graden bedarf, um den Drnck eines Gases um eine Atmosphäre zn erhöhen, so erkennt man, welche enormen Temperaturgrenzen man bei einer Heissluftmaschine zulassen könnte, ohne ihren Wandungen eine grössere Festigkeit geben zu müssen, als diejenige ist, welche Dampfmaschinen gewöhnlich bei hohem Drucke besitzen.

Wir hätten also hier die Möglichkeit grössere ökonomische Vorzüge zu erzielen, wenn man nicht ebenso rasch durch eine praktische Unzulänglichkeit gehindert wäre; es ist dies die Oxydation und die damit Hand in Hand gehende nngemein rasche Zerstörung aller Metalltheile, die sich in steter Berührung mit sehr erhitzter Luft befinden. Die Anwendnng überhitzten Wasserdampfes scheint diese Nachtheile verschwinden zu lassen, ohne wesentlich die eigenthümlichen Vorzüge der Gasmaschine abzuschwächen. Ueberhitzter Wasserdampf ist in der That ein wirkliches Gas, sein Druck nimmt mit steigender Temperatur in der Nähe des Sättigungspunktes ohne Zweifel rascher zn, als der Druck der Lnft, aber alle seine thermischen und mechanischen Eigenschaften stimmen

immer mehr mit denjenigen der Lnft überein, je höher seine Temperatur steigt.

Man kann daher glanben, dass dieser besonderen Art von Maschinen, in welcher sich die Vorzüge der Heisslnftmaschinen mit denjenigen der Dampfmaschinen vereinigt finden, die Zukunft gehört.

Die Maschinen mit Dampf zweier Flüssigkeiten, von welchen schon seit einigen Jahren viel die Rede ist, haben den Zweck, die mechanische Ausbente der Wasserdampfmaschinen durch Erniedrigung der unteren Temperaturgrenze, bei welcher die Maschine noch nützlich thätig ist, zu vermehren. Der Wasserdampf, der im Condensator den flüssigen Zustand wieder annimmt, erhitzt eine leicht flüchtige Flüssigkeit, wie Aether, Chloroform, und verdampft dieselbe. Der neue Dampf setzt eine zweite Maschine in Thätigkeit. Dadurch war es möglich, die Temperatnr des Condensators in nützlicher Weise unter die Grenzen herabsteigen zn lassen, welche sonst für Condensatoren von Wasserdampfmaschinen zulässig sind. Bei dieser Einrichtnng wird also ein Anwachsen der bewegenden Kraft durch Erniedrigung der iu unserer Formel durch T_0 bezeichneten unteren Temperatur herbeigeführt; aber es ist ersichtlich, dass dieser Gewinn nicht mit dem vergleichbar ist, den man in einer Dampfmaschine mit überhitztem Dampfe durch das Steigen der oberen Temperatnr, die wir mit T_1 bezeichnet haben, erwarten darf.

V.

Es giebt noch eine dritte Art von Apparaten, die man unter die Wärmemaschinen zählen kann, wenngleich sie scheinbar vollkommen von der Heissluft- nnd Dampfmaschine verschieden ist, das sind die elektromagnetischen Maschinen, und trotz des geringen Erfolges, den diese Maschinen bis jetzt in der Technik gefunden haben, so würde ich glauben, dass in diesen Vorlesnngen eine erhebliche Lücke geblieben wäre, wenn ich mich nicht bemühen wollte, ihre mechanische Leistnngsfähigkeit nnd ihren ökonomischen Werth zu bestimmen.

Es giebt ausserdem vom Standpnnkte der reinen Wissenschaft aus kaum eine an interessanten und nenen Anschauungen fruchtreichere Untersuchung als die Theorie der elektromagnetischen Maschinen, und deshalb werde ich denselben wenigstens die gleiche Zeit widmen, als der Vergleichung der Dampf- und der Heissluftmaschine, wenn auch die praktische Wichtigkeit dieser beiden Arten von Apparaten in keinem Verhältniss zu einander steht.

Wenn man untergeordnete Verschiedenheiten vernachlässigt, so lassen sich alle elektromagnetischen Maschinen in zwei Classen eintheilen. es sind dies die oscillirenden nnd die rotirenden Maschinen. In den oscillirenden Maschiuen zieht eine feststehende Drahtspirale oder ein Elektromagnet, sobald er vom Strom in passender Richtnng durchlaufen

wird, entweder eine andere Drahtspirale, einen Elektromagneten, einen magnetischen Stahlstab, oder ein Stück weichen Eisens an. Sobald sich das bewegliche Stück der Berührung mit dem festen nähert, wird durch den Gang der Maschine ein Umschalter in Thätigkeit gesetzt, durch welchen die Anziehung in Abstossung umgesetzt oder durch die Anziehung eines entgegengesetzt gelegenen Stückes ersetzt wird. Die Bewegungsrichtung wird so in die entgegengesetzte verkehrt und diese Aenderungen wiederholen sich ohne Unterbrechung. Man kann diese Bewegungen ebenso verwenden, wie den Hin- und Hergang des Kolbens einer Dampfmaschine.

Bei den rotirenden Maschinen sind die festen und beweglichen Stücke in den Radien zweier concentrischer Kreise oder Räder angeordnet; der Durchgang des Stromes lässt das bewegliche Rad einer stabilen Gleichgewichtslage zustreben, aber im Augenblicke, in welchem diese erreicht ist, ändert die Wirkung des Commutators die Richtung der thätigen Kräfte und die rotirende Bewegung setzt sich ins Unbestimmte fort. Sie kann ebenso verwendet werden, wie jede Rotationsbewegung, die von irgend einer mechanischen Kraft herrührt. In beiden Fällen ist das Princip der Construction und der Ursprung der Kraft derselbe. Jederzeit suchen die gegenseitigen Wirkungen von Strömen oder Magneten einen Zustand stabilen Gleichgewichtes herbeizuführen, und eine physikalische Aenderung, welche das System in dem Augenblicke erleidet, in welchem diesem Streben genügt ist, bedingt die Fortsetzung der Bewegung. Was aber ist der mechanische Ausdruck dieser Gesammtheit von Erscheinungen?

Betrachten wir zuerst den Fall, dass die Maschine, trotz des Durchganges des Stromes durch ein festes Hinderniss in Ruhe erhalten werde. Die elektromotorische Volta'sche Kette und die Maschine bilden alsdann ein festes System, in welchem sich zwei verschiedene Arten von Vorgängen gleichzeitig vollziehen. In der Kette geht in einer bestimmten Zeit eine bestimmte Menge chemischer Wirkung vor sich, gleichzeitig wird in allen Leitern, die der Strom durchläuft, Wärme entwickelt, und so lange als die Maschine nicht im Gange ist, beschränkt sich Alles auf diese beiden Erscheinungen. In der Kette entfalten chemische Kräfte ihre Wirkungen, Atome gehorchen ihren Affinitäten und gehen von einem bestimmten Zustande in einen anderen über, in dem ihren Affinitäten Genüge geleistet ist und setzen sich ins Gleichgewicht. Aus der Definition der mechanischen Arbeit folgt, dass die in dieser Reihe von Aenderungen geleistete Arbeit eine positive ist. In dem System von Leitern, welches der Strom durchläuft, entwickelt sich eine bestimmte Menge der besonderen lebendigen Kraft, die uns als lebendige Kraft unmerklich ist, und die wir gewöhnlich Wärme nennen. Nothwendiger Weise muss eine Aequivalenzbeziehung zwischen der Arbeit der chemischen Kräfte und der gleichzeitig in den Leitern ausserhalb der Kette und der in der Kette selbst entbundenen Wärme bestehen. Einer ge-

gebenen Summe chemischer Wirkungen bestimmter Art muss die Entwickelung einer constanten Wärmemenge entsprechen, wie auch die Kette und der Stromkreis beschaffen sein mag, in welchen sich diese beiden Vorgänge gleichzeitig vollziehen.

Diese theoretische Schlussfolgerung ist durch einen bemerkenswerthen Versuch Favre's[1]) bestätigt worden. Er bediente sich eines Calorimeters besonderer Art, welches eigentlich nichts Anderes war, als ein riesiges Quecksilberthermometer, dessen Gefäss zwei Höhlungen enthielt, in welche man Körper von erheblichem Volumen einbringen konnte. Favre hat folgende Reihe von Bestimmungen ausgeführt. Zuerst brachte er in eine der Höhlungen des Gefässes ein einfaches galvanisches Element, welches durch einen Zink- und einen Platinstreifen gebildet wurde, die in gesäuertes Wasser tauchten und unter sich durch einen sehr starken und sehr kurzen Kupferdraht verbunden waren. Er bestimmte die Wärmemenge, die durch die Auflösung von 66 Grm., d. h. von einem Aequivalente Zink[2]) entbunden wurden, und das Mittel von mehreren gut übereinstimmenden Versuchen ergab, dass diese Wärmemenge im Stande ist, ein Wasserquantum von 37 360 Grm. um einen Grad zu erwärmen. Alsdann ersetzte er den dicken Kupferdraht, der ihm bei diesem Experimente zum Schliessen des Stromes gedient hatte, durch einen dünnen Draht von erheblicher Länge, der in eine Spirale gewunden war. Die durch die Auflösung einer bestimmten Quantität Zink im Elemente entwickelte Wärmemenge ergab sich viel kleiner und die Verminderung war um so stärker, je dünner und länger der äussere Draht war. Der Draht selbst erhitzte sich erheblich, und als man diesen in die andere Höhlung des Calorimeters einbrachte, so dass man die gesammte gleichzeitig im Elemente und im Stromkreise entbundene Wärme maass, so ergab sich die Summe dieser Wärmemenge genau gleich der im ersten Experimente gefundenen Menge. Die Auflösung von 66 Grm. Zink erzeugte wieder 37 360 Wärmeeinheiten. Auf die verschiedenste Weise verändert, mit Leitern und mit Elementen der verschiedensten Arten von Ketten führte das Experiment immer zu demselben Endresultate, so dass in allen Fällen, in welchen die Stromwirkung keine äussere Arbeit hervorbrachte, die im gesammten Stromkreise entbundene Wärme und die Arbeit der Affinitäten als einander vollkommen äquivalent angesehen werden kann.

Ist nun die Maschine in Bewegung, so entwickelt sich ausserhalb des Leiterkreises lebendige Kraft, oder es wird Arbeit geleistet, z. B. ein bestimmtes Gewicht auf eine gewisse Höhe erhoben. Bliebe die im

---

[1]) Schon 10 Jahre vor Favre sind dieselben Resultate auf experimentellem Wege von Joule gefunden und publicirt worden. Man sehe hierüber die erste Abhandlung Joule's vom Jahre 1843: Ueber die erwärmenden Wirkungen der Magneto-Elektricität und über den mechanischen Werth der Wärme. Joule, Das mechanische Wärmeäquivalent, Deutsch von Spengel. R.

[2]) Jetzt benutzt man die Zahl 65.2 als chemisches Aequivalent des Zinkes. R.

Stromkreise entwickelte Wärme dieselbe, so würde eine gleiche Menge Arbeit chemischer Kräfte einmal in der Kette eine gewisse Wärmemenge als Aequivalent besitzen, und im anderen Falle dieselbe Wärmemenge, vermehrt um eine gewisse mechanische Arbeit, was sichtlich unmöglich ist. Mithin muss, wenn durch die Stromwirkung in irgend einem Systeme von Spiralen oder Elektromagneten eine äussere Arbeit entwickelt wird, eine Verminderung der Wärmemenge eintreten, welche eine gegebene Menge chemischer Wirkungen im ganzen Stromkreise entbindet und diese Verminderung muss genau das Aequivalent der producirten Arbeit sein. Die Erfahrung hat diese Schlussfolgerung bestätigt. Im zweiten Hohlraume seines Calorimeters hat Favre den Leitungsdraht der vorhergehenden Versuche durch eine sehr kleine elektromagnetische Maschine ersetzt, die durch einen Mechanismus, den näher zu beschreiben unnöthig ist, eine Gewichtserhebung hervorbrachte. Unter diesen neuen Bedingungen wurden durch die Auflösung von 66 Grm. Zink weniger als 37 360 Wärmeeinheiten entbunden, und die beobachtete Differenz stand in constantem Verhältnisse zur Arbeit der Maschine (siehe Anmerkung 19 am Schlusse dieser Vorlesungen).

Jeder verschwundenen Wärmeeinheit entsprach eine äussere Arbeit von 443 Einheiten. Der Unterschied zwischen dieser Zahl und dem mechanischen Aequivalente der Wärme, welches Joule bestimmt hat, oder welches man aus den Eigenschaften der Gase herleitet, überschreitet nicht die Grenzen des Einflusses, den man rechtmässiger Weise den Beobachtungsfehlern zuschreiben kann.

VI.

Es findet also in einer elektromagnetischen Maschine, sobald sie eine mechanische Arbeit hervorbringt, thatsächlich ein Wärmeverlust statt; mit gutem Rechte habe ich daher soeben Maschinen dieser Art unter die Wärmemaschinen gerechnet. Ihre mechanische Kraft ist eine theilweise Umsetzung von Wärmekraft der chemischen Thätigkeit, die in der Kette stattfindet; ebenso wie die mechanische Kraft der Dampfmaschine eine theilweise Umsetzung der Wärmekraft der Verbrennung ist, die unter dem Kessel vor sich geht. In dem einen wie in dem anderen Falle schliesst diese Transformation das Bestehen gewisser physikalischer Gesetze ein, die man als eben so viele allgemeine Folgerungen der mechanischen Wärmetheorie ansehen kann. Das Studium der Dampfmaschine hat uns die Condensation des Wasserdampfes offenbart, welche die Expansion desselben begleitet; die Untersuchung der elektromagnetischen Maschinen macht uns die Nothwendigkeit der Inductionserscheinungen verständlich.

Man kann nur auf eine einzige Weise verstehen, inwiefern die Bewegung einer Maschine die in einem Leitungsdrahte durch eine gewisse

Menge chemischer Wirkung entwickelte Wärmemenge zn vermindern im Stande ist. Die Entwickelung von Wärme (welche in der Zeiteinheit stattfindet) ist jederzeit proportional dem Quadrate der Stromintensität, die Intensität aber selbst ist proportional der Menge chemischer Wirkung, welche in einer gegebenen Zeit stattfindet. Man erkennt leicht, dass die dnrch Auflösnng eines Aeqnivalentes Metall entwickelte Wärmemenge direct proportional der Intensität des Stromes ist, den dieser chemische Vorgang hervorbringt, oder nmgekehrt proportional der Zeit ist, welche verfliessen mnss, damit ein Aequivalent Metall aufgelöst wird [1]). Es ist also nöthig, dass in der Kette, deren Strom eine elektromagnetische Maschine in Gang setzt, die chemische Wirkung verlangsamt und folglich die Stromintensität durch die Bewegung der Maschine vermindert werde. Wenn ein Galvanometer in den Strom eingeschaltet wird, so muss seine Ablenkung im Znstande der Bewegung der Maschine kleiner sein, als wenn die Maschine stillsteht, und die Differenz muss um so grösser sein, je beträchtlicher die einer gegebenen chemischen Wirkung entsprechende Arbeit der Maschine ist. Dies wird durch die Erfahrung vollkommen bestätigt. Es kann kein Zweifel über die fnndamentale Thatsache bestehen, dass die Bewegung einer elektromagnetischen Maschine die Intensität des Stromes, der die Maschine durchlänft, vermindert. Was kann die Ursache dieser Verminderung sein? Ist es eine Znnahme des Widerstandes, der den Strom durchläuft? Ist es ein Vorgang, welcher dem ähnlich ist, der in den Elementen der Kette die beiden Elektricitäten trennt und in Bewegung setzt?

Eine Vermehrung des Widerstandes ist unmöglich, da die Erfahrung auf viele Weisen gezeigt hat, dass der Widerstand eines Leiters unabhängig davon ist, ob sich derselbe im Zustande der Ruhe oder dem der Bewegung befindet. Es ist also nothwendig, dass im Strome einer Maschine, deren Theile sich in relativer Bewegung befinden, die Tendenz hervorgerufen wird, einen dem bewegenden Strome entgegengesetzt lanfenden entstehen zn lassen, oder dass, um sich der üblichen Ausdrucksweise zu bedienen, eine elektromotorische Kraft erzengt wird, welche derjenigen der Kette entgegengesetzt gerichtet ist.

Was aber in einer Maschine in Folge der Bewegnng stattfindet, die sie durch sich selbst erlangt, muss auch in jedem Systeme von Leitern und Strömen in Folge einer auf irgend eine Weise hervorgebrachten Bewegung stattfinden. Wenn man mithin in der Nähe eines Magneten oder Stromes einen geschlossenen Leiter verschiebt, so mnss die Bewegung in diesem Leiter einen Strom hervorbringen, der demjenigen ent-

[1]) Sei i die Stromintensität, t die Anzahl Secunden, welche nöthig ist, um ein Aequivalent Metall aufzulösen, so wird, da chemische Wirkung und Stromintensität einander proportional sind, das Prodnct $i \cdot t$ gleich einer constanten Zahl k sein. Die durch Auflösung eines Aequivalentes Zink entbundene Wärme ist proportional $i^2 \cdot t$, kann also dargestellt werden durch $i \cdot k$ oder durch $\frac{k^2}{t}$. V.

gegengesetzt gerichtet ist, der darin fliessen müsste, um durch Wirkung elektrodynamischer oder elektromagnetischer Kräfte die Fortsetzung der Bewegung hervorzurufen, die man begonnen hat.

In diesem Ausspruche haben Sie gewiss schon eines der Grundgesetze der Induction wieder erkannt, und es würde nicht schwierig sein, auf dem Wege der Analogie, wenn nicht strenger Demonstration, die Gesammtheit der Erscheinungen abzuleiten, deren Entdeckung vor dreissig Jahren den Namen Faraday's berühmt machte. Die Inductionsströme, deren Existenz anfänglich so erstaunlich für den Physiker erschien, hatte Ampère[1]) schon zehn Jahre vor Faraday beobachtet, ohne gewissermaassen zu wagen, daran zu glauben. Man versuchte vergeblich, dieselben aus den Erscheinungen der statischen Elektricität herzuleiten, sie erhalten durch die mechanische Wärmetheorie ihre richtige Stellung im Haushalte der Naturkräfte. Die Entwickelung von Inductionsströmen ist das Mittel, dessen sich die Natur bedient, um Arbeit in den elektromagnetischen Maschinen hervorzubringen. Die Gesetze, nach welchen sich die Inductionsströme richten, sind derart beschaffen, dass die Gleichung der lebendigen Kräfte sowohl im Zustande der Bewegung der Maschine, als im Zustande der Ruhe erfüllt ist.

Betrachtet man einestheils den bekannten Ausdruck der gegenseitigen Wirkungen zweier Stromelemente, andererseits die Proportionalität der durch einen Strom entwickelten Wärme mit dem Quadrate der Stromintensität als durch die Erfahrung gegeben, und verbindet diese beiden Thatsachen mit dem Principe, welches ich Ihnen entwickelt habe, so kann man ganz allgemein Richtung und Intensität des inducirten Stromes bestimmen, welcher durch die relative Bewegung eines Stromes und eines geschlossenen Leiters entwickelt wird. Man findet auf diese Weise alle Gesetze wieder, die Neumann im Jahre 1845 auf ganz anderem Wege in einer Abhandlung ableitete, die hauptsächlich seinen wissenschaftlichen Ruf begründet hat.

Diese bemerkenswerthe Beziehung zwischen der mechanischen Wärmetheorie und den Inductionserscheinungen wurde zuerst im Jahre 1847 von Helmholtz nachgewiesen.

VII.

Unter der Zahl von Gesetzen, welche die Theorie auf diese Weise ergiebt und die durch die Erfahrung bestätigt werden, findet sich auch das der Proportionalität des inducirten Stromes mit der Geschwindigkeit der Verschiebung, aus welcher die Induction folgt (siehe Anmerkung 21). Im Verhältnisse, als sich die Bewegung einer elektromagnetischen Maschine beschleunigt, wächst die Grösse der elektromotorischen Kraft der

[1]) Man sehe die Anmerkung 20) am Schlusse dieser Vorlesungen.

Indnction und vermindert sich mithin die Stromintensität der Kette. Die absolute Arbeit, welche die Maschine in einer gegebenen Zeit liefern kann, wird somit vermindert, aber in derselben Zeit nimmt auch die durch die Auflösung eines gegebenen Gewichtes Zink entwickelte Wärme ab; der Bruchtheil der Arbeit chemischer Kräfte, der sich in Wärme umsetzt, vermindert sich fortwährend, nnd der Antheil, welcher die Arbeit der Maschine zum Aequivalente hat, nähert sich um so mehr der Einheit, je mehr die Geschwindigkeit zunimmt. Man kann also durch ein genügendes Anwachsen der Geschwindigkeit mit einer beliebigen Vollständigkeit die gesammte Arbeit der Affinität, oder was auf dasselbe hinauskommt, die gesammte durch die chemische Wirkung entwickelte Wärme in mechanische Arbeit umsetzen (siehe Anmerkung 22).

Die elektromagnetische Maschine, die sich bisher in der Praxis als die unvortheilhafteste aller Maschinen erwiesen hat, ist demnach theoretisch die vollkommenste und leistungsfähigste von allen. Sie allein kann die Gesammtheit der verausgabten Wärme nützlich verwerthen. Das will aber nicht sagen, dass es genügt, die von der Theorie geforderten Verhältnisse herbeiznführen, d. h. dass man nur nöthig hat, einer elektromagnetischen Maschine die grösstmöglichste Geschwindigkeit zu ertheilen, um sie für die Praxis nützlich verwendbar zu machen. Das zur Unterhaltung der Kette nöthige Zink und die Säuren repräsentiren eine erhebliche vorher zn leistende Ausgabe, ihr Kostenpreis schliesst besonders den Werth der gesammten Kohlen mit ein, die zur Darstellung der ersteren verbraucht wurden, nnd trotz der theoretischen Ueberlegenheit der elektromagnetischen Maschine ist es nnvergleichlich wirthschaftlicher, dieselbe Kohle zu benutzen, nm durch ihre Verbrennnng die Bewegung einer Dampf- oder Heisslnftmaschine zn unterhalten. Diese praktische Untergeordnetheit wird so lange bestehen bleiben, als man noch nicht die Mittel entdeckt hat, mit geringen Kosten Körper herzustellen, die kräftige chemische Affinitäten besitzen, d. h. so lange es nicht möglich ist, Substanzen leicht frei darzustellen, die energisch streben im Zustande chemischer Verbindung zu bleiben oder dahin zurückznkehren. Die Lösung eines solchen Problems scheint jedoch nicht viel wahrscheinlicher zu sein, als die Entdeckung von Erzgängen, welche metallisches Zink führen, oder die Auffindung von Schwefelsänrequellen.

VIII.

Wir sind weit davon entfernt, alle Belehrung erschöpft zu haben, die wir ans der Betrachtung der elektromagnetischen Maschine schöpfen können. Wir werden sogar solche Wahrheiten, die den vorstehenden kaum an Wichtigkeit nachgeben, erhalten, wenn wir voraussetzen, dass die Maschine sich in einer ihrem gewöhnlichen Gange entgegengesetzten Richtung bewegt, dass also Arbeit consumirt anstatt producirt wird.

Wenn man z. B. den Strom nur durch die feste Drahtspirale gehen lässt und man verbindet die Enden der beweglichen Spirale einfach durch einen Leitungsdraht, so dass sie einen oder mehrere Stromkreise bildet, so könnte man die Maschine nicht in Thätigkeit setzen, ohne Inductionsströme in diesen Leiterkreisen hervorzubringen.

Diese Indnctionsströme werden durch die Rückwirkung anf den Strom der festen Spirale der Bewegnng der Maschine einen Widerstand entgegensetzen, der die Menge derjenigen Arbeit vermehren wird, die man aufwenden mnss, um dieselbe Maschine mit constanter Geschwindigkeit gehen zu lassen. In derselben Zeit werden sich die Drähte erhitzen, welche von diesem Inductionsstrome dnrchlaufen werden, und die Gesammtheit der Erscheinnngen wird als endliches Resultat die Umsetznng einer gewissen Menge Arbeit in Wärme haben. Die Messung dieser beiden Quantitäten wird die Grundlage zu einer nenen Bestimmung der wichtigen Zahl J liefern.

Mit diesem Experimente begann Joule im Jahre 1843 die Reihe seiner Arbeiten über die mechanische Wärmetheorie. Er hat daraus einen Werth des Aeqnivalentes J abgeleitet, der erheblich von dem später gefundenen, den man für den wahrscheinlichsten hält, abweicht, nämlich die Zahl 452. Aber so erheblich auch die Differenz erscheinen mag, so kann man doch sicher annehmen, dass sie nur den Schwierigkeiten der Messnng und der Unvollkommenheit der Apparate zuzuschreiben ist (siehe Anmerkung 23).

Für die Drahtspiralen aus mehr oder weniger langem und feinem Drahte, in welchen der Inductionsstrom sehr wenig intensiv ist und sich folglich sehr wenig Wärme entwickelt, setzen wir eine metallische Scheibe von 0,01 Meter Dicke nnd von einem Dnrchmesser, der den Dimensionen des festen Elektromagnetes entspricht. Der Inductionsstrom wird dann eine ungemeine Stärke annehmen nnd eine grosse Menge Wärme entwickeln; es muss eine beträchtliche Arbeitsgrösse aufgewendet werden, um die Bewegung zu erhalten.

Diese neue Form des Versuches ist nach zwei Gesichtspnnkten hin interessant. Vom theoretischen Standpunkte aus mnss man zuerst bemerken, dass das Princip der Aeqnivalenz der mechanischen Arbeit und der Wärme in diesem Falle eine unmittelbare Beziehung zwischen den beiden Enden einer Reihe von Erscheinungen giebt, deren Zwischenglieder in dem heutigen Zustande der Wissenschaft wenig bekannt sind; da man weit davon entfernt ist, über die Induction in Leitern, deren sämmtliche Dimensionen beträchtlich sind, in gleicher Weise bestimmte Angaben machen zu können, wie über die Indnction in Drähten. An zweiter Stelle ist die Wärmeerscheinung so erheblich, dass es möglich ist, sie mit Instrumenten von mittlerer Empfindlichkeit nachzuweisen und sie einem zahlreichen Auditorinm bemerklich zu machen, wie ich es sogleich thun werde.

Die Meisten unter Ihnen haben ohne Zweifel in diesen Andeutungen den Versuch wieder erkannt, der vor einigen Jahren von Foucault veröffentlicht wurde, und der mit Recht die Aufmerksamkeit des wissenschaftlichen Publicums auf sich gezogen hat. Um hieraus alle Belehrung ziehen zu können, die der Versuch liefern kann, ist es vortheilhaft, demselben nach einander zwei verschiedene Formen zu geben.

Zuerst ertheilt man, durch einen leicht verständlichen Mechanismus, der metallischen Scheibe eine grosse Geschwindigkeit, ohne den Strom durch den Leitungsdraht des Elektromagnetes, zwischen dessen Armen die Scheibe sich dreht, gehen zu lassen. Sobald die gewünschte Geschwindigkeit erlangt ist, lässt man den Strom eintreten und die Scheibe bleibt fast momentan durch den Einfluss der in ihrem Inneren auftretenden Inductionsströme stillstehen. Die Inductionsströme hören auf, sobald die Scheibe feststeht, aber die Wärme, die sie entbunden haben, bleibt bestehen; man kann sogar sagen, dass das schliessliche Ergebniss des Versuches das ist, dass alle lebendige Kraft, die zuvor der ganzen Masse angehörte, auf die Moleküle übergegangen und unter der Gestalt von Wärme bemerkbar geworden ist. Das plötzliche Stillstehen der Scheibe kann leicht nachgewiesen werden und zeigt deutlich die Existenz und Grösse der Inductionsströme an, aber in Folge der Grösse der Zahl, welche das mechanische Aequivalent der Wärme ausdrückt, ist die entbundene Wärme wenig beträchtlich und nur mit den empfindlichsten Instrumenten wahrnehmbar. Anders ist es in der zweiten Form des Experimentes: Man lässt den Strom in den Elektromagnet eintreten und man versucht die Scheibe in Drehung zu versetzen. Die Anstrengung, die hierzu nöthig, ist ein merkliches Zeugniss von dem Widerstande, den man überwinden muss. Einige Minuten fortgesetzt, giebt er Anlass zu einer Temperaturerhöhung von 50 bis 60 Grad, welche alle thermometrische Vorrichtungen nachweisen können [1]).

Ich werde versuchen diese Erscheinungen zu zeigen.

IX.

Dieser glänzende Versuch ist der letzte, den ich der eigentlichen Physik entlehnen werde. Ich werde mich beschränken, ehe ich das Gebiet dieser Wissenschaft verlasse, Ihre Aufmerksamkeit auf diese Tafel zu richten, in welcher diejenigen verschiedenen Bestimmungen des mechanischen Aequivalentes der Wärme, die das meiste Vertrauen einflössen, verzeichnet sind.

[1]) Der Versuch wurde in den beiden angedeuteten Formen ausgeführt. Um die Scheibe plötzlich zum Stillstand zu bringen, bedient man sich des Stromes einer Kette von sechs Bunsen'schen Elementen. Um die Entwickelung von Wärme zu beobachten,

Tabelle der mechanischen Aequivalente der Wärme nach den Bestimmungen verschiedener Physiker.

Name des Phänomenens, dem die Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme entlehnt ist.	Namen der Physiker, die d. theoretische Princip der Bestimmung angegeben haben.	Namen der Physiker, welche die experimentellen Daten geliefert haben.	Werth des mechanischen Aequivalentes der Wärme.
Allgemeine Eigenschaften der Luft . . .	Mayer. Clausius.	V. Regnault. Moll u. van Beck.	426
Reibung	Joule.	Joule. Favre.	425 413
Mechanische Arbeit der Dampfmaschinen	Clausius.	Hirn.	413
Wärme, enthunden durch Inductionsströme	Joule.	Joule.	452
Wärme, enthunden durch eine in Bewegung und in Ruhe befindliche elektromagnetische Maschine	Favre.	Favre.	443
Gesammte im Kreise einer Daniell'schen Kette entbundene Wärme . . .	Bosscha.	W. Weber. Joule.	420
Die Wärme, welche in einem Metalldrahte, der von einem Strome durchflossen ist, entwickelt wird	Clausius.	Quintus Icilius	400

Die Uebereinstimmung der Zahlwerthe, die sich in der vierten Spalte dieser Tafel finden, ist im Allgemeinen sehr befriedigend und kann als eine wesentliche Bestätigung der Theorie angesehen werden.*

Nur zwei unter diesen machen eine Ausnahme, die Zahl 452, die Joule in seinen Versuchen über die durch Inductionsströme entbundene Wärme erhielt, und die Zahl 400, die Quintus Icilius gegeben hat. Ich habe soeben gezeigt, worin die Unvollkommenheit der ersten Versuche Joule's lag. Was die Zahl von Quintus Icilius betrifft, mag es genügen, zu bemerken, dass die scharfsinnige Methode, deren sich dieser treffliche Physiker bedient hat, das Zusammenwirken einer grossen Zahl sehr feiner Bestimmungen fordert, die unter sich unabhängig sind. Man darf sich also nicht wundern, wenn das Resultat erheblich von der Zahl 425 abweicht, um welche herum alle anderen Bestimmungen schwanken (siehe Anmerkung 24).

Ich nehme nun die Anwendungen der neuen Theorie auf die Chemie in Angriff. Es mag fast fremdartig erscheinen, dass ich mich so lange ausserhalb des Gegenstandes bewegt habe, mit dem sich für gewöhnlich

behält man nur ein einziges Element bei; benutzte man auch nur zwei Elemente, so war es vollkommen unmöglich, die Scheibe auch nur einige Minuten mit der Hand zu drehen. Die Wärmeerscheinung wurde sichtbar gemacht durch die Anwendung einer thermoelektrischen Kette von 64 Elementen, die mit einem Galvanometer von sehr grossen Dimensionen in Verbindung stand, dessen Bild, reflectirt durch einen unter 45° geneigten Spiegel von 0,80 m Länge und 0,40 m Breite, im ganzen Zuhörerraume sichtbar war.

die Gesellschaft beschäftigt, vor der ich zu sprechen die Ehre habe; in Wirklichkeit aber habe ich seit Beginn dieser zweiten Sitzung Nichts gesagt, was nicht eben so gut zur Chemie als zur Physik gehörte. In den drei Arten von Maschinen, die wir betrachtet haben, sehen wir die bewegende Kraft aus einem Verbrauch von Wärme entstehen; woher aber stammt diese Wärme, wenn nicht aus einer Arbeit chemischer Kräfte? In den Dampf- und in den Heissluftmaschinen lässt man die Affinitäten, die bei der Verbrennung ins Spiel kommen, alle Wärme frei entwickeln, die sie zu entwickeln im Stande sind, und während diese Wärme verwendet wird, um eine Reihe physikalischer Vorgänge hervorzurufen, verschwindet ein Theil derselben, den man als mechanische Arbeit wieder erhält.

In der elektromagnetischen Maschine ist die Umsetzung eine directe; es werden lediglich Wärmewirkungen einer bestimmten Summe chemischer Thätigkeit durch die unter dem Namen „Induction“ bekannte Gegenwirkung um eine bestimmte Menge vermindert, die genau dem hervorgerufenen mechanischen Effecte äquivalent ist. Dieser Unterschied aber kann uns nicht abhalten die fundamentale Uebereinstimmung dieser drei Erscheinungen wieder zu erkennen und zu bestätigen, dass in allen Fällen die bewegende Kraft nur eine mittelbare oder unmittelbare Umsetzung von Affinitäten ist.

Diese geheimnissvollen Kräfte, welche sich jeder genauen Messung zu entziehen scheinen, fallen also auch unter die Herrschaft der allgemeinen Mechanik und werden numerischen Ermittelungen zugänglich. Man kann ohne Zweifel ihre eigentliche Grösse nicht messen, d. h. man kann die Beschleunigungen nicht bestimmen, die sie in gegebenen Zeiten den Atomen mittheilen, auf welche sie wirken, aber ihre Arbeit bei Bildung oder Zerstörung irgend welcher Verbindung kann jetzt mit derselben Genauigkeit und Sicherheit bestimmt werden, wie die Arbeit fallenden Wassers.

Sind z. B. 1 Grm. Wasserstoff und 8 Grm. Sauerstoff bei bestimmter Temperatur gegeben und man vereinigt dieselben durch Einwirkung einer derjenigen Ursachen, welche die Eigenschaft besitzen, die Verbindung beider Gase herbeizuführen, und bringt hierauf die gebildeten 9 Grm. Wasserdampf auf die ursprüngliche Temperatur zurück, so ist die gesammte Wärmemenge, die während dieser Vorgänge äusseren Körpern mitgetheilt worden ist, multiplicirt mit dem Aequivalente der Wärme ganz genau der Ausdruck der Arbeit der Affinitäten, vorausgesetzt, dass der Vorgang der Verbindung nicht von der Entwickelung irgend welcher äusseren Arbeit begleitet gewesen ist, dass keine lebendige Kraft anderen Körpern mitgetheilt oder in den Körpern, welche an der chemischen Wirkung theilnehmen, selbst entstanden ist. Der Fall einer Explosion, welche von mechanischen Wirkungen begleitet ist, wird somit ausgeschlossen. Sie werden einsehen, dass diese Einschränkung unabweislich ist, denn schon an der elektromagnetischen Maschine

fanden wir ein Beispiel, dass eine constante Menge chemischer Arbeit eine verschieden grosse Menge Wärme entbinden kann, je nachdem gleichzeitig eine Entwickelung mechanischer Arbeit stattfindet, oder keine Arbeit geleistet wird.

Ich brauche Sie wohl nicht besonders auf die Wichtigkeit aufmerksam zu machen, die dieser neue Gesichtspunkt den thermochemischen Untersuchungen verleiht; dieselben sind gleichsam das gemeinsame Band, welches die Chemie mit der allgemeinen Mechanik verknüpft. Und zwar ist dies nicht eine jener oberflächlichen und unfruchtbaren Bemerkungen, die man allezeit über die allgemeine Herrschaft mechanischer Gesetze und über die Zurückführbarkeit jeder Erscheinung auf Bewegungen machen kann; man kann Beispiele chemischer Erscheinungen geben, die erst jetzt durch mechanische Betrachtungen vollkommen erklärt worden sind. Wir finden ein solches Beispiel in dem Theile der Chemie, der unter dem Namen Elektrochemie bekannt ist und den man mit Recht als gleichzeitig der Chemie und der Physik angehörend betrachtet.

Sie wissen, dass ein elektrischer Strom, der einen zusammengesetzten leitenden Körper durchfliesst, diesen stets zersetzt. Sie wissen ferner, dass jede chemische Wirkung, die zwischen leitenden Körpern stattfindet, welche ihrerseits Theile eines geschlossenen Leiterkreises bilden, jederzeit einen Strom veranlasst. Hieraus folgt scheinbar, dass stets eine Zersetzung eintreten müsse, wenn man die Pole eines galvanischen Elementes mit zwei Platinblechen in Verbindung setzt, die in einen zusammengesetzten flüssigen Leiter eintauchen. Diese Schlussfolgerung ist aber durchaus ungenau. Die Zersetzung des Wassers kann z. B. unmöglich durch die Wirkung eines einzigen galvanischen Elementes hervorgebracht werden, das aus einem Zink- und einem Platin- oder Kupferstreifen und aus mit Schwefelsäure gesäuertem Wasser besteht. Gewöhnlich führt man, um die Leitungsfähigkeit einer Flüssigkeit zu erhöhen, derselben Säure zu, aber auch dieser Kunstgriff ändert hier Nichts, es findet keine Zersetzung statt und kein merklicher Strom durchfliesst den Apparat[1]). Diese Thatsache schien längere Zeit hindurch unbegreiflich zu sein, aber es ist leicht einzusehen, dass es mechanisch unmöglich ist, dass unter diesen Umständen eine Trennung der Elemente des Wassers eintritt. Die negative Arbeit der chemischen Verwandtschaften bei dieser Trennung würde grösser sein, als die positive Arbeit der im Elemente thätigen Affinitäten.

Man weiss, dass die Auflösung eines Aequivalentes Zink in sehr verdünnter Säure 37 360 Wärmeeinheiten entbindet. Andererseits entwickelt die Verbrennung eines Aequivalentes Wasserstoff[2]) 34 460 Wärmeeinheiten; es ist klar, dass im Voltameter mit gesäuertem Wasser die

---

[1]) Man sehe die Anmerkung 25) am Schlusse dieser Vorlesungen.

[2]) Ein Aequivalent in Grammen ausgedrückt, also 66 Gramme Zink, 1 Gramm Wasserstoff. R.

negative Arbeit der chemischen Affinitäten genau gleich und entgegengesetzt der positiven Arbeit derselben Affinitäten sein muss, die in einem Apparate erhalten werden kann, der zur Verbrennung des Wasserstoffes dient. Setzt man also den Gesetzen der Elektrochemie gemäss voraus, dass jedes Aequivalent Zink, welches sich im Elemente auflöst, die Zersetzung eines Aequivalentes Wasser im Voltameter, also die Bildung von zwei Aequivalenten Wasserstoff veranlasst, und zieht man ausserdem die durch den Strom im Leiterkreise entwickelte Wärme mit in Rechnung, so würde man in einem in Ruhe befindlichen Systeme eine grössere negative als positive Arbeit haben und ausserdem noch gleichzeitig eine Erschaffung von Wärme, d. h. lebendiger Kraft; das aber ist ein mechanischer Widerspruch, dessen Bestehen uns begreiflich macht, warum die Zersetzung nicht stattfindet. Diese beachtenswerthe Erklärung verdankt man Favre (siehe Anmerkung 26).

Ohne Zweifel scheint dieses Phänomen wesentlich von den gewöhnlichen chemischen Vorgängen verschieden zu sein; es giebt in dem Systeme, welches durch das Element der Kette und das Voltameter gebildet wird, eine regelmässige Zusammensetzung gegenseitig auf einander einwirkender Substanzen, es giebt Leiter, die durchaus keinen Antheil an den chemischen Wirkungen nehmen und deren Gegenwart nichtsdestoweniger unbedingt nöthig ist. Alles dies sieht den Bedingungen nicht sehr ähnlich, unter welchen die Reactionen im Probirglase und im Schmelztiegel des Chemikers vor sich gehen. Wenn man sich aber daran erinnert, dass es heutzutage sicher ist, dass eine der aus den Anfangsgründen der Chemie bekanntesten Erscheinungen, nämlich die Einwirkung von Säurehydraten auf Metalle, stets ein rein galvanischer Vorgang ist, worin das Metall, seine Unreinigkeiten und die Säure eine wirkliche galvanische Kette bilden, so wird man wahrscheinlich geneigt sein, diese Unterschiede für nur zufällige zu halten, und man wird in dieser ersten Anwendung mechanischer Betrachtungen auf elektrochemische Erscheinungen den Typus einer Reihe von Anwendungen sehen, welche sich zukünftig über das gesammte Gebiet der Chemie erstrecken werden (siehe Note 27).

Ebenso wie die elektrochemischen Erscheinungen gelegentlich ihre Erklärung in der Betrachtung der Wärmeeffecte der Verbindungen finden, so gestattet entsprechend die Theorie der elektrischen Ströme in vielen Fällen für calorimetrische Messungen andere Bestimmungen zu setzen, die viel leichter mit Hülfe des Galvanometers und des Rheostaten ausgeführt werden. Aus dem Ohm'schen Gesetze in Verbindung mit den Gesetzen der elektrischen Erwärmungen ergiebt sich, dass die gesammte Wärme, welche in einem Elemente der Kette durch die chemische Wirkung der Auflösung eines Aequivalentes Zink enthunden wird, proportional dem Zahlwerthe ist, den man elektromotorische Kraft nennt. Es ist dies wenigstens stets dann der Fall, wenn keine störende Wirkung durch ein Gas hinzutritt, welches auf der Oberfläche eines Metalles im Elemente oder im Stromkreise entwickelt wird.

Diese Beziehung, welche mit voller Klarheit zuerst von Helmholtz im Jahre 1847 ausgesprochen wurde, scheint von Joule schon 1841 gefunden worden zu sein; dieselbe verleiht den Bestimmungen der elektromotorischen Kräfte ein besonderes Interesse (siehe Note 28). Sie hat beispielsweise Julius Regnauld auf interessante Betrachtungen über die Bildung metallischer Amalgame geführt.

Man weiss schon lange, dass die elektromotorische Kraft eines galvanischen Elementes erheblich wächst, wenn man das reine metallische Zink durch amalgamirtes Zink ersetzt; aber man konnte bisher für diese eigenthümliche Erscheinung nur noch eigenthümlichere Erklärungen geben. Regnauld bemerkte, dass dies davon herrührte, dass das amalgamirte Zink bei seiner Verbindung mit Sauerstoff und einer Säure mehr Wärme entwickelte, als gewöhnliches Zink, und dass folglich, wenn sich das Quecksilber vom Zinke trennt, Wärme entwickelt würde. Der entgegengesetzte Vorgang, die Bildung von Amalgam, müsste also Kälte hervorbringen. — Die elektromotorische Kraft wird im Gegentheil vermindert, wenn man reines Cadmium durch amalgamirtes Cadmium ersetzt; die Amalgamation von Cadmium müsste also Wärme hervorbringen. Diese beiden Voraussetzungen sind vollkommen durch die Versuche bestätigt worden. Diese Erscheinungen finden ihre Erklärung in der fast vollkommenen Uebereinstimmung der chemischen Eigenschaften des Zinks und des Cadmiums und der grossen Verschiedenheit ihrer latenten Wärmen. Die beiden Metalle besitzen wahrscheinlich beinahe dieselbe Affinität für Quecksilber, ihre Verbindung mit diesem Körper muss also nahezu gleiche Wärmemengen entbinden; mit der Amalgamation aber ist eine Auflösung verbunden, mithin ist das calorische Endresultat, welches man beobachtet, nur eine Differenz zwischen der durch die chemische Wirkung entwickelten und der durch die Auflösung absorbirten Wärme. Hierdurch wird es verständlich, wie schliesslich das Zink Kälte und das Cadmium Wärme hervorbringen kann, da das erste Metall, um in flüssigen Zustand überzugehen, ungefähr zweimal so viel Wärme erfordert, als das zweite. Diese Betrachtungen lassen sich auf die Bildung aller metallischen Amalgame anwenden und stehen mit der Erfahrung im Einklange. (Man sehe die Bemerkungen Regnauld's in den Comptes rendus, 1860, Bd. LI, Seite 778.

X.

Aber nicht nur die Maschinen entlehnen ihre bewegende Kraft der Arbeit chemischer Affinitäten. Die bewegende Kraft der Thiere und unsere eigene haben keine andere Ursache. Die Athmung, ich will damit sagen die Gesammtheit chemischer Reactionen, die sich zwischen der äusseren Atmosphäre und dem Körper eines lebenden Wesens vollziehen, hat nicht nur die Erhaltung einer constanten Temperatur zum

Zweck und die Zerstörung und Ausserdienststellung von Materialien, von welchen der Körper sich frei machen muss; die Athmung ist auch noch die Quelle der Möglichkeit, welche ein lebendes Wesen besitzt, den Schwerpunkt eines äusseren Körpers zu verschieben, oder indem es äussere Unterstützungspunkte wählt, seinen eigenen Schwerpunkt fortzubewegen.

So zusammengesetzt auch diese chemischen Reactionen im Einzelnen sein mögen, ihr endliches Ergebniss entspricht der natürlichen Tendenz der Affinitäten. Es ist dies eine fortgesetzte Bildung von Wasser und Kohlensäure auf Kosten des Wasserstoffes und des Kohlenstoffes, welche, sei es im Körper, sei es in den Nahrungsmitteln, in einem natürlichen Zustande der Verbindung vorhanden sind, in welchem ihre Affinitäten zum Sauerstoff nicht vollkommen gesättigt sind. Die Arbeiten der chemischen Kräfte bei dem Athmungsvorgange sind also wesentlich positiv. Wenn das Thier in Ruhe ist, so hat diese Arbeit die Wärmemenge zum Aequivalente, die das Thier unaufhörlich entwickelt, um den Verlust an Wärme zu ersetzen, der von der Strahlung, von der Berührung mit Luft und von der Verdampfung herrührt (siehe Note 29). Wenn das Thier in Bewegung ist, so hat ein Theil dieser Arbeit der chemischen Affinitäten, die durch die Bewegung hervorgebrachte Arbeit zum Aequivalente, nur der Rest setzt sich in Wärme um; folglich muss dieselbe Summe chemischer Wirkungen im Innern des Organismus im Zustande der Bewegung einer geringeren Wärmemenge entsprechen, als im Zustande der Ruhe.

Diese Ideen, die zum ersten Male im Jahre 1845 von Julius Robert Mayer[1]) in die Wissenschaft eingeführt worden sind, haben in der allgemeinen Physiologie thatsächlich einen ähnlichen Fortschritt hervorgerufen, wie Ende des letzten Jahrhunderts die Entdeckungen Lavoisier's und Sennebier's über die Athmung. Man ist nicht auf dem Felde der reinen Theorie stehen geblieben; zwei verschiedene Versuchsreihen haben höchst beachtenswerthe Bestätigungen geliefert. Die erste verdankt man Hirn. Sie bestand darin, dass man in einem geschlossenen Raum einen Menschen einbrachte, der erst einige Zeit lang in Ruhe verblieb, dann eine Arbeit dadurch leistete, dass er ohne Aufhören seinen Körper auf dem Umfange eines beweglichen Rades erhob und dass man in beiden Fällen die Wärme und die chemische Wirkung der Athmung beobachtete. Es wurde jedesmal die entwickelte Wärme und die Menge der ausgeathmeten Kohlensäure gemessen; das Verhältniss der ersten Grösse zur zweiten war im Zustande der Bewegung geringer als im Zustande der Ruhe. Eine gegebene Menge chemischer Wirkung der Athmung entwickelt also, wenn der Beobachtungsgegenstand eine Arbeit leistet, weniger Wärme, als wenn er in Ruhe bleibt. Die Differenz ist sogar für jedes Individuum nahezu proportional der Arbeit. Die Bedingungen des Versuches sind aber zu sehr zusammen-

[1]) In der Brochüre: Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel, Heilbronn 1845 und Mayer, Mechanik der Wärme, S. 13.

gesetzt, die materiellen Aenderungen, welche im Körper stattfinden, sind zu schwer abzumessen, um versuchen zu können, wie dies Hirn gethan hat, auf diesem Wege eine Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme zu erhalten.

Béclard hat die Frage auf eine andere Weise angefasst und durch einen Versuch, den Jeder ausführen kann, der nur ein gutes Quecksilberthermometer besitzt, gezeigt, dass sich im Organismus Wärme in Arbeit umsetzt. Durch die einfache Anwendung eines solchen Instrumentes auf die Muskeln des Armes hat er erkannt, dass die während der Muskelcontraction entwickelte Wärme jedesmal verringert wird, wenn die Muskeln während ihrer Contraction eine äussere Arbeit leisten, wenn z. B. während der Muskelcontraction ein Gewicht gehoben wird. Es hat sich ferner gezeigt, dass diese Wärmemenge dagegen stets zunimmt, wenn die Muskeln ein Gewicht unterstützen, welches fällt und somit, während es der Wirkung der Schwere gehorcht, eine positive Arbeit ausführt.

Die Resultate dieser beiden Versuchsreihen gehören zu den werthvollsten, durch welche die Experimentalphysiologie in der neueren Zeit bereichert worden ist. Es ist ausserdem vollkommen klar, dass sie keineswegs der alltäglichen Erfahrungsthatsache widersprechen, dass jede körperliche Arbeit von einer Erwärmung begleitet ist. Die Contraction eines Muskels vermehrt unzweifelhaft die von einem Organismus in einer gegebenen Zeit entwickelte Wärme, aber sie vermehrt auch die Verbrennung durch die Athmung, so dass sich schon hieraus, selbst wenn man die directen Beweise hierfür nicht hätte, das Nahrungsbedürfniss als Folge der Arbeit ergeben würde.

Die Untersuchungen Hirn's und Béclard's zeigen einfach, dass in Uebereinstimmung mit der Theorie Mayer's die Verbrennung in einem viel grösseren Verhältnisse wächst, als die entwickelte Wärme. Jedes Thier, jedes mit willkürlicher Bewegung begabte Wesen müssen wir also nicht nur als einen Verbrennungsapparat, sondern als eine Wärmemaschine ansehen. Jede seiner Bewegungen ist Nichts als eine theilweise Umsetzung der durch die Verbrennung gelieferten Wärme in mechanische Arbeit, vergleichbar mit derjenigen Umsetzung, die in einer elektromagnetischen Maschine stattfindet. Wenn ein lebendes Wesen scheinbar nach Willkür die Summe der lebendigen Kräfte, die in einem gegebenen Augenblicke in seiner Umgebung vorhanden sind, vermehren kann, so geschieht dies unter der Bedingung, dass die Summe der lebendigen Kraft der Wärme, welche die chemischen Wirkungen, die in seinen eigenen Geweben ihren Sitz haben, zu entwickeln streben, um eine genau gleiche Menge vermindert wird. Um die Wahrheit zu sprechen, muss man sagen, es giebt Nichts als ein Vermögen die lebendigen Kräfte zu richten, die im lebenden Wesen unaufhörlich durch die Arbeit der chemischen Affinität erschafft werden, und um die wahre Natur dieses Vermögens anschaulich zu machen, kann ich nichts Besseres thun, als von Mayer den Vergleich zu entlehnen, dass der Wille im Körper ähnlich

wirke, wie der Stenermann anf dem Dampfschiffe, welches er zwar leitet, ohne dass er aber deshalb die physikalische Ursache der Bewegung desselben wäre. „Dem Willen des Steuermannes und des Maschinisten“, sagt Mayer [1]), „gehorchen die Bewegungen des Dampfbootes. Der geistige Einflnss aber, ohne welchen das Schiff sich nicht in Gang setzen oder am nächsten Riff zerschellen würde, er lenkt, aber er hewegt nicht; zur Fortbewegnng bedarf es einer physischen Kraft, der Steinkohlen, und ohne diese bleibt das Schiff, anch beim stärksten Willen seiner Lenker, todt“.

XI.

Ein wesentlich verschiedenes Schauspiel hietet uns das Pflanzenreich. In den höheren Pflanzen wenigstens ist das endliche Resultat der Lebensvorgänge den chemischen Affinitäten entgegengesetzt. Unter der Herrschaft von Bedingnngen, welche alle streben kohlenwasserstoffhaltige Substanzen in Kohlensäure nnd Wasser zn verwandeln, vermehren die höheren Pflanzen unaufhörlich die schon vorhandenen Mengen dieser Substanzen. Es vollzieht sich also in ihrem Inneren schliesslich eine negative Arheit der Affinitäten, und die vollkommene Unwissenheit, in der wir uns noch üher den Mechanismus des Pflanzenlehens befinden, darf uns nicht hindern, dieser Schlnssfolgernng ein ahsolntes Vertrauen zu schenken, denn dieselbe ist nach Allem nur die Formel dessen, was in einem Walde oder auf einer Wiese vor sich geht, welche scheinbar keine Nahrung empfangen und doch alle Jahre das Holz und das Heu produciren, das man ihnen entnimmt. Aber dieser fortwährende Trinmph des Pflanzenreiches über die Widerstände der chemischen Affinitäten kann nur durch einen äquivalenten Verhrauch von lehendigen Kräften oder von Wärme erhalten werden. Daher ist für alle Vegetation die directe oder indirecte Wirknng der Sonne eine unabweisliche Nothwendigkeit; ansgenommen sind nur manche infusore Pflanzen nnd Parasiten (siehe Note 30).

Weder die hesondere Brechharkeit [2]) derjenigen Sonnenstrahlen, die als besonders günstig für die Vegetation erkannt worden sind (siehe Anmerkung 31), noch die Schwäche ihrer thermometrischen Wirksamkeit, nnterscheiden diese Strahlen wesentlich von den Strahlen, die man gewöhnlich mit dem Namen „Wärmestrahlen“ hezeichnet. Was die Pflanzen von der Sonne empfangen, was sie absorhiren ist Wärme, ist lebendige

[1]) Mayer, die Mechanik der Wärme, Seite 72. R.

[2]) Verdet schrieb obige Zeilen noch in der irrigen Meinung, dass es besonders die brechbaren Theile des Spectrums seien, aus denen die Pflanzen ihre Vorräthe lebendiger Kraft schöpften. Die Anmerkung 31) am Schlusse dieser Vorlesung stellt die Versuche und Anschauungen zusammen, welche jetzt vorzugsweise in der Wissenschaft anerkannt werden. R.

Kraft einer zitternden Bewegung, die sich nur durch ihre Periode nnd Amplitnde von den Bewegungen unterscheidet, welche die Eigenthümlichkeit besitzen, vorzugsweise auf nnsere Thermometer zu wirken. Dnrch den Verbranch dieser lebendigen Kräfte können sie die Menge verbrennbarer Materie vermehren, die auf der Oberfläche nnseres Planeten vorhanden ist.

Bei der Verbrennnng der Prodncte der Vegetation thun wir Nichts, als wir stellen diese lebendige Kraft der Wärme wieder her. Also entsteht dnrch eine Umsetzung der Sonnenwärme das Brennmaterial, von dem noch hentzntage der grösste Theil der Menschen Gebranch macht, und entstehen die Nahrnngspflanzen, aus welchen die Thiere und wir selbst die bewegende Kraft schöpfen. Durch eine ähnliche Umwandlung ist all das jetzt versteinerte Brennmaterial erzeugt worden, welches das hauptsächlichste Nahrungsmittel unserer Indnstrie bildet. Wenn Sie ferner daran denken, dass es die Sonne ist, welche die Winde wehen macht, die das Wasser verdampft und so Veranlassung des Regens und der Wasserläufe wird, so werden Sie anch einsehen, dass ausser der Flnthbewegung jede auf der Erde hervorgebrachte Bewegung direct oder indirect die Sonnenwärme zur Ursache hat.

Wollte man sich durchaus eine bewegende Kraft herstellen, welche diesen Ursprnng nicht hätte, so gäbe es kaum ein anderes Mittel, als nnter dem Kessel einer Dampfmaschine natürlichen Schwefel oder Meteoreisen zu verbrennen[1]).

XII.

Diese schöne, natürliche Harmonie lenkt nnsere Aufmerksamkeit auf den Mittelpunkt nnseres Planetensystemes und führt nns anf die Betrachtung der astronomischen Anwendnngen der nenen Theorie.

Sie kennen Alle die Hypothese, dnrch welche Buffon zu erklären versucht hat, wie sich die Sonnenwärme erhalten könne. Nach der Ansicht dieses grossen Natnrforschers sind es die Kometen, welche dnrch ihren Fall anf die Oberfläche der Sonne unaufhörlich das Material für die Fortsetzung der Verbrennung liefern. Je besser man die Bewegungen der Kometen beobachtet hat, nnd je mehr man davon abgekommen ist, in der Sonne den Heerd von Verbrennungen zn sehen, die denjenigen in unseren künstlichen Wärmeqnellen ähnlich sind, nm so mehr hat man nach nnd nach die Buffon'sche Hypothese vergessen. Die mechanische Theorie der Wärme hat dieselbe erneuert und so zn sagen in einer anderen Form verjüngt. Mayer hat znerst aufmerksam gemacht, dass ein

[1]) Oder man müsste die lebendige Kraft zur Arbeitsleistung heranziehen, welche dem durch die Fluthbewegung gehobenen Wasser oder den Gasausströmungen und Auswürflingen der Vulkane innewohnt. R.

Körper, der auf der Sonne anlangt, im Momente seines Stosses die enorme Menge lebendiger Kraft verliert, die ihm die Wirkung der Schwere ertheilt hat und dass dieser Verlust an lebendiger Kraft eine Wärmeentwickelung zur Folge hat. Es genügt also, um der Sonne alle Wärme wiederzugeben, die sie im Weltraume ausstrahlt, dass ihre Masse fortwährend durch den Hineinsturz von Kometen, Aerolithen oder anderen kosmischen Massen wachse.

William Thomson, der mit eben so viel Scharfsinn als Kühnheit diese Ideen Mayer's entwickelt und verfolgt hat, glaubt, dass diese Massen, welche durch ihren Sturz auf die Sonne diese erwärmen, wahrscheinlich aus dem ungeheuren Nebel stammen, welcher die Sonne umgiebt, den die Astronomen unter dem Namen des Zodiakallichtes kennen. Wenn er diesen Ursprung annahm, konnte er die Masse berechnen, die jedes Jahr auf die Sonne fallen müsste, um den Verlust an Wärme zu decken, den man aus den Versuchen Pouillet's über den thermometrischen Effect der Sonnenstrahlen ableiten kann. Wenn diese Masse die mittlere Dichte der Sonne annimmt, so würde sie auf der Oberfläche eine Schicht von nur 20 Meter Dicke bilden. Eine Dicke, die sich noch erheblich vermindern wird, wenn man mit Waterson voraussetzen wollte, dass die Masse, welche sich der Sonne einverleibt, ohne Unterschied allen Gegenden des Weltraumes entnommen würde. In dem einen wie in dem anderen Falle würde sich nur ein unerhebliches Wachsthum des Durchmessers ergeben, welches selbst lange Jahre hindurch auch für die feinsten Messungen unmerklich bleiben würde. Selbst in der Hypothese Thomson's wären nicht weniger als 400 Jahre nöthig, damit der Gesichtswinkel, unter dem uns die Sonnenkugel erscheint, um $^1/_{10}$ Secunde vermehrt würde.

Aber eine andere Consequenz der Hypothese könnte einer leichteren Controle durch die Erfahrung unterworfen werden. Die Sonne dreht sich um ihre Axe, so dass eine ganze Umdrehung ungefähr in 25 Tagen stattfindet. Jede fremde Masse, die sich mit ihrer Masse vereinigt, verringert ihre Rotationsgeschwindigkeit, besonders wenn sich dieselbe an ihre Oberfläche anheftet, d. h. an diejenigen Punkte, in denen die absolute Geschwindigkeit am beträchtlichsten ist. Thomson hat die Dicken der Schichten, die sich allmählich auf die Sonnenoberfläche auflegen würden, berechnet und hat gefunden, dass dieselben die Dauer der Umdrehung in 53 Jahren um eine Stunde verringern würden. Leider kennt man nach dem gegenwärtigen Stande der Beobachtungen diese Dauer nicht auf eine Stunde genau. Es ist dies ein sehr schwierig zu bestimmendes Element der Astronomie, da man dessen Grösse aus der Betrachtung der Sonnenflecke ableiten muss, welche gleichzeitig eine Eigenbewegung besitzen und an der allgemeinen Bewegung der Sonne theilnehmen; nur eine sehr lange Reihe von Beobachtungen würde gestatten, den Einfluss dieser Eigenbewegung zu eliminiren. Diese zweite Bestätigung ist also augenblicklich unmöglich und scheint es noch lange Zeit bleiben zu müssen.

Aber sie ist nicht, wie die erste, in eine unendliche Zukunft hinausgeschoben.

Man hat die Grundgedanken der mechanischen Theorie der Wärme mit der Laplace'schen Hypothese über den Ursprung des Planetensystemes combinirt und hieraus folgt eine neue Erklärung der Eigenwärme der Sonne und der Planeten. Man hat sogar ganz neuerdings versucht, daraus eine Bestimmung des Alters der Sonne abzuleiten. Ich verlange nicht von Ihnen, dass Sie mir in diese Speculationen folgen sollen, die Ihnen vielleicht zu hypothetisch erscheinen könnten, oder für welche vielmehr eine thatsächliche Controle durch die Erfahrung zu fern zu liegen scheint; aber ich musste Ihnen zeigen, wie weit sich die Tragweite der neueren Theorie erstreckt (siehe Note 32). Man hat bei dieser Gelegenheit gesagt, dass die Wissenschaft auf dem Wege sei, eine neue Weltordnung zu entdecken, die ebenso tiefsinnig und ebenso richtig sei, als diejenige, welche Newton seinem Jahrhunderte enthüllt hat. Sie sind vielleicht der Ansicht, dass nichts Unerhörtes in diesem Urtheile liegt.

XIII.

Ich möchte Sie jedoch nicht in dem Glauben lassen, als sei diese Weltordnung schon fertig. Nachdem ich Ihnen Alles gezeigt habe, was die neue Theorie uns lehrt, muss ich Ihnen im Allgemeinen auch andeuten, was sie uns vernachlässigen lässt. Das Princip der Aequivalenz von Wärme und Arbeit ist nur eine Form der Gleichung der lebendigen Kräfte. Nun ist es aber ein eigenthümlicher Vorzug, der mit der Anwendung dieser Gleichungen verbunden ist, dass sie zwischen zwei verschiedenen Zuständen desselben Systems Beziehungen aufzustellen gestatten, die unabhängig von den Zwischenzuständen sind, die das System durchlaufen hat; ihr Uebelstand aber ist, dass sie uns Nichts über diese Zwischenzustände lehren. Dies ist streng genommen der eigentliche Charakter der neuen Theorie. Sie lässt uns das „Warum“ und das „Wieviel“ der Erscheinungen erkennen, aber sie lässt uns das „Wie“ vernachlässigen. So sehen wir wohl, dass der Dampf bei seiner Ausdehnung einen Theil der Wärme, die er enthält, in Arbeit oder in lebendige Kraft umsetzt; wir verstehen, dass die Inductionsströme nothwendig sind, damit von den Strömen gleichzeitig bewegende Kraft und Wärmekraft geliefert werden kann, aber in dem einen wie in dem anderen Falle bleibt uns der eigentliche Mechanismus der Vorgänge, das Spiel der elementaren Kräfte unbekannt. Jedenfalls aber darf man die Bedeutung dieser Beschränkung nicht übertreiben. Es ist viel, die wahre Natur eines Problemes bestimmt, und das den Hypothesen offene Gebiet in bestimmte Grenzen eingeschlossen zu haben. Die Entdeckung einer Theorie der Constitution der Gase, durch welche der Charakter der Thatsachen genügend ausgedrückt wird,

hat sofort die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf diese Classe von Körpern herbeigeführt. Wir dürfen mit Recht hoffen, dass dieses Beispiel nicht einzig dastehen wird, und dass die neue Theorie, nachdem sie uns das nothwendige Band der Erscheinungen gezeigt hat, uns auch behülflich sein wird, in das Geheimniss ihrer inneren Natur einzudringen.

XIV.

Die Wichtigkeit, die man der neuen Theorie beilegen muss, legt mir die Pflicht auf, diese Auseinandersetzung durch eine kurze Geschichte derselben zu beschliessen, in der ich mich bemühen werde, den hauptsächlichsten Entdeckern Gerechtigkeit widerfahren zu lassen. Es ist dies um so nothwendiger, als ich mich bisher nur an eine logische Ordnung der Gedanken gehalten habe, ohne auf die historische Reihenfolge der Entdeckungen dabei Rücksicht zu nehmen.

Man kann in dieser Wissenschaft zwei Perioden unterscheiden. In der einen, die sich bis zum Jahre 1842 erstreckt, wurden der mechanischen Wärmetheorie ähnliche Gedanken zwar von verschiedenen Autoren ausgesprochen, aber bald wurden dieselben Erscheinungen, die in dieser Theorie ihre Erklärung fanden, unter anderen Gesichtspunkten betrachtet und nützliche Versuche gemacht, sie auf allgemeine Gesetze zurückzuführen; das wirkliche Princip jedoch wurde nicht gefunden; alle diese Anstrengungen blieben vereinzelt, unfruchtbar und ohne wesentlichen Einfluss auf den allgemeinen Gang der Wissenschaft. Diese stille Arbeit trug jedoch endlich ihre Früchte, und ungefähr um das Jahr 1842 ereignete es sich, wie es oft mit grossen Entdeckungen zu gehen pflegt, es enthüllten sich die neuen Ideen mehreren Geistern gleichzeitig scharf und klar. Kurz nach dem Beginn dieser Periode raschen Fortschrittes, welche immer der Entdeckung eines richtigen Grundsatzes folgt, genügten wenige Jahre, das herrliche Gebäude von Resultaten aufzurichten, das ich versucht habe, Ihnen flüchtig auseinanderzusetzen.

Der erste Name, mit dem die Reihe derjenigen eröffnet wird, die man die Vorläufer der mechanischen Wärmetheorie nennen könnte, ist der berühmte Name „Daniel Bernoulli". Die Hydrodynamik dieses grossen Geometers und Physikers, welche mehr als ein Jahrhundert von aller Welt vergessen und vernachlässigt worden war, enthält die Theorie der Constitution der Gase, von der ich Ihnen einige Worte am Schlusse unserer ersten Versammlung mitgetheilt habe. Die Zeitgenossen haben wahrscheinlich darin nur einen Ueberrest der alten Cartesianischen Hypothesen gesehen und bis auf die letzte Zeit hat man nicht geahnt, dass hier der Keim einer neuen Wissenschaft lag.

Im Jahre 1780, etwas mehr als vierzig Jahre nach der Veröffentlichung der Hydrodynamik, drücken sich Lavoisier und Laplace, in-

dem sie in ihrer Abhandlung über die Wärme[1]) die beiden Hypothesen besprechen, die man über die Natur dieses physikalischen Agens aufstellen kann, folgendermaassen aus: „Andere Physiker glauben, dass die Wärme nur das Resultat unmerklicher Schwingungen der Materie sei.... In dem System welches wir untersuchen, ist die Wärme die lebendige Kraft, die sich aus den unmerklichen Schwingungen der Moleküle eines Körpers ergiebt, es ist die Summe der Producte aus der Masse jedes Moleküles und dem Quadrate seiner Geschwindigkeit.... Wir entscheiden durchaus nicht zwischen beiden vorstehenden Hypothesen; viele Erscheinungen scheinen der letzteren günstig zu sein (die wir soeben erwähnt haben), so z. B. die Wärme, welche die Reibung zweier fester Körper hervorbringt, aber es giebt andere, auf die sich einfacher die andere anwenden lässt, vielleicht finden beide gleichzeitig statt". Aber nach dieser so deutlichen und scharfen Behauptung findet man nirgends in der Abhandlung den Gedanken die lebendigen Kräfte der Wärme mit der gewöhnlichen lebendigen Kraft zu vergleichen, die sich bei der Bewegung des Schwerpunktes oder bei der Rotationsbewegung eines Körpers geltend macht; niemals vergleichen Lavoisier und Laplace die Wärme mit etwas Anderem, als mit sich selbst, und es trägt somit wenig zur Fruchtbarkeit ihrer Betrachtungen bei, ob sie die Wärme als einen unzerstörbaren Körper oder als eine Quantität von lebendiger Kraft ansehen.

Ja noch mehr, sie betrachten etwas weiterhin einen Satz als bewiesen, welcher der Umsetzung von Wärme in Arbeit direct widerspricht. „Alle Veränderungen der Wärme," sagen sie, „mögen dieselben wirkliche oder nur scheinbare sein, welche ein System von Körpern erleidet, während es seinen Zustand ändert, wiederholen sich in entgegengesetzter Ordnung, sobald das System in seinen ersten Zustand zurückkehrt." Hätten sie hinzugefügt, dass diese Gleichheit nur stattfindet, wenn die Zustandsänderungen von keiner äusseren Arbeit begleitet sind, so wäre die mechanische Wärmetheorie begründet gewesen; aber ohne diese Ergänzung ist diese Behauptung von Lavoisier und Laplace ein Irrthum, der alle Tage durch die Thätigkeit der Dampfmaschinen oder der elektromagnetischen Maschinen widerlegt wird.

Niemand weiss, wie sich die Ansichten Lavoisier's über diese Frage geändert hätten, wenn er leben geblieben wäre. Man kann lediglich aus seiner Abhandlung über die Chemie annehmen, dass er im Jahre 1789 die Theorie, nach welcher die Wärme in der Bewegung der Moleküle ihren Ursprung hat, noch nicht vollständig aufgegeben hatte.

Es ist zwar wahr, dass er, indem er vielleicht nur der üblichen Meinung nachgab, von den Gasen spricht, als ergäben sich dieselben aus

[1]) Mémoire sur la chaleur. Mémoires de l'Académie des sciences, Jahrgang 1780, Seite 357 und Seite 358.

der Verbindung gewisser Basen mit dem Wärmestoffe. Aber er macht fortwährend Einschränkungen, von welchen man keine Spur mehr in den Schriften seiner Schüler findet, und nicht ohne einige Bedenken stellt er das Licht und die Wärme an die Spitze der Reihe einfacher Körper.

Was Laplace betrifft, so haben sich dessen Ansichten sehr rasch geändert, in Allem, was er nach dieser Periode gemeinschaftlicher Thätigkeit mit Lavoisier geschrieben hat, ist er als überzeugter Vertheidiger der Theorie von der Körperlichkeit der Wärme aufgetreten. Seine gewichtige Autorität hat dieser Theorie selbst lange Zeit noch Anhänger erhalten, als dieselbe schon nicht mehr auf den geringsten Beweisen ruhte.

Gegen Ende des vorigen Jahrhunderts, um die Jahre 1798 und 1799, wurden indessen zwei Versuche gemacht, welche genügten, um die Unhaltbarkeit der vom Verfasser der „mécanique céleste" angenommenen Theorie darzuthun. Es waren dies die berühmten Versuche von Rumford und Davy über die durch die Reibung entwickelte Wärme. Rumford hatte in der churfürstlichen Stückgiesserei zu München die Wärme möglichst genau gemessen, die sich beim Bohren der Kanonen entwickelte, und um keinen Zweifel über den Ursprung dieser Wärme zu lassen, hatte er die specifische Wärme der festen Bronze und die der Drehspähne dieses Metalles bestimmt. Es schien keine merkliche Differenz zwischen diesen beiden specifischen Wärmen stattzufinden; die einzige verständige Erklärung, die man dieser Erscheinung in der Theorie der Körperlichkeit der Wärme zu geben im Stande war, wurde somit entscheidend widerlegt.

Man hatte in der That vorausgesetzt, dass in pulverisirten Körpern die specifische Wärme viel geringer sei, als in denselben Körpern in festem Zustande, und es folgte wohl aus dieser Voraussetzung, dass die Pulverisirung eines Körpers durch die Reibung Wärme entbinden müsse; aber man vergass, dass die Reibung selbst dann Wärme entwickelte, wenn durchaus keine Veränderung der reibenden Oberflächen stattfindet und die Erfahrung Rumford's zeigte ausserdem die Ungenauigkeit dieser Hypothese.

Der Versuch Davy's, der ein Jahr später fällt als der Rumford's, war, wenn dies möglich ist, noch bindender. Zwei Stücke Eis, die Davy gegen einander rieb, schmolzen sehr rasch und bildeten durch ihre Schmelzung eine Flüssigkeit, deren specifische Wärme mehr als das Doppelte der specifischen Wärme des Eises war. Davy wendete ausserdem alle Sorgfalt auf, um zu zeigen, dass die Entwickelung von Wärme, welche von der Reibung herrührt, mit keinerlei merklicher Absorption von Wärme in irgend einem Theile des Apparates verbunden war.

Unter den Zeitgenossen Rumford's und Davy's schien nur Joung die ganze Tragweite dieser Versuche erfasst zu haben. In seinen im Jahre 1807 veröffentlichten „Vorlesungen über theoretische Physik" [1])

[1]) Lectures on Natural Philosophy.

hat er sie zusammengestellt mit seinen unsterblichen Entdeckungen über die Natur des Lichtes und er hat beinahe das wahre Princip der mechanischen Theorie der Wärme erreicht. Er war der Erste, der das von Lavoisier und Laplace eingeführte Princip, von dem ich soeben gesprochen habe, in Zweifel zog. „Vielleicht nicht in einem einzigen Falle," sagt er in seiner Vorlesung über Maass und Natur der Wärme, „ist die in einer Erscheinung absorbirte Wärme genau gleich der in der umgekehrten Erscheinung entbundenen Wärme." In diesem einfachen Zweifel ist dem Wesen nach die ganze mechanische Theorie der Wärme enthalten [1]).

Leider war diese Epoche, in der man das Gesetz der doppelten Brechung als ein Argument zu Gunsten der Emissionstheorie ansah, dieselbe Epoche, in der die schönsten Abhandlungen Fresnel's vergessen blieben und Gefahr liefen, sich während der Jahre zu verlieren. Auch als im Jahre 1824 der originelle Geist Sadi Carnot's, überrascht von dem Schauspiel der industriellen Revolution, die durch die Dampfmaschine vollzogen worden war, die allgemeinen Gesetze der bewegenden Kraft des Feuers zu entdecken suchte, zögerte er keinen Augenblick, die Körperlichkeit und folglich die Unzerstörbarkeit der Wärme als Ausgangspunkt seiner Betrachtungen zu wählen [2]). Sie werden vielleicht staunen, wenn ich hinzufüge, dass trotz dieses fundamentalen Irrthums, der Name Sadi Carnot's und der seines gelehrten Commentators Clapeyron immer einen hervorragenden Platz in der Geschichte der Wissenschaft einnehmen werden. Von Sadi Carnot rühren die Betrachtungsweisen her, deren sich die mechanische Wärmetheorie fortwährend bedient; in seiner Schrift findet man die ersten Beispiele von Kreisläufen, welchen Körper, die sich in einem bestimmten Anfangszustande befinden, unterworfen werden, von Kreisläufen von Vorgängen, durch welche die Körper auf einem bestimmten Wege in einen anderen Zustand übergeführt werden, von dem sie dann auf einem anderen Wege in ihren Anfangszustand zurückkehren.

Clapeyron hat die Dunkelheiten der Abhandlung Carnot's aufgeklärt und hat gezeigt, wie man diese so neue und fruchtbare Art der Betrachtung analytisch übersetzen und geometrisch darstellen müsse [3]). Diese beiden Geometer haben gewissermaassen die Logik der Wissenschaft geschaffen. Als die wahren Grundsätze entdeckt waren, brauchte man dieselben nur in die Formen dieser Logik einzuführen, und es ist glaublich, dass ohne die älteren Arbeiten Carnot's und Clapeyron's

[1]) Lectures on Natural Philosophy, Bd. I, S. 651 der Ausgabe von 1867. Joung giebt zu, dass die Gleichheit der absorbirten und entbundenen Wärme wahrscheinlich ist, aber der einfache Ausspruch eines Zweifels über diese Art von Axiomen im Jahre 1807 ist sehr bemerkenswerth. — [2]) Réflexions sur la puissance motrice du féu et sur les machines propres à développer cette puissance, Paris 1824.

[3]) Mémoire sur la puissance motrice de la chaleur. Journal de l'École polytechnique, Bd. XIV, S. 170; 1834. Deutsch: Poggendorff's Annalen, Bd. 59, S. 446.

die Fortschritte der nenen Theorie bei weitem nicht so rasch erfolgt wären. Endlich werde ich diesen ersten Theil meiner historischen Auseinandersetzung damit schliessen, dass ich daran erinnere, dass Seguin in einem 1839 veröffentlichten Werke, welches mehr der politischen als der physikalischen Oekonomie zugehört, Betrachtungen über die Dampfmaschine gegeben hat, welche denjenigen sehr verwandt sind, durch welche ich in unserer ersten Sitzung versuchte, Ihnen die Umwandlung von Wärme in Arbeit verständlich zn machen [1]) (siehe Note 33).

Ich komme nun zn den Arbeiten, durch welche in den Jahren von 1842 bis 1849 die Wissenschaft entscheidend begründet worden ist. Diese Arbeiten sind das ausschliessliche Werk dreier Männer, welche, ohne im Einverständniss mit einander zu stehen, selbst ohne sich zu kennen, zur selben Zeit, beinahe anf dieselbe Weise zu denselben Gedanken gelangt sind. Die Priorität in der Reihenfolge der Veröffentlichnngen gehört ohne Zweifel dem deutschen Arzte Jnlius Robert Mayer, dessen Name schon im Verlaufe dieser Vorlesungen oft genannt worden ist, und es ist interessant zu erfahren, dass er durch Nachdenken über gewisse Beobachtnngen seiner medicinischen Praxis zu der Erkenntniss gebracht wurde, dass nothwendig eine Aequivalenzbeziehung zwischen Arbeit nnd Wärme bestehen müsse. Die Veränderungen in dem Farbenunterschiede des arteriellen nnd venösen Blntes lenkten seine Betrachtnngen auf die Theorie der Athmnngserscheinungen (siehe Anmerkung 34). Er zögerte nicht, die Athmung als den Ursprung der bewegenden Kraft der Thiere anzuerkennen; die Vergleichung der Thiere nnd der Wärmemaschinen führte ihn allmählich auf das wichtige Princip, mit dem sein Name für immer verbunden bleiben wird. Dies ist die Erzählung, die er selbst von der Entwickelung seiner Ideen in seiner Abhandlung: „Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel" gegeben hat, welche er im Jahre 1845 veröffentlichte. Seine erste Schrift „Bemerkungen über die Kräfte der nnbelebten Natur" erschien 1842 in Liebig's Annalen, dieselbe enthält jedoch durchaus keine Anspielung auf die Lebenserscheinnngen; dort leitet er die Aeqnivalenz von Arbeit und Wärme einfach aus vergleichenden Betrachtungen der Reibnng, der Dampfmaschine und aus den Eigenschaften der Gase her.

Man findet ansserdem in dieser Abhandlung eine erste Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme, welche vollkommen streng nach dem Principe aus den Eigenschaften der Gase hergeleitet ist, das Resultat weicht jedoch wesentlich von der Wahrheit ab, da die Werthe des Ausdehnungscoefficienten und der specifischen Wärme der Luft, die vor zwanzig Jahren (geschrieben im Jahre 1862) in der Wissenschaft Giltigkeit hatten, sehr ungenau waren. Die Abhandlungen „Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel" und „Beiträge zur Dynamik des Himmels", welche letztere im Jahre 1848 erschien,

[1]) Études sur l'influence des chemins de fer, S. 180, Paris 1839.

enthalten physiologische und astronomische Anwendungen des neuen Principes und zeigen, dass Mayer, trotz einer in vielen Beziehungen mangelhaften wissenschaftlichen Aushildnng (? R.) die Tragweite seiner Entdeckungen wohl verstand und daraus Nutzen zu ziehen wusste.

Zur Zeit der ersten Veröffentlichnngen Mayer's überreichte Colding, Wasserbauingenieur der Stadt Kopenhagen, der Königl. Akademie der Wissenschaften von Dänemark eine Reihe von Abhandlungen, welche Ideen üher die Kraft der Dampf- und Heissluftmaschinen enthält, die denjenigen, welche Mayer gegehen hat, sehr ähnlich sind und eine experimentelle Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme durch Reihnng einschliesst, die nicht sehr genau gewesen zu sein scheint. Es ist dies genügender Grund, um dem Namen Colding's einen Platz unter denjenigen der Entdecker der neuen Theorie zu sichern. Aber man muss hekennen, dass die verschiedenen Ahhandlungen dieses Physikers, die in einer Sprache geschriehen wareu, deren Kenntniss wenig verbreitet ist, und die erst mehrere Jahre nach ihrer Ueherreichung an die Kopenhagener Akademie gedruckt worden sind, fast gar keinen Einfluss auf die äussere Entwickelung der Wissenschaft ausgeüht hahen.

Der dritte Entdecker, von dem ich zu sprechen habe, Joule, ist vielleicht Derjenige, welcher das Meiste für den Beweis des neuen Principes und für seine endgültige Annahme gethan hat. Seine erste Arbeit wurde im Jahre 1843 veröffentlicht und liegt unzweifelhaft um einige Monate später, als die ersten Veröffentlichungen Mayer's und Colding's. Sie enthält Versuche über die durch Inductionsströme entwickelte Wärme; dieselhe scheint anfangs nicht sehr heachtet worden zu sein. Erst seine Versuche von 1845 üher die Wärmeeffecte hei Ausdehnung und Zusammendrückung von Gasen verliehen ihm den Ruhm, neue Ideen wirklich in die Wissenschaft eingeführt zu hahen; die Versuche üher die Reibung lieferten die erste vertrauenswerthe Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme; seine Ansichten üher die Gase hahen das erste und bis jetzt einzige Beispiel einer vollkommenen Erklärung einer Erscheinung gegeben, deren Gesetze die Theorie voraussagen liess, ohne deren Mechanismus aufzuzeigen.

Unmittelhar nach diesen drei Namen muss der von Helmholtz folgen, da derselbe 1847 in seiner Schrift: „Die Erhaltung der Kraft" zuerst die neuen Ideen in ein vollständiges Lehrgehäude vereinigt und von denselben fruchtbare und wichtige Anwendungen anf die Inductionserscheinungen, die Elektrochemie, die thermoelektrischen Ströme u. s. w. gemacht hat.

Die eigentliche Entwickelung der mechanischen Wärmetheorie zur Wissenschaft und die klare und methodische Darstellung der Untersuchungs- und Betrachtungsweisen, die dieser Wissenschaft eigenthümlich sind, und endlich die eingehende Anwendung auf die Theorie der Maschinen verdankt man vorzugsweise drei Gelehrten, deren Namen die letzten sind, die ich anführen will: Rudolph Clausius, Macquorn

Rankine und William Thomson[1]). Ihre wichtigsten Untersuchungen sind in den Jahren 1849 bis 1851 veröffentlicht worden.

Seit dieser Zeit sind viele andere Arbeiten unter dem Einflusse dieser Ideen entstanden. Ich habe Gelegenheit gehabt, mehrere derselben im Verlaufe dieser beiden Vorlesungen zu erwähnen. Andere sind auf der Tafel, die ich Ihnen zeigte, enthalten, auf welcher die verschiedenen Werthe für das mechanische Wärmeäquivalent zusammengestellt sind. Ich werde mich nicht bemühen, diese Andeutungen zu vervollständigen, sondern ich begnüge mich damit, Ihnen gezeigt zu haben, durch welche Forscher die Grundsteine zu dem wissenschaftlichen Gebäude gelegt worden sind, an dessen Ausbau theilzunehmen sich seit zehn Jahren (geschrieben 1862) ein Jeder bemüht.

---

[1]) Diesen letzten Coryphäen hätte man jetzt noch Gustav Zeuner zuzufügen, der sich um die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf Probleme der Maschinenmechanik grosse Verdienste erworben hat.

Unter den Vorläufern, wenn nicht Entdeckern, der Theorie auf Seite 75 hätte ganz besonders Friedrich Mohr genannt werden sollen, der schon im Jahre 1837 in einem Aufsatze: „Ueber die Natur der Wärme" die Grundgedanken der mechanischen Wärmetheorie niedergelegt hat. Leider scheint diese Arbeit, welche in Baumgartner's und v. Holger's Zeitschrift für Physik, Bd. V, S. 419 abgedruckt ist, seiner Zeit von den Fachgenossen nicht weiter beachtet worden zu sein. Diese für die Geschichte der Wissenschaft immerhin bedeutungsvolle Abhandlung ist wieder abgedruckt in: Mohr, Allgemeine Theorie der Bewegung und Kraft. Braunschweig, 1869; S. 84 bis 106.
R.

ANMERKUNGEN

UND

ERGÄNZUNGEN ZU DEN VORLESUNGEN.

1) Ueber das Perpetuum mobile. — 2) Ueber den Ursprung der bewegenden Kraft in den Dampfmaschinen unter Zugrundelegung der Hypothese von der Materialität der Wärme. — 3) Besprechung einiger Versuche Hirn's, welche der Theorie scheinbar widersprechen. — 4) Ueber ein Theorem von Coriolis. — 5) Ueber das Ausdehnungsgesetz der Gase. — 6) Ueber die innere Arbeit in Krystallen und einigen Flüssigkeiten. — 7) Ueber eine unrichtige Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme. — 8) Ueber die Körper, die sich unter Einwirkung der Wärme zusammenziehen. — 9) Ueber calorimetrische Messungen, bei welchen man auf die äussere Arbeit nicht Rücksicht genommen hat. — 10) Theorie der Constitution der Gase. — 11) Wie Gase und Dämpfe äussere Arbeit entwickeln. — 12) Ueber den Werth, der sich für das mechanische Aequivalent der Wärme aus Betrachtung der Kohlensäure ergiebt. — 13) Principien der Untersuchungen Thomson's und Joule's über die Wärmeerscheinungen in Bewegung befindlicher Gase. — 14) Ueber die Condensation, welche die Ausdehnung (Expansion) des Wasserdampfes begleitet. — 15) Ueber die Regeneratoren der Wärme in den Gasmaschinen. — 16) Bestimmung des ökonomischen Coefficienten für die Ericsson'sche Maschine und für die Maschine ohne Regenerator. — 17) Ueber die Gasmaschine, in welcher die Temperatur bis zum absoluten Nullpunkte der Temperatur herabsinkt. — 18) Ueber die Nothwendigkeit des Strebens der Wärme von warmen zu kälteren Körpern überzugehen. — 19) Ueber die Rolle, welche die Reibung in den elektrochemischen Versuchen Favre's spielt. — 20) Die Entdeckung der Inductionserscheinungen. — 21) Die Ableitung der Inductionserscheinungen aus der Theorie. — 22) Ueber die vollständige Umsetzung der Wärme in Arbeit durch die elektromagnetischen Maschinen (Joule). — 23) Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme durch elektromagnetische Maschinen (Joule). — 24) Ueber die Natur der elektromagnetischen und elektrodynamischen Kräfte. — 25) Die elektrolytische Convection. — 26) Ueber die Polarisation der Elektroden. — 27) Ueber die Auflösung des Zinks in verdünnten Säuren. — 28) Ueber die Anwendung der Messung der elektromotorischen Kräfte auf thermochemische Untersuchungen. — 29) Ueber den Einfluss, den die Reibung des Blutes in den Gefässen auf die thierische Wärme hat. — 30) Ueber die Vegetationen, die unter Abschluss des Lichtes vor sich gehen. — 31) Das Absorptionsspectrum des Chlorophylls und der Einfluss der Farbe des Lichtes auf das Wachsthum der Pflanzen. — 32) Bemerkungen Mayer's über die Erscheinung von Ebbe und Fluth. — 33) Ueber eine Beweisführung Seguin's bei Betrachtung der Dampfmaschine. — 34) Ueber die Abhängigkeit der Farbe des venösen Blutes von der Temperatur.

Ergänzung: Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.

Anmerkung 1.

Ueber das Perpetuum Mobile.

Dem gewöhnlichen Gebrauche folgend, habe ich die Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile als eine Consequenz der Grundprincipien der Mechanik und der Art und Weise dargestellt, in welcher die Naturkräfte thätig sind.

Man kann aber hierin auch ein ursprüngliches und an sich augenscheinlich richtiges Princip sehen, das im Grunde nichts Anderes ausdrückt, als dass nothwendig eine endliche Beziehung zwischen Ursache und Wirkung bestehen muss.

Wählt man diese Art der Betrachtung, so kann die zum Princip erhobene Annahme der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile dazu dienen, zu zeigen, dass alle Naturkräfte nach den Geraden gerichtet sein müssen, die je zwei der verschiedenen auf einander wirkenden materiellen Punkte verbinden, und dass diese Wirkungen nur Functionen des Abstandes sind.

Es ist dies der Weg, auf dem Helmholtz in seiner berühmten Abhandlung „Die Erhaltung der Kraft" (Berlin 1847) diese Auseinandersetzung giebt; die vielleicht Manchem als die beste erscheinen mag, die man überhaupt geben kann. Helmholtz sagt[1]):

„Betrachten wir zunächst einen materiellen Punkt von der Masse m, der sich bewegt unter dem Einflusse der Kräfte von mehreren zu einem festen System A verbundenen Körpern, so zeigt uns die Mechanik die Mittel an, für jeden einzelnen Zeitpunkt die Lage und Geschwindigkeit dieses Punktes bestimmen zu können. Wir würden also die Zeit t als die Urvariable betrachten, und von ihr abhängen lassen die Ordinaten x, y, z von m in Beziehung auf ein gegen das System A festbestimmtes Coordinatensystem, seine Tangentialgeschwindigkeit q, die drei Componenten derselben

$$u = \frac{dx}{dt},\; v = \frac{dy}{dt},\; w = \frac{dz}{dt},$$

und endlich die Componenten der wirkenden Kräfte

$$Y = m \cdot \frac{dx}{dt},\; Y = m \cdot \frac{dy}{dt},\; Z = m \cdot \frac{dz}{dt}.$$

Unser Princip fordert nun, dass $\frac{1}{2}\, m \cdot q^2$, also auch q^2 stets dasselbe sei, wenn m dieselbe Lage gegen A hat, also nicht allein als Function

[1]) Ueber die Erhaltung der Kraft, eine physikalische Abhandlung, S. 10 bis 12.

der Urvariablen t, sondern auch als blosse Function der Coordinaten x, y, z hingestellt werden könne, d. h. dass [1])

$$d(q^2) = \frac{\partial (q^2)}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial (q^2)}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial (q^2)}{\partial z} \cdot dz \quad . \quad . \quad 1)$$

Da

$$q^2 = u^2 + v^2 + w^2,$$

so ist:

$$d(q^2) = 2 \,.\, u \,.\, du + 2 \,.\, v \,.\, dv + 2 \,.\, w \,.\, dw.$$

Wird statt u hier $\frac{dx}{dt}$, statt du aber $\frac{X \,.\, dt}{m}$ aus den oben hingestellten Werthen gesetzt, ebenso für v und w die analogen Werthe, so erhalten wir

$$d(q^2) = \frac{2\,X}{m} \cdot dx + \frac{2\,Y}{m} \cdot dy + \frac{2\,Z}{m} \cdot dz \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Da die Gleichungen 1) und 2) für jedes beliebige dx, dy, dz zusammen stattfinden müssen, so folgt, dass auch einzeln

$$\frac{\partial (q^2)}{\partial x} = \frac{2\,X}{m},\ \frac{\partial (q^2)}{dy} = \frac{2\,X}{m} \text{ und } \frac{\partial (q^2)}{dz} = \frac{2\,Z}{m}.$$

Ist aber q^2 bloss Function von x, y, z, so folgt hieraus, dass auch X, Y und Z, d. h. Richtung und Grösse der wirkenden Kraft, nur Functionen der Lage von m gegen A seien.

Denken wir uns nun auch statt des Systems A einen einzelnen materiellen Punkt a, so folgt aus dem oben Bewiesenen, dass die Richtung und Grösse der Kraft, welche von a auf m einwirkt, nur bestimmt werde durch die relative Lage von m gegen a. Da nun die Lage von m durch seine Beziehung zu dem einzelnen Punkt a nur noch der Entfernung ma nach bestimmt ist, so würde in diesem Falle das Gesetz dahin zu modificiren sein, dass Richtung und Grösse der Kraft Functionen dieser Entfernung a sein müssen. Denken wir uns die Coordinaten auf irgend ein beliebiges Axensystem bezogen, dessen Anfangspunkt in a liegt, so muss hiernach

$$m \,.\, d(q^2) = 2 \,.\, X \,.\, dx + 2 \,.\, Y \,.\, dy + 2\,Z \,.\, dz = 0 \quad . \quad 3)$$

sein, so oft

$$d(r^2) = 2x \,.\, dx + 2y \,.\, dy + 2z \,.\, dz = 0$$

ist, d. h. so oft

$$dz = -\frac{x \,.\, dx + y \,.\, dy}{2}.$$

[1]) Es mag gleich hier bemerkt werden, dass in diesem Werke partielle Differentialquotienten dem Beispiele Jacobi's und Anderer folgend, durch runde ∂ im Zähler und Nenner bezeichnet werden sollen. R.

Dieser Werth in Gleichung 3) gesetzt, giebt

$$\left(X - \frac{x}{2} \cdot Z\right) \cdot dx + \left(Y - \frac{y}{2} \cdot Z\right) \cdot dy = 0$$

für jedes beliebige dx und dz, also auch einzeln

$$X = \frac{x}{z} \cdot Z \text{ und } Y = \frac{y}{z} \cdot Z,$$

d. h. die Resultante muss nach dem Anfangspunkt der Coordinaten, nach dem wirkenden Punkte a, gerichtet sein.

Es müssen folglich in Systemen, welche ganz allgemein dem Gesetze von der Erhaltung der lebendigen Kraft Folge leisten, die einfachen Kräfte der materiellen Punkte Centralkräfte sein".

Anmerkung 2.

Ueber den Ursprung der bewegenden Kraft in der Dampfmaschine, unter Zugrundelegung der Hypothese von der Materialität der Wärme.

Sadi Carnot hat unter Voraussetzung der Körperlichkeit der Wärme eine Erklärung der Erscheinungen in den Dampfmaschinen gegeben, welche, obgleich sie der Wirklichkeit nicht entspricht, doch nicht so sichtlich abgeschmackt ist, als es die Hypothesen waren, welche man erdacht hatte, um nach denselben Voraussetzungen der durch die Reibung entwickelten Wärme Rechnung tragen zu können.

Nach ihm hat die unwägbare Flüssigkeit, deren Anhäufung in verschiedenen Verhältnissen in den Körpern die verschiedenen Wirkungen hervorbringt, die der allgemeine Ausdruck „Wärme" bezeichnet, ein in ihrem Wesen begründetes Streben von einem heissen Körper auf einen kalten überzugehen, genau wie die schweren Körper streben von einem höhergelegenen Orte zu einem tiefergelegenen überzugehen; oder es sollte vielmehr ein ähnliches Streben aus den Wirkungen hervorgehen, welche die Wärmemoleküle auf einander ausüben, und aus denjenigen Wirkungen, welche dieselben von den wägbaren Molekülen erleiden. Folglich würden die Kräfte, welche auf die Wärmemoleküle wirken, jedesmal, wenn eine Ueberführung von Wärme von einem heissen Körper auf einen kalten Körper stattfände, eine positive Arbeit leisten, die man zwar nicht a priori ermitteln könnte, die aber jedenfalls vergleichbar mit der Arbeit der Schwere wäre, die beim Falle eines Wasserstromes geleistet wird.

Dies wäre die wahre motorische Arbeit in der Dampfmaschine; die Wärme, welche aus dem Kessel in den Condensator übergeht, vollführt eine Art von Fall (dies ist der Ausdruck Sadi Carnot's selbst) und die

von der Maschine geleistete Arbeit wäre das Aequivalent dieses ganz mechanischen Vorganges, wie die von einem Wasserrade geleistete Arbeit äquivalent dem Falle des treibenden Baches ist.

Diese Anschauungen haben an sich Nichts, was dem gesunden Menschenverstande widerstrebte oder mit dem allgemeinen Anblicke der Erscheinungen in Widerspruch steht; aber es ist ersichtlich, dass die Voraussetzung der Materialität der Wärme die Annahme der Unzerstörbarkeit derselben mit in sich schliesst, und dass folglich die Dampfmaschine selbst zu folgendem Dilemma Anlass giebt, dessen Lösung von der Erfahrung gefordert werden müsste: entweder die Wärme ist ein körperliches Etwas, dann muss der Dampf genau so viel Wärme nach dem Condensator übertragen, als er dem Kessel entnimmt, oder aber die Wärme ist eine Bewegung besonderer Art, und dann muss ein Theil der Wärme im Gange der Maschine verschwinden und dadurch die äussere Arbeit veranlassen.

Wir haben gesehen, in welchem Sinne sich die Erfahrung ausgesprochen hat.

Anmerkung 3.

Besprechung einiger Versuche Hirn's, welche der Theorie scheinbar widersprechen.

Die Untersuchungen Hirn's sind gelegentlich eines Preises unternommen worden, den die „Physikalische Gesellschaft“ in Berlin auf eine numerische Bestimmung des wahren Werthes des mechanischen Aequivalentes der Wärme ausgesetzt hatte. In dem Berichte, den Clausius an die Gesellschaft erstattete, hat dieser auf den Fehler in den Betrachtungen Hirn's über die Dampfmaschine aufmerksam gemacht und eine richtige Erklärung der Versuche desselben gegeben.

Hirn hat sich den Ansichten von Clausius nicht untergeordnet und obgleich er bei Veröffentlichung seiner Abhandlung den Bericht dieses gelehrten Physikers vollständig mit abdruckte, hat er die Richtigkeit seiner ersten Rechnungen aufrecht zu erhalten gesucht und hat sich bemüht, dieselben durch zwei verschiedene Arten von Versuchen zu rechtfertigen; nämlich durch Messung der in einer Dampfmaschine ohne Expansion verbrauchten Wärme und durch Untersuchung der Wärmeerscheinungen, welche den Ausfluss eines Gases unter hohem Druck in das Vacuum oder einen nahezu leeren Raum begleiten.

Es ist vielleicht nicht unnütz zu zeigen, worauf sich der Werth dieser neuen Argumente reducirt.

Nachstehendes enthält die Worte selbst, durch welche Clausins[1]) die Ungenauigkeit der ersten Betrachtungen Hirn's nachweist.

„Es lässt sich auch leicht nachweisen, auf welche Weise dieser Irrthum bei Hirn entstanden ist. Er sagt nämlich zur Rechtfertigung jener Annahme: „Wenn Dampf sich bei demselben Drucke niederschlägt, bei welchem er entstanden ist, so giebt er beim Niederschlagen ebenso viel Wärme ab, als ihm bei seiner Entstehung mitgetheilt werden musste". Dieser Satz ist allerdings richtig, findet aber auf die Dampfmaschine keine Anwendung.

Wenn bei einer Dampfmaschine, welche ohne Expansion arbeitet, der Dampf den Cylinder an der einen Seite des Stempels ganz angefüllt hat, und nun diese Seite mit dem Condensator in Verbindung gesetzt wird, so strömt nur der erste Theil des Dampfes mit seinem vollen Drucke in den Condensator, und der folgende mit allmählich abnehmendem Drncke, und anch dieser Druck entsteht nur dadurch, dass der noch im Cylinder befindliche Dampf sich ausdehnt, und bei dieser Ausdehnung muss der Dampf schon im Cylinder sich bedentend abkühlen, und sogar, wenn er nicht überhitzt ist, oder ihm von aussen Wärme zugeführt wird, sich schon im Cylinder znm Theil niederschlagen. Um die in jenem Satze enthaltene Bedingung zu erfüllen, müsste der Stempel während des Ausströmens mit solcher Geschwindigkeit zurückgehen, dass der noch im Cylinder befindliche Dampf immer auf dem vollen Drucke erhalten würde. Dann würde aber auch die Gegenkraft, welche der Stempel auf dem Rückgange zu überwinden hätte, ebenso gross sein, als die treibende Kraft anf dem Hingange und Nichts an Arbeit gewonnen sein. Hätte der Verfasser seine Versnche anch auf eine Maschine ohne Expansion ausgedehnt, so würde er ohne Zweifel anch bei dieser gefunden haben, dass die abgegebene Wärmemenge geringer ist, als die aufgenommene."

Diese letzten Worte haben ohne Zweifel Hirn bestimmt, die experimentelle Untersnchung einer Dampfmaschine ohne Expansion vorzunehmen[2]).

Aber es scheint ihm bei dieser neuen Untersuchnng nicht gelnngen zu sein, alle Schwierigkeiten, die sich derselben entgegenstellten, zu besiegen, da nach seinem eigenen Geständniss „der Physiker in der experimentellen Wissenschaft unübersteigliche Schwierigkeiten finden kann" (dessen Werk, S. 179).

Er sagt wohl, dass er erkannt habe, dass in einer Maschine ohne Expansion der Wärmeaufwand entweder Null sei oder eine zn vernachlässigende Grösse habe, aber neben den Versuchen, welehe dieses be-

1) Fortschritte der Physik, 1855, Bd. XI, S. 21. Clauslus: Bericht über die zur Preisbewerbung eingesandte Arbeit Hirn's: Recherches experimentales sur la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur.

2) Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur par Gustave Adolphe Hirn, Paris, 1858. Seite 179.

fremdende Resultat ergeben haben, berichtete er die Ergebnisse eines anderen Versnches, aus dem man eine noch fremdartigere Schlnssfolgernng ziehen könnte.

In einer Maschine, in welcher nur Expansion während des fünften Theiles des Kolbenlaufes stattfindet, soll nämlich einmal gleichzeitig Arbeit hervorgebracht und Wärme erzeugt worden sein.

Man mnss bezweifeln, dass die nene Versuchsmethode, die zu solchen Schlnssfolgerungen geführt hat, der von Hirn bei seinen ersten Versuchen angewendeten Methode vorznziehen sei.

Die klare nnd entscheidende Kritik von Clansins bleibt vollkommen in Kraft.

Hirn setzte Clansius noch die Ergebnisse des folgenden Versnches entgegen; in einem Recipienten von Schwarzblech, der von kaltem Wasser nmgeben ist, liess er einen Dampfstrahl von hohem Drncke eintreten, dessen Temperatur durch ein Thermometer gemessen wnrde, kurz ehe der Dampf die Ausflussöffnung erreichte.

Er sammelte das in einer bestimmten Zeit condensirte Wasser und schloss ans der Temperatnrerhöhnng des Calorimeters, unter Berücksichtigung der nöthigen Correctionen, auf die dnrch diese Condensation entbundene Wärme.

Man findet so stets eine grössere Zahl als dem Ausdrncke:

$$p \,.\, [606{,}5 + 0{,}305\, t + 0{,}4805\, (T - t) - \tau],$$

welcher die im Dampfe enthaltene Wärme in dem Moment bezeichnet, in dem er an der Ansströmungsöffnung ankommt, entspricht. Es bezeichnet p das Gewicht des Dampfes, T seine wirkliche Temperatur, t die Temperatur, bei der er nnter dem Drucke, den er wirklich besitzt, gesättigt sein würde, und τ die Temperatnr des condensirten Wassers, wenn man, entsprechend den Versnchen Regnanlt's, annimmt, dass 0,4805 die specifische Wärme des Wasserdampfes ist.

Aehnliche Versnche, bei welchen er als Calorimeter den Condensator einer Dampfmaschine wählte, gaben dasselbe Resultat.

Hirn schliesst daraus, dass der gesättigte oder überhitzte Dampf, der sich in einem Abkühlungsgefässe condensirt, in welchem der Druck niedriger als sein angenblicklicher Druck ist, Wärme erzeuge.

Die Thatsache ist merkwürdig nnd interessant, aber leicht zu erklären.

Der Dampf, welcher die Ausströmnngsöffnung verlässt, besitzt eine enorme Geschwindigkeit, die Flüssigkeit, welche aus seiner Condensation hervorgeht, befindet sich dagegen in Ruhe. Während der Uebergang aus dem gasförmigen in den flüssigen Zustand vor sich geht, verschwindet also eine beträchtliche Menge lebendiger Kraft nnd es findet, gemäss dem nenen Princip, eine Umsetznng dieser lebendigen Kraft in Wärme statt.

Es ist wohl wahr, dass die äussere Arbeit, welche auf den Dampf während seiner Condensation ausgeübt wird, geringer ist, als die, welche

er bei seiner Bildung entwickelt hat, und dieser Umstand vermindert die durch die Condensation entwickelte Wärme, aber es findet keine Compensation statt. Wenn also der Dampf, welcher in den calorimetrischen Apparat eintritt, gesättigter Dampf von fünf Atmosphären ist, so muss man, um ihn zu bilden, jeder Gewichtseinheit Wasser von der Temperatur τ eine Wärmemenge gleich $651 - \tau$ zuführen.

Ein Antheil q' dieser Wärme wird zu einer Vermehrung der lebendigen Kräfte der Moleküle verwendet, ein zweiter Antheil q'' ist der inneren Arbeit äquivalent, welche der Aenderung des Aggregatzustandes entspricht, ein dritter Theil q''' endlich ist das Aequivalent der äusseren Arbeit.

Dieser letzte Theil q''' kann nahezu gleich 44 Wärmeeinheiten angenommen werden, wenn man für die absolute Dichte des bei Atmosphärendruck gesättigten Wasserdampfes den Werth $^1/_{363}$ annimmt, den Clausius theoretisch berechnet hat [1]), und wenn man die sehr kleine Differenz zwischen dem Volumen des Wassers bei τ Grad und bei Null Grad vernachlässigt.

Andererseits gestatten die neueren Arbeiten von Minary und Résal [2]) das Gewicht der Dampfmenge zu bestimmen, welche in fünf Minuten aus einem Kessel von fünf Atmosphären Druck durch eine Oeffnung von 0,007 Meter Durchmesser ausströmt, wenn sich diese Oeffnung am Ende eines Rohres von 0,15 Meter Durchmesser befindet; diese Dampfmenge beträgt 10,6 Kilogramme.

Hieraus folgt leicht unter Berücksichtigung des vorstehenden Werthes für die Dichte und wenn man ferner für den Contractionscoefficienten des Strahles den Werth 0,44 annimmt (einen Werth, welchen die Unternehmer dieser Versuche selbst gegeben haben), dass die Ausströmungsgeschwindigkeit ungefähr 600 Meter pro Secunde beträgt, und dass mithin jedes Kilogramm Dampf, welches unter den den Versuchen Hirn's entsprechenden Bedingungen entweicht, ungefähr eine lebendige Kraft von 180 000 Kilogrammetern besitzt, deren Wärmeäquivalent wenig niedriger als 400 Einheiten ist. Man sieht also, dass wenn auch die äussere Arbeit nicht erscheint, mehr als Compensation stattfindet, und dass die Zerstörung der lebendigen Kraft mehr als genügend wäre, um die von Hirn beobachtete Erscheinung zu erklären. Selbst ein beträchtlicher Irrthum über den Contractionscoefficienten würde diese Schlussfolgerung nicht beeinträchtigen.

Es ist nicht unnütz zu bemerken, dass die lebendige Kraft, welche dem Dampfe innewohnt, wenn er die Oeffnung verlässt, selbst eine Umsetzung der Wärme ist, welche er im Kessel besass, und dass folglich der Dampf in dem Momente, in welchem er die Oeffnung verlässt, sich

[1]) Die theoretischen Werthe von Clausius (Abhandlungen, Bd. I, S. 72) sind durch die Versuche von Fairbairn und Tate bestätigt worden (Proc. of the Royal Soc. 1860, in Phil. Mag. 4. Ser., Bd. XXI, S. 230 und Comptes rendus, Bd. LII, Seite 706.) — [2]) Annales des mines, Bd. XVIII, S. 653.

nicht mehr in demselben Zustande befinden kann, in dem er sich im Inneren des Kessels in einiger Entfernung von der Oeffnung befand.

Anmerkung 4.

Ueber ein Theorem von Coriolis.

Das folgende Theorem, welches Coriolis in seinem classischen Werke über die Berechnung der Leistungen der Maschinen[1]) gegeben hat, ist in gewissem Sinne die Erklärung des allgemeinen Gesetzes, welches wir auszusprechen versucht haben.

„Die Summe der lebendigen Kräfte eines Systemes von Molekülen, welcher Art auch die Bewegungen sein mögen, kann in drei Theile zerfallen:

1) Die lebendige Kraft, welche alle Moleküle haben würden, wenn man sich dieselben in den Schwerpunkt des Systemes übertragen denkt.

2) Die Summe der lebendigen Kräfte, welche dieselben Moleküle besitzen würden, wenn man voraussetzte, dass dieselben in derselben relativen Anordnung, in der sie sich befinden, einen Körper von unveränderlicher Gestalt bildeten, welchem man die mittlere Bewegung um den Schwerpunkt ertheilt hätte.

3) Die Summe lebendiger Kräfte, welche den Molekülen zukommen, zufolge relativer Geschwindigkeiten, welche sie gegen Coordinatenebenen besitzen, die an der mittleren Rotationsbewegung Theil nehmen.

In den Arbeitsgleichungen hat man gewöhnlich nur Rücksicht auf die beiden ersten Theile dieser Summe genommen, d. h. auf die lebendigen Kräfte, die aus der allgemeinen fortschreitenden und der drehenden Bewegung der Körper folgen; dem dritten Theile trug man meist nur dann Rechnung, wenn die Schwingungen äusserlich merklich waren, wenn z. B. Schallschwingungen stattfanden.

Der Grundgedanke der neuen Theorie ist es, diesen dritten Theil in der Wärme zu suchen.

Es ist ausserdem klar, dass die Wirkung der mechanischen Kräfte in den meisten Fällen alle drei Arten lebendiger Kräfte hervorbringen wird, und dass man ebenso wenig ein Recht hat, die Veränderungen der lebendigen Kraft der Wärme zu vernachlässigen, als die äusserlich bemerkbaren lebendigen Kräfte. Man kann sogar hinzufügen, dass sich die Umsetzung äusserlich sichtbarer lebendiger Kräfte in lebendige Kraft

[1]) Coriolis, Traité de la mécanique des corps solides et du calcul de l'effet des machines, Zweite Auflage. S. 92.

der Wärme unaufhörlich vor unseren Augen in der Natur vollzieht und dass hauptsächlich auf diesem Wege die Schwingungen eines Systemes um seine stabile Gleichgewichtslage erlöschen.

Anmerkung 5.

Ueber das Ausdehnungsgesetz der Gase.

Das Ausdehnungsgesetz der Gase wurde bis zu den Versuchen von Magnus und von Regnault von allen Physikern für genau gehalten; es wird allgemein das Gay-Lussac'sche Gesetz genannt.

Meiner Ansicht nach wäre es richtiger, es das Gesetz von Charles zu nennen. Den wesentlichen Inhalt dieses Gesetzes, nämlich die angenäherte Uebereinstimmung der Ausdehnung verschiedener Gase und folglich die Proportionalität aller dieser Ausdehnungen mit der Temperatur, welche durch ein Thermometer bestimmt wird, welches selbst durch irgend ein Gas gebildet wird, hat Charles auf die einfachste Weise nachgewiesen.

Das Gefäss einer Art von Quecksilberbarometer war mit Gas gefüllt; der Apparat wurde nach einander der Wirkung zweier verschiedener Temperaturen ausgesetzt (es war dies die Temperatur der Umgebung und die des kochenden Wassers) und das Aufsteigen des Quecksilbers in der Barometerröhre beobachtet. Charles fand, dass dieses Aufsteigen für Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff und Kohlensäure gleich gross war, und mehr bedurfte es nicht, um festzustellen, dass der Ausdehnungscoefficient dieser verschiedenen Gase nahezu derselbe ist, wenn auch der Werth dieses gemeinschaftlichen Coefficienten auf diese Weise nicht mit Genauigkeit bestimmt werden konnte[1]).

Gay-Lussac hat zu diesem Ergebniss nur eine Messung des Ausdehnungscoefficienten hinzugefügt, die um ungefähr $^1/_{30}$ ungenau war.

Man kann sogar sagen, dass dadurch der Fortschritt der Wissenschaft einigermaassen aufgehalten worden ist, dass er als ein absolutes Gesetz darstellte, was lediglich ein angenäherter Ausdruck war.

Nach Charles dehnen sich die auflösbaren Gase um nicht so viel aus, als die Gase, die wir oben angeführt haben. Man weiss nicht genau, von welchen auflöslichen Gasen Charles hat sprechen wollen, aber es ist wahrscheinlich, dass es dieselben sind, über welche Gay-Lussac ebenfalls Versuche angestellt hat, nämlich schweflige Säure und Chlorwasserstoffsäure, und von welchen er angab, dass sie denselben Ausdehnungscoefficienten wie Luft besässen.

Man weiss jetzt, dass der Ausdehnungscoefficient der schwefligen

[1]) Die Versuche von Charles sind von Gay-Lussac selbst in seiner Abhandlung über die Ausdehnung der Gase, Ann. de Chim., Bd. XLIII, Seite 157, berichtet worden.

Säure um $^1/_{15}$ höher ist, als derjenige der Luft. In diesem wichtigen Punkte hatte also **Charles** sogar gegen **Gay-Lussac** Recht; und so unvollkommen man seine Art zu experimentiren auch finden mag, eine Untersuchungsmethode, welche Differenzen von $^1/_{15}$ der zu messenden Grösse nicht angegeben hat, ist ihr nicht wesentlich überlegen.

Anmerkung 6.

Ueber die innere Arbeit in Krystallen und einigen Flüssigkeiten.

In den Flüssigkeiten und nicht krystallisirten festen Körpern ist es möglich, dass bei einer einfachen Temperaturerhöhung keine innere Arbeit stattfindet, in dem Falle nämlich, dass gleichzeitig keine Volumenänderung eintritt.

Es verhält sich aber ohne Zweifel in den krystallisirten festen Körpern wesentlich anders, mindestens bei denjenigen, die nicht zum tesseralen Systeme gehören. Die ungleiche Ausdehnung nach verschiedenem Sinne, die in diesen Körpern durch die Wirkung der Wärme hervorgebracht wird, gestattet nicht vorauszusetzen, dass, sobald man die Ausdehnung durch ein genügendes Anwachsen des Druckes hindert, auch keine Aenderung in der Anordnung der Moleküle stattfinde.

Wenn z. B. ein Kalkspathkrystall erhitzt und gleichzeitig derart comprimirt wird, dass sein Volumen constant bleibt, so strebt der Krystall während der Einwirkung der Wärme sich in der Richtung der Hauptaxe zu verlängern und sich in der dazu senkrechten Richtung zusammenzuziehen; es ist gewiss, dass, wenn auch keine Volumenänderung eintritt, eine Aenderung der Gestalt stattfindet und folglich eine innere Arbeit sich vollzieht. Selbst wenn man durch eine passende Vertheilung von Drücken und Zügen auf die äussere Oberfläche sowohl eine Volumenals auch eine Gestaltsänderung verhindert, so würde doch noch eine Aenderung in der relativen Richtung der Moleküle stattfinden, wenn nicht in der relativen Lage ihrer Schwerpunkte.

Es wird dies wenigstens durch die ungleiche Aenderung der optischen Eigenschaften nach verschiedenen Richtungen äusserst wahrscheinlich gemacht, welche im Allgemeinen aus der Einwirkung der Wärme auf den Krystall folgt und welche durch die einfache Ungleichheit der Ausdehnungen nicht erklärlich zu sein scheint.

Es ist vorauszusehen, dass selbst in einer Flüssigkeit jede Temperaturänderung dann von einer merklichen inneren Arbeit begleitet sein wird, auch wenn das Volumen sich nicht ändert, wenn sich die Flüssigkeit dem Punkte des Festwerdens nähert, wenn also die regellose Anordnung der Moleküle, welche den flüssigen Zustand charakterisirt, strebt,

einer regelmässigen Anordnung, wenn nicht der ganzen Masse, doch mindestens ihrer verschiedenen Theile zu weichen.

Man sieht hieraus, wie sehr gewissenhaft man sein muss, ehe man annehmen darf, dass die innere Arbeit unter gegebenen Umständen Null sei; die Unveränderlichkeit der mittleren Abstände der Moleküle garantirt dieselbe keineswegs.

So kann z. B. Wasser, welches unter die Temperatur abgekühlt wird, bei welcher das Maximum seiner Dichte stattfindet, allmählich bei zwei verschiedenen Temperaturen, von welchen die eine über, die andere unter vier Grad liegt, unter demselben Drucke dasselbe Volumen annehmen. Die äussere Arbeit zwischen diesen beiden Zuständen ist, ihrer Definition zufolge, Null; nichts aber berechtigt uns anzunehmen, dass es die innere Arbeit ebenfalls sei. Man kann die Anomalie des Dichtigkeitsmaximums überhaupt kaum anders begreifen, als dass man sich vorstellt, dass die relative Richtung der Moleküle um so mehr aufhört vollkommen regellos und unbestimmt zu sein, je mehr man sich dem Gefrierpunkte nähert, und dass, wenn bei zwei verschiedenen Temperaturen das Volumen das nämliche ist, ohne dass die Anordnung der Moleküle in beiden Fällen dieselbe ist, der Uebergang von einer Temperatur zur anderen von einer merklichen inneren Arbeit begleitet sei.

Anmerkung 7.

Ueber eine unrichtige Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme.

Verschiedenen Physikern, unter diesen zumal Kupffer und Masson, schien folgende Betrachtung zulässig zu sein, und die Werthe, welche dieselbe für das mechanische Aequivalent der Wärme ergab, entfernten sich scheinbar nicht zu weit von den richtigen Werthen.

Es bezeichne P einen Zug, welcher, wenn er gleichförmig auf die äussere Oberfläche der Volumeneinheit eines Körpers ausgeübt würde, eine Ausdehnung $\varDelta$ hervorbrächte, welcher derjenigen gleich ist, welche durch die Temperaturerhöhung von 1 Grad erfolgt.

Die Arbeit dieser Kraft, die man aufwenden muss, um diese Ausdehnung, um die es sich handelt, hervorzubringen, ist $P \cdot \varDelta$.

Andererseits muss man dem Körper, um ihn um dieselbe Grösse durch die Wirkung der Wärme auszudehnen, eine Wärmemenge mittheilen, welche gleich dem Producte aus der specifischen Wärme c_p, mit dem Gewichte der Volumeneinheit, d. h. mit der Dichte D ist.

Wäre die Arbeit $P. \varDelta$ das mechanische Aequivalent dieser Wärmemenge, so erhielte man die Beziehung[1]):

[1]) Dies ist ungefähr die Form, unter welcher Masson die Betrachtung Kupffer's in seiner Abhandlung: Ueber die Beziehung der physikalischen Eigenschaften der Kör-

$$P \cdot \Delta = J \cdot c_p \cdot D,$$

welche nach Kupffer durch die Erfahrung bestätigt würde.

Es bedarf keiner grossen Aufmerksamkeit, um zu verstehen, in wiefern diese Betrachtungsweise mangelhaft ist. Die Wärmemenge $c_p \cdot D$ wird nothwendigerweise aus drei Theilen bestehen, nämlich 1) der Zunahme der Summe der lebendigen Kräfte, 2) dem mechanischen Aequivalente der inneren Arbeit, 3) dem Aequivalente der äusseren Arbeit.

Dieser dritte Theil wäre Null, wenn die Ausdehnung im luftleeren Raume stattgefunden hätte; unter den gewöhnlichen Bedingungen, unter welchen solche Experimente angestellt werden, findet diese Ausdehnung unter dem atmosphärischen Drucke statt und daher kann dieser dritte Theil gegen den zweiten vernachlässigt werden.

Wesentlich anders verhält es sich mit dem ersten Theile, diesen darf man nicht vernachlässigen, wenn man damit nicht stillschweigend die Annahme zulassen will, dass die specifische Wärme bei constantem Volumen im Verhältniss zur specifischen Wärme bei constantem Drucke unmerklich sei. Man kann also die innere Arbeit nicht als mechanisches Aequivalent der ganzen Grösse $c_p . D$ ansehen. Es ist ausserdem sehr zweifelhaft, ob der Ausdruck $P \cdot \Delta$ genau der Werth der inneren Arbeit ist, denn $P . \Delta$ ist die Arbeit der Kräfte, welche durch ihre mechanische Wirkung eine Ausdehnung gleich Δ unter der Voraussetzung hervorbringen, dass die Temperatur des Körpers constant bleibt. Findet ausserdem nirgends eine Entwickelung merklicher Geschwindigkeiten statt, so ist sie immer nur unter denselben Umständen der Ausdruck der inneren Arbeit. Nichts aber berechtigt uns, diese innere Arbeit gleich derjenigen zu setzen, die stattfindet, wenn der Körper sich durch Einfluss der Wärme bei Aenderung seiner Temperatur ausdehnt. Diese beiden Arbeitsmengen sind gewiss von derselben Grössenordnung und ändern sich in demselben Sinne, wenn man von einem festen Körper zum anderen übergeht, aber es ist mindestens zweifelhaft, ob beide identisch sind.

Alles was man im Allgemeinen sagen kann, ist, dass der Widerstand gegen den Zug ein sicheres Zeichen der Grösse der molekularen Kräfte ist, und dass ein beträchtlicher Theil der Wärme, die man einem Körper mittheilt, um ihn zu erwärmen, verwendet wird, um gerade diese Kräfte zu überwinden; die specifische Wärme und der Widerstand gegen den Zug, oder der Elasticitätscoefficient, der dessen Maass ist, ändern sich in demselben Sinne bei Körpern einer bestimmten Kategorie, z. B. bei den Metallen.

Dieselbe, etwas oberflächliche Regel, lässt sich auch auf die latente

per (Ann. de Chim. et de Phys., 3. Serie, Bd. LIII, S. 256) wiedergiebt. Es ist wahrscheinlich, dass diese Interpretation die Gedanken des gelehrten Directors des physikalischen Observatoriums von St. Petersburg genau wiedergiebt, aber man kann sich nicht dafür verbürgen, da im Originaltext der Abhandlung anstatt des deutlichen und scharfen Ausdruckes: „Arbeit" fortwährend die Worte: „mechanische Wirkung" gebraucht sind, die keine bestimmte Bedeutung im gewöhnlichen Sprachgebrauche der Mathematik haben. (Bulletin de la classe des sciences physiques et mathématiques de l'Académie de St. Petersbourg, Bd. X und Pogg. Annalen, Bd. LXXXVI, S. 310.) V.

Wärme der Schmelzung anwenden und daher kommt es, dass Person dazu geführt wurde, zwischen den Elasticitätscoefficienten und den Schmelzwärmen verschiedener Metalle eine numerische Beziehung aufzufinden, die man angenähert als durch die Erfahrung bewiesen ansehen kann; es ist aber unmöglich, dieselbe aus einer strengen Theorie herzuleiten.

Es ist möglich, dass die Formel Kupffer's die gleiche Art von Werth besitzt, wie die Formel von Person und dass sie der angenäherte Ausdruck einer Beziehung ist, welche die Theorie unfähig ist aufzustellen.

Wir haben in der That nicht bewiesen, dass diese Formel falsch ist, sondern einfach nur, dass man dieselbe nicht durch irgend welche Betrachtung a priori ableiten kann; betrachtet man diese allgemeine Thatsache unter der besonderen Gestalt, dass die Elasticitätscoefficienten und die specifische Wärme sich in demselben Sinne ändern, so ist es ebenso zulässig und ebenso werthvoll diese Beziehung mit der Erfahrung zu vergleichen, wie dies mit jeder anderen der Fall sein würde.

Jedenfalls könnte man einer solchen Vergleichung keinen endgültigen Werth beilegen, wie dies Kupffer versucht hat. Um das Gewicht P als Function des Elasticitätscoefficienten zu ermitteln, bediente sich Kupffer einer alten Formel von Poisson, von welcher man jetzt weiss, dass sie ungenau und zwar sehr wahrscheinlicher Weise nicht für alle Körper in gleicher Weise ungenau ist. Daraus folgt, dass ein Factor, den Kupffer in seinen Rechnungen als constant betrachtet, sich von einem Metall zum anderen ändert, und da diese Aenderung noch nicht für alle Metalle gemessen ist, die Kupffer betrachtet hat, so ist es nicht einmal möglich, in seinen Rechnungen die nöthigen Correctionen einzuführen und den empirischen Werth seiner Formeln einer strengen Prüfung zu unterwerfen.

Anmerkung 8.

Ueber die Körper, die sich unter Einwirkung der Wärme zusammenziehen.

Es ist fast unnöthig, zu bemerken, dass wenn eine der ausnahmsweisen Erscheinungen betrachtet wird, wie z. B. die Schmelzung des Eises und die Volumenänderung des Wassers unter 4°, bei welchem die Einwirkung der Wärme eine Volumenverminderung der Körper hervorruft, die Betrachtung umgekehrt werden müsste. Man würde eine Periode betrachten, in welcher die Körper sich ausdehnen während sie sich abkühlen und folglich würde eine äussere Arbeit L geleistet, während eine Wärmemenge Q abgegeben würde; in einer zweiten Periode, welche nicht genau die Umkehrung der ersten wäre, würde der Körper durch Anwendung einer äusseren Arbeit L' und unter Aufnahme einer

Wärmemenge Q' in seinen ursprünglichen Zustand zurückkommen. Wäre L' kleiner als L, so wäre hier schliesslich eine äussere Arbeit $L - L'$ erzeugt worden, gleichzeitig müsste nothwendiger Weise eine äquivalente Absorption von Wärme stattfinden; Q' müsste grösser als Q sein; man hätte dann die Gleichung

$$L - L' = J \cdot (Q' - Q).$$

Das Beispiel von Körpern, die sich innerhalb gewisser Temperaturgrenzen unter dem Einflusse der Wärme zusammenziehen, ist geeignet, wieder den Betrachtungen näher zu rücken, die den Gegenstand der vorhergehenden Anmerkung ausmachten. Beschränkt man sich darauf, die äussere Arbeit mit derjenigen Wärmemenge zu vergleichen, die man dem Körper in ein und derselben Transformation entzogen oder mitgetheilt hat, um ihn aus einem gegebenen Zustande in einen anderen überzuführen, so würde man zn der eigenthümlichen Schlussfolgerung gelangen, dass sowohl die Schöpfung als auch die Vernichtung von Wärme zu einer Arbeitsleistung Anlass geben könne.

Nichts ist geeigneter recht sichtlich zu zeigen, wie nothwendig es ist, die Arbeit der Molekularkräfte zu berücksichtigen. Bringt man durch eine locale Erschütterung, oder durch Berührung mit einem Stücke schon gebildeten Eises, oder selbst durch das Einbringen eines einfachen Staubkörnchens, eine Wassermasse bei Nullgrad zum Gefrieren, so führen die Molekularkräfte, die durch den Einfluss einer dieser zufälligen Ursachen zur Thätigkeit angeregt worden sind, die Moleküle der Flüssigkeit in diejenigen Stellungen, welche ihnen im festen Körper zukommen, und die positive Arbeit, die sich bei diesem Vorgange vollzieht, hat gleichzeitig die entbundene Wärme und die durch die Ausdehnung hervorgebrachte äussere Arbeit zum Aequivalent. Schmilzt man umgekehrt das Eis, so ist die Wärme, die man ihm mittheilen muss, aus ähnlichen Ursachen das Aequivalent des Ueberschusses der inneren Arbeit über die äussere. In den gewöhnlichen Fällen ist im Gegentheil die bei der Schmelzung aufgenommene und beim Festwerden entwickelte Wärme das Aequivalent der Summe und nicht der Differenz ans der inneren Arbeit und aus der äusseren Arbeit.

Wird ferner ein Kautschukstreifen durch einen Zug verlängert, so ist diese Verlängerung von einer Temperaturerhöhung begleitet, die Temperatnr eines Metalldrahtes wird dagegen unter gleichen Umständen erniedrigt; dieser Gegensatz rührt davon her, dass die Wärme die Metalle ansdehnt nnd beim Kautschnk eine Zusammenziehung veranlasst. Dies ist ein Punkt, den Joule[1]) vollständig aufgehellt hat.

---

[1]) Joule, Phil. Mag., Bd. XIV, S. 227, 1857; Ann. de Chim. et de Phys., Bd. LII, S. 226; Thomson, Phil. Mag. (1857), Bd. VIII, S. 504. Man sehe hierüber noch: Tyndall, Die Wärme als eine Art der Bewegung, 2. Aufl. S. 115; ferner Villari, Pogg. Ann., Bd. CXLIV, S. 274; Schmulewitsch, Vierteljahresschrift der naturforsch. Gesellschaft in Zürich, Jahrgang XI, Heft 3 und Pogg. Ann., Bd. CXLIV, S. 280.

An nicht vulcanisirtem Kautschuk ist diese Eigenschaft von Gough im Jahre

Anmerkung 9.

Ueber calorimetrische Messungen, bei welchen man auf die äussere Arbeit nicht Rücksicht genommen hat.

Die Nothwendigkeit, bei allen Erscheinungen, die von den Wirkungen der Wärme abhängen, auf die äussere Arbeit Rücksicht zu nehmen, könnte fast zu der Befürchtung Anlass geben, dass der grösste Theil der calorimetrischen Messungen mit einem fundamentalen Fehler behaftet wäre, da dieselben zu einer Zeit ausgeführt worden sind, in der man das Princip der mechanischen Wärmetheorie noch kaum ahnte. Bei einiger Aufmerksamkeit jedoch bemerkt man, dass diese Sorge nicht gerechtfertigt ist. Wenn man streng sein will, muss man ohne Zweifel zugeben, dass die specifischen Wärmen, latenten Wärmen immer vom äusseren Drucke abhängen, unter dem sich die Körper ausdehnen oder ihren Aggregatszustand ändern, aber unter gewöhnlichen Umständen ist für feste Körper und Flüssigkeiten die äussere Arbeit so gering, dass aus dieser Abhängigkeit nur äusserst schwache Correctionen folgen können, die fast immer, selbst für die empfindlichste Messmethode unmerklich sind.

Für die Gase ist der Einfluss, um den es sich handelt, so erheblich, dass man immer auf denselben Rücksicht genommen hat und dass man es immer als unerlässlich angesehen hat, den Druck eines Gases, dessen specifische Wärme man beispielsweise untersucht, genau anzugeben. Nur bei den Dämpfen können Fehler begangen worden sein und noch begangen werden.

Jede Untersuchung über die latente Wärme der Verdampfung, bei der man nicht auf den Dampf, der sich condensirt, eine äussere Arbeit wirken gelassen hat, die ebenso gross als die Arbeit ist, die er bei seiner Bildung entwickelt hat, ist in einem wesentlichen Punkte fehlerhaft und kann keine zuverlässigen Resultate liefern.

Mit gutem Rechte hat sich daher Regnault in seinen Untersuchungen über die latenten Wärmen der Verdampfung des Wassers eingehend damit beschäftigt, in allen Theilen seines Apparates einen gleichen Druck her-

---

1806 entdeckt worden, Nicholson's Journ., Bd. XIII, S. 305 und daraus in Gehlen's Journ., Bd. IX, S. 217.

Neuerer Zeit hat Reusch, Pogg. Ann., Bd. CXLIV, S. 315 ähnliche Erscheinungen auch an dem Guttapercha beobachtet.

Govi schreibt die Erwärmung dieser Körper durch Zug zahlreichen Gaseinschlüssen zu, die sich in unzähligen kleinen Höhlungen dieser Masse befinden sollen. Diese Gasmengen würden durch Zug comprimirt, entwickelten Wärme und bei der Zusammenziehung des Kautschuks dehnten sich die Höhlungen und in ihnen das Gas aus und kühlte sich ab; hierdurch würde das abweichende Verhalten bedingt. Ehe diese Gaseinschlüsse nicht factisch nachgewiesen sind, dürfte diese Erklärungsweise jedoch als höchst problematisch anzusehen sein. R.

zustellen. Die neue Theorie ist weit davon entfernt, den Werth der durch diesen hervorragenden Physiker erhaltenen Zahlen irgendwie zu vermindern, sie vermehrt vielmehr ihr Gewicht und bedient sich derselben, um zu neuen Resultaten zu gelangen; wohl aber beraubt sie äusserst zahlreiche Bestimmungen, bei welchen diese principielle Vorsicht vernachlässigt worden ist, jeder Vertrauenswürdigkeit und Dauer.

Anmerkung 10.

Theorie der Constitution der Gase.

Denkt man sich in einem begrenzten Raume eine grosse Zahl von Molekülen durch solche Zwischenräume getrennt, dass ihre gegenseitigen Wirkungen unmerklich sind, und setzt man ausserdem voraus, dass sich diese Moleküle in Ruhe befinden, so ist ersichtlich, dass dieselben durchaus keinen Einfluss auf einander ausüben, und dass der Zustand eines Theiles dieser Moleküle irgend welche Aenderung erleiden kann, ohne dass der Zustand des übrigen Theiles davon im geringsten berührt würde. Auf Körper, welche dieses System begrenzten, würde dann keine dem Drucke ähnliche Wirkung ausgeübt werden. Einzelne Moleküle können sich zwar in so geringer Entfernung von den begrenzenden Körpern befinden, dass sie auf diesen wirken; aber zufolge der Annahme über den mittleren Abstand dieser Moleküle wird die Zahl solcher Moleküle sehr gering im Vergleich zur Zahl der Moleküle sein, die zusammen wirken müssen, um den Druck einer Flüssigkeit auf einen festen Körper oder auf eine andere Flüssigkeit hervorzubringen.

Gewiss gleicht Nichts weniger einem Gase, als dieses zusammenhangslose und indifferente Haufwerk, das man kaum ein System nennen kann; wir haben indessen im Texte gesehen, dass es nicht leicht möglich ist, die Annahme fallen zu lassen, dass in den Gasen die reciproken Abstände der Moleküle unvergleichlich viel grösser als in jeder anderen Classe von Körpern sind. Schreibt man jedoch diesen Molekülen eine Bewegung zu, so ändert sich Alles und die bekannten Eigenschaften der vollkommenen Gase ergeben sich als nothwendige Folgerungen aus dieser Annahme.

In Folge ihrer Bewegungen werden sich die Moleküle unter einander und gegen die Begrenzung des Raumes, in dem sie enthalten sind, anstossen; es wird nicht lange dauern, so stellt sich ein mittlerer Zustand her, dessen Haupteigenschaften leicht zu erkennen sind. Wegen der Grösse des molekularen Abstandes müssen sich fast alle Moleküle in einem gegebenen Augenblicke so bewegen, als ob sie keiner Kraft unterworfen wären, d. h. sie werden sich in geraden Linien und mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit bewegen, die im Endzustande allen Molekülen gemeinsam, aber bei verschiedenen Molekülen verschieden gerichtet ist.

Moleküle, die zufälliger Weise in einem Augenblicke einander näher gekommen sind, wirken auf einander und beeinflussen gegenseitig sowohl die Gestalt ihrer Bahnen, als die Grösse ihrer Geschwindigkeiten; aber diese Aenderungen dauern nur eine sehr kurze Zeit, nach derselben werden sich die Moleküle wieder von einander entfernen und in die allgemeinen Bedingungen des Systems zurückkehren. Es können sich aber auch einzelne Moleküle in centralem oder schiefem Stosse treffen; da aber so wohl die Massen als die Geschwindigkeiten der einzelnen Moleküle nach der Hypothese unter sich gleich sind, so können die Geschwindigkeiten durch den Stoss nur ihre Richtung, nicht aber ihre Grösse ändern. Man sieht also, dass man, um die Wirkung zu finden, welche das System gegen die begrenzenden Wandungen ausübt, für den wirklichen Zustand einen angenommenen setzen kann, in welchem sich alle Moleküle ohne Aufhören in gerader Linie nach allen denkbaren Richtungen bewegen, ohne sich jemals zu treffen.

Sind die Wände unbeweglich und vollkommen elastisch, so wird jedes anstossende Molekül zurückgeworfen, dabei ändert dasselbe seine Richtung, behält jedoch seine Geschwindigkeit bei, so dass der gesammte Zustand des Systems unveränderlich bleibt. Setzen wir voraus, dass diese Bedingung erfüllt sei und untersuchen, welche Kraft man auf eine Wand von gegebener Oberfläche ausüben muss, mit welchem Gewichte man z. B. dieselbe belasten muss, um sie unbeweglich zu erhalten. Diese Kraft muss fähig sein, die normale Composante der Geschwindigkeit jedes der Moleküle zu ändern, welche in einer gegebenen Zeit gegen die Wand stossen, oder was auf dasselbe hinauskommt, ihnen eine normale Geschwindigkeit von entgegengesetztem Vorzeichen und einer Grösse zu ertheilen, die doppelt so gross, als diese Composante ist.

Dieselbe muss also ersichtlich proportional der Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung der Moleküle und ihrer Masse sein. Sie muss aber auch ausserdem noch proportional der Zahl von Molekülen sein, die in einer gegebenen Zeit die Wand treffen, d. h. proportional der Zahl von Molekülen, die sich in der Volumeneinheit befinden, und ferner noch ein zweites Mal proportional ihrer Geschwindigkeit, denn die Zeit, welche ein bestimmtes Molekül braucht, um den Raum zwischen zwei Wänden zu durchlaufen, ist, wie leicht erkannt werden kann, umgekehrt proportional der Geschwindigkeit; folglich ist die Zahl der Stösse, welche ein und dasselbe Molekül gegen dieselbe Wand in einer gegebenen Zeit vollführt, ebenfalls der Geschwindigkeit proportional.

Der Druck also, den man ausüben muss, ist einmal proportional der Masse und Zahl der Moleküle, die in der Volumeneinheit enthalten ist, und zweimal proportional ihrer Geschwindigkeit, er ist also proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit.

Die Proportionalität zwischen Druck und Zahl der Moleküle ist nichts Anderes, als die Proportionalität zwischen Druck und Dichte, und das ist das Mariotte'sche Gesetz.

Die Proportionalität mit der Masse der Moleküle und mit dem Quadrate der Geschwindigkeit ist ebenfalls leicht zu interpretiren.

Geht man aus von den heutzutage angenommenen Ansichten über das Wesen der Wärme, so kann man die Geschwindigkeit der Moleküle als ein Kennzeichen der Temperatur des Gases ansehen, welches sich in demselben Sinne ändert, als die Temperatur selbst. Hieraus ergiebt sich eine theoretische Definition der Gleichheit der Temperaturen. Man sagt, zwei Gase besitzen dieselben Temperaturen, sobald als dieselben unter demselben Drucke mit einander in Verbindung gesetzt, gegenseitig ihren Zustand nicht ändern. Nimmt man aber an, dass bei zwei verschiedenen Gasen unter gleichen Verhältnissen im gleichen Volumen gleich viel Moleküle enthalten sind, so besitzen also zwei solche Gase gleiche Temperaturen, wenn in beiden die Producte aus der Masse eines Moleküles und dem Quadrate der Geschwindigkeit gleich sind.

Die Gleichheit der lebendigen Kräfte der Moleküle schliesst also die Gleichheit der Temperatur in sich ein.

In anderen Ausdrücken kann man sagen, die lebendige Kraft der Moleküle ist eine Function der Temperatur, die für alle Gase dieselbe ist; die Proportionalität des Druckes mit dieser lebendigen Kraft bezeichnet also, dass in allen Gasen die Beziehung zwischen Druck und Temperatur dieselbe ist. Aus dieser Uebereinstimmung, in Verbindung mit dem Mariotte'schen Gesetz, leitet man leicht die Uebereinstimmung der Ausdehnungscoefficienten ab. Kommt man ausserdem überein, wie es üblich ist, die Temperatur mit Hülfe des Luftthermometers zu bestimmen, so weiss man, dass wenn man diese Temperatur mit t und den Ausdehnungscoefficient mit α bezeichnet, der Druck bei constantem Volumen proportional dem Ausdrucke

$$\frac{1}{\alpha} + t \text{ oder } 273 + t \text{ ist.}$$

Die lebendige Kraft der Moleküle ist also proportional der Temperatur, gemessen an einem Thermometer, bei welchem man von — 273° ausgeht. Bei dieser Temperatur von — 273° würde die lebendige Kraft der Moleküle also Null sein, oder man könnte sagen, bei dieser Temperatur enthält das Gas keine Wärme mehr; der absolute Nullpunkt der Temperatur wäre erreicht, und das Gas würde alsdann aufhören ein Gas zu sein und sich in jenes träge Haufwerk von unabhängigen und unbeweglichen Atomen verwandeln, welches wir vor Kurzem näher charakterisirt haben.

Nimmt man endlich in Uebereinstimmung mit allen Chemikern an, dass unter demselben Drucke alle einfachen Gase in gleichem Volumen dieselbe Anzahl von Molekülen enthalten, so sind die Aenderungen der Temperatur proportional den Aenderungen der jedem Moleküle eigenthümlichen lebendigen Kraft, man erkennt also, dass, um gleiche Volumina verschiedener Gase um dieselbe Anzahl von Graden zu erwärmen, dieselbe Wärmemenge nöthig ist. Diese Schlussfolgerung ist unmittelbar

einleuchtend, wenn die Temperaturerhöhung ohne Aenderung des Volumens stattfindet, sie wird es aber auch, wenn eine Volumenänderung stattfindet, wenn man die Formeln auf Seite 32 berücksichtigt.

Die charakteristischen Eigenschaften vollkommener Gase finden somit auf einfache und natürliche Weise ihre Erklärung. Der Begriff des „vollkommenen Gaszustandes" selbst ist scharf definirt und es ist leicht einzusehen, was eigentlich unvollkommene Gase sein mögen, die nicht streng dem Mariotte'schen Gesetze folgen, deren Ausdehnungscoefficient sich mit dem Drucke ändert, und die bei gleichem Volumen nicht dieselbe Wärmecapacität besitzen, wie Luft oder Sauerstoff. In dem Systeme getrennter und sich nach allen Seiten lebhaft bewegender Moleküle, welches wir weiter oben betrachtet haben, hat man vorausgesetzt, dass in einem gegebenen Augenblicke die Anzahl der Moleküle, deren Bewegung nicht geradlinig und gleichförmig ist, unerheblich im Vergleich mit der Zahl von Molekülen sei, deren Bewegung dieser doppelten Bedingung genügt, oder was auf dasselbe hinauskommt, dass für jedes Molekül die Dauer der Epoche der Störungen unmerklich sei, gegenüber dem Zeitraume, in welchem die Bewegung gleichförmig ist. Nimmt man nun an, dass das Verhältniss dieser beiden Dauern zwar sehr klein bleibt, aber eine merkliche Grösse annimmt, so können die Betrachtungen, die oben angestellt worden sind, nicht mehr in aller Strenge wiederholt werden, und ihre Folgerungen werden nicht mehr mit aller Strenge die Eigenschaften des Systems darstellen, sondern sie werden dann nur als ein mehr oder weniger angenäherter Ausdruck der wirklichen Eigenschaften anzusehen sein. Es ist ausserdem klar, dass je mehr man den gegenseitigen Abstand der Moleküle verkleinert, d. h. je mehr man ein Gas verdichtet, um so weniger wird man Aussicht haben, vollkommen gleichförmige Bewegungen zu erhalten, und je mehr wird man sich folglich von den Bedingungen des vollkommenen Gaszustandes entfernen. Dieser vollkommene Zustand selbst ist, um die Wahrheit zu sagen, nur ein Ideal, welchem man sich durch wachsende Verdünnung des Gases ins Unbestimmte nähern kann, ohne ihn jemals zu erreichen[1]).

[1]) Die Theorie, die wir in dieser Note zusammenzustellen versucht haben, ist durchaus nicht neu. Sie ist 1738 angedeutet worden durch Daniel Bernoulli in seiner Hydrodynamik.

Nachdem sie nahezu von aller Welt vergessen worden war, ist sie wahrscheinlich ein zweites Mal vor ungefähr 40 Jahren (geschrieben 1862) durch Herapath erfunden worden. Erst in unseren Tagen hat sie ihre endliche Gestalt durch Joule, Krönig und Clausius erhalten. Clausius hat dieselbe unter dem allgemeinsten Gesichtspunkte betrachtet und dadurch wesentlich vervollständigt, dass er zur Betrachtung der fortschreitenden Bewegungen der Moleküle, die ihrer inneren Bewegungen, ihre Drehbewegungen und die möglichen Bewegungen unwägbarer Fluida hinzufügte. In einer Auseinandersetzung, die sich bemüht, elementar zu bleiben, konnte man auf alle diese Ausführungen keine Rücksicht nehmen.

Es mag genügen, für Weiteres auf die Originalabhandlungen von Joule, Krönig und Clausius hinzuweisen. Joule, Phil. Mag. 4. Ser., Bd. XIV, S. 211; Krönig, Pogg. Ann., Bd. XCIX, S. 315, Clausius, Pogg. Ann., Bd. C, S. 353, und Abhandlungen, Bd. II, S. 229.

Anmerknng 11.

Wie Gase und Dämpfe äussere Arbeit entwickeln.

Die Theorie, welche den Gegenstand der vorhergehenden Anmerkung 10) ausmacht, leitet den Drnck der Gase nicht aus der directen Wirknng einer Repulsivkraft her, sondern erklärt ihn durch eine unaufhörliche Folge von Stössen; dadnrch ist es möglich, zu begreifen, wie die Aendernngen des Volnmens von dnrchaus keiner inneren Arbeit begleitet sein können, obwohl alle Gase das Streben zn besitzen scheinen, sich von selbst anszndehnen und der Verdichtung zu widerstehen. Wenn ein Gas sein Volnmen ändert, so ändert sich die Zahl der in einem gegebenen Raume enthaltenen Moleküle, und wenn eine Temperatnränderung stattfindet, so ändert sich ihre Geschwindigkeit; so lange aber die Dichte gewisse Grenzen nicht überschreitet, d. h. so lange als die mittleren Abstände der Moleküle unter einem bestimmten Werthe bleiben, sind ihre gegenseitigen Wirkungen sowohl nach, als vor der Volumenänderung nnmerklich, und veranlassen daher durchaus keine Arbeit. Der Mechanismns der Beziehnngen, welche zwischen der änsseren Arbeit nnd der absorbirten oder entwickelten Wärme besteht, ist nicht schwer zn begreifen. Wenn man ein Gas comprimiren will, lässt man auf einen beweglichen Kolben eine Kraft wirken, welche grösser als diejenige ist, welche man aufwenden mnss, um das Vorzeichen der normal gerichteten Geschwindigkeitscomponenten aller derjenigen Moleküle zu ändern, die in einer gegebenen Zeit anf die Kolbenfläche stossen.

Die Geschwindigkeit aller Moleküle wird dadurch direct oder indirect vergrössert, und die Arbeit des äusseren Druckes hat das Anwachsen der Summe der lebendigen Kräfte der Moleküle, d. h. die entwickelte Wärme, znm Aequivalent.

Das Gegentheil findet bei der Ausdehnung statt. Die Moleküle theilen dem Kolben, auf den keine genügende Kraft mehr wirkt, nach den Gesetzen des Stosses nnaufhörlich einen Theil ihrer lebendigen Kraft mit, nnd diese Mittheilung lebendiger Kraft ist nach dem Gesichtspnnkt, von dem aus man die Sache betrachtet, eine Absorption von Wärme oder eine Prodnction von Arbeit.

Aehnliche Betrachtnngen lassen sich auf die Dämpfe nnd ihre Arbeit in den Maschinen, die sie bewegen, anwenden. Es ist folglich eine Mittheilung lebendiger Kraft, wenn der Kolben sich hebt, eine Wiederersetzung lebendiger Kraft, wenn er niedersinkt. Wenn mit der Maschine eine Arbeit geleistet werden soll, genügt es, dass keine Ausgleichung zwischen diesen beiden Arten von Erscheinungen stattfindet. So verschwindet diese Art von Widerspruch, den man darin finden könnte, dass ein System Arbeit producirt, in dem sich die inneren Arbeiten vollkommen aufheben.

Anmerknng 12.

Ueber den Werth, der sich für das mechanische Aequivalent der Wärme durch Betrachtung der Kohlensäure ergiebt.

Als man das mechanische Aeqnivalent der Wärme mit Hülfe der Eigenschaften der Kohlensänre berechnen wollte, hat man der specifischen Wärme bei constantem Druck (bezogen auf die Gewichtseinheit) den Werth 0,2163 beigelegt, welcher sich ans den Zahlen ergiebt, die Regnault in einer Notiz im April 1853 veröffentlicht hat. Je nachdem man für das Verhältniss der beiden specifischen Wärmen den von Masson gegebenen Werth 1,2867 angenommen hat, oder den Werth 1,3382, den Dnlong gegeben hat, so erhielt man die Zahlen 402 oder 355. Aber die Zahl 0,2163 drückt nnr die mittlere specifische Wärme zwischen der Temperatur 0 und 210° C. aus, und diese mittlere specifische Wärme weicht wesentlich von dem wahren Werthe der specifischen Wärme bei einer bestimmten Temperatur ab.

Es folgt ans den Versnchen Regnault's (abgedruckt im 26. Bande der Mémoires de l'Académie des sciences), dass bei den Temperaturen 0 nnd 100 die specifische Wärme der Kohlensänre die Werthe 0,1870 und 0,2645 hat. Setzt man diese Zahlen in die Formel der Seite 32 ein, so erhält man für J den Werth:

410 und 357 oder 465 und 406,

je nachdem man für $\frac{c_p}{c_v}$ die Zahl Masson's oder die von Dnlong gegebene einsetzt.

Anmerkung 13.

Principien der Untersuchungen Thomson's und Joule's über die Wärmeerscheinungen in Bewegung befindlicher Gase.

Die Versnchsmethode, welche William Thomson erdacht und gemeinschaftlich mit Jonle angewendet hat, besteht darin, dass man einen Gasstrom dnrch ein poröses Diaphragma gehen lässt; aus diesem entweicht er mit einem erheblich niedrigeren Drucke, als der war, den er vorher besass; die Reibung absorbirte nahezu alle Geschwindigkeit, die von der Ausdehnung herrührte; empfindliche Thermometer gestatteten die Temperatnr des Gases vor nnd nach dem Ausströmen zn beobachten.

Man hat so für Luft, Kohlensäure und Wasserstoff feststellen können, dass jede einfache Ausdehnung, anch wenn sie von keiner äusseren Arbeit

begleitet ist, immer eine kleine Temperaturänderung hervorbringt, welche nahezu proportional dem Drucke ist, und die von der Anfangstemperatur abhängt. Man hat aus diesen Angaben das Verhältniss der inneren zur äusseren Arbeit berechnet, welche stattfinden, wenn das Gas sich ausdehnt, während es gleichzeitig den Angriffspunkt eines äusseren Druckes verschiebt. Setzt man die Ausdehnung als sehr gering voraus, und ist die Temperatur nahezu 15⁰, so ist das Verhältniss dieser Werthe für Luft $^1/_{477}$, für Kohlensäure $^1/_{77}$, für Wasserstoff ist es jedoch vollkommen unmerklich.

Die Formel der Seite 32, welche das mechanische Aequivalent der Wärme durch Betrachtung der bei einer kleinen Ausdehnung entwickelten Arbeit und gleichzeitig verbrauchten Wärme bestimmt, ist also ohne jeden Fehler auf Wasserstoff anwendbar; für Luft veranlasst sie einen kleinen Fehler, der jedoch geringer ist als die Ungenauigkeit, welche von der Unsicherheit des Werthes der specifischen Wärme bei constantem Volumen herrühren kann; für Kohlensäure endlich müsste die linke Seite der Gleichung um $^1/_{77}$ ihres Werthes vergrössert werden [1]).

Jedenfalls würde es verfrüht sein, auf diese Weise zu versuchen, eine befriedigende Uebereinstimmung zwischen den Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes, die aus verschiedenen Gasen abgeleitet sind, herzustellen.

Die Dichte, der Ausdehnungscoefficient, die specifische Wärme bei constantem Drucke sind seit Regnault's Arbeiten für Luft, Wasserstoff und Kohlensäure genau bekannt; aber es besteht noch eine erhebliche Unsicherheit über die Werthe, die man den specifischen Wärmen bei constantem Volumen beilegen soll. Dieser Bestandtheil der Formeln entzieht sich jeder directen Messung und muss aus den Beobachtungen der Geschwindigkeit des Schalles oder aus Wärmeerscheinungen abgeleitet werden, welche durch Volumenänderungen hervorgebracht werden, und nach dem gegenwärtigen Zustande der Versuche kann man kaum annehmen, dass diese Grösse, ausser für Luft, mit irgend welcher Sicherheit bestimmt sei. Es folgt ausserdem aus der Formel und dem bekannten Werthe von c_p und c_v, dass jedem Fehler, den man bei Einführung einer Zahl für c_v begeht, im Fall der Luft ein mehr als doppelter

[1]) In einer Abhandlung, die besonders dazu bestimmt ist, den Unterschied verschwinden zu machen, der zwischen den verschiedenen Werthen des mechanischen Aequivalentes besteht, welche die Formel, um die es sich handelt, ergiebt, hat Baumgartner das Verhältniss der inneren zur äusseren Arbeit nach Thomson und Joule gleich $^1/_{690}$ für Wasserstoff, $^1/_{179}$ für Luft und $^1/_{32}$ für Kohlensäure angenommen.

Diese Zahlen finden sich allerdings in der Abhandlung von Thomson und Joule, aber sie beziehen sich auf den Fall, in welchem sich der Druck des Gases von 4,7 Atmosphären bis 1 Atmosphäre vermindert. Es ist ein grober Fehler, dieselben zur Correction einer Formel zu verwenden, die aus der Betrachtung einer so geringen Druckänderung abgeleitet ist, nämlich derjenigen, welche eine Aenderung des Volumens um den Betrag des Ausdehnungscoefficienten begleitet (Sitzungsberichte der k. k. Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. XXXVIII, S. 344).

Fehler im resultirenden Werthe von J entspricht, ein mehr als dreifacher für Kohlensäure [1]).

Anmerkung 14.

Ueber die Entdeckung der Condensation, welche die Ausdehnung (Expansion) des Wasserdampfes begleitet.

Die Nothwendigkeit einer Condensation gesättigten Dampfes während der Ausdehnung ist theoretisch zuerst von Rankine [2]) um das Jahr 1849 und fast gleichzeitig und unabhängig von Clausius festgestellt worden. Zwischen der latenten Wärme der Verdampfung des Wassers, seiner specifischen Wärme, der Wärmemenge, die man der Gewichtseinheit Dampf mittheilen muss, wenn man ihn gleichzeitig erwärmt und ihn zusammendrückt, so dass er gesättigt bleibt, stellt die Theorie eine nothwendige Beziehung her. Da alle Grössen, welche in die Gleichung eingehen, mit Ausnahme der dritten, durch Versuche Regnault's bestimmt sind, so kann man diese unbekannte Grösse bestimmen und findet auf diese Weise einen negativen Werth. Man muss also dem Wasserdampfe, der sich bei der Compression gleichzeitig erwärmt, Wärme entziehen, wenn man will, dass er gesättigt bleiben soll, man muss hingegen zu Dampf, der sich ausdehnt und gleichzeitig abkühlt, Wärme zuführen, wenn er seinen Sättigungsgrad nicht verlieren soll.

Wenn die Expansion ohne äussere Wärmezuführung stattfindet, so kann folglich nicht aller Dampf seinen Sättigungsgrad behalten, und damit wenigstens ein Theil gesättigt bleibt, muss sich ein Theil condensiren und dadurch die nöthige Wärme entwickeln.

---

1) Nimmt man an, dass die Dichte der Luft ungefähr auf $1/_{2000}$ bekannt sei, ihre specifische Wärme unter constantem Drucke und ihr Ausdehnungscoefficient auf ungefähr $1/_{500}$ und das Verhältniss der specifischen Wärmen auf ungefähr $1/_{200}$, so erkennt man, dass der Werth von J, den man aus der als streng richtig betrachteten Formel ableitet, eine Unsicherheit von mehr als $1/_{60}$, oder ungefähr 8 Einheiten zeigt.

Für Kohlensäure ist die Differenz der Werth von c_p, die sich aus den Versuchen von Dulong und denjenigen von Masson ableiten, so gross, dass man dem Ergebnisse der Rechnung durchaus keinen Werth beilegen kann. Man sieht also, dass es noch nicht an der Zeit ist, sich mit dieser Correction zu beschäftigen, und alles, was man hierüber mit Sicherheit sagen kann, ist, dass die Uebereinstimmung der Resultate, die sich auf Luft und Wasserstoff beziehen, erkennen lässt, dass der Werth des Aequivalentes sicher zwischen den Grenzen 420 und 430 liegen muss.

2) Verdet ist hier im Irrthum, wenn er Rankine die Priorität vor Clausius zuspricht, beide trugen im gleichen Monate (Februar 1850) ihre Abhandlungen vor, Clausius in der Berliner Akademie, Rankine in der Royal Society of Edinburgh. R.

Anmerkung 15.

Ueber die Regeneratoren der Wärme in den Gasmaschinen.

Es kann scheinen, als ob dieselben Gründe, welche Ursache sind, dass die Wärmemenge q' für immer für den Gang der Maschine verloren geht, auch der Möglichkeit einer unbegrenzten Benutzbarkeit der Wärmemenge $c_v (t_1 - t_0)$ in gleicher Weise widersprächen.

In der That, man sieht kaum ein anderes Mittel, um das Gas von der Temperatur t_1 auf die Temperatur t_0 zurückzuführen, als dass man es mit einem kalten Körper in Berührung bringt, der sich in derselben Zeit erwärmt, in welcher sich das Gas abkühlt, welcher aber, wie das Gas, die Endtemperatur t_0 hat. Unter diesen Umständen würde allerdings die durch $c_v (t_1 - t_0)$ ausgedrückte Wärmemenge in einem Körper angehäuft werden, dessen Temperatur t_0 ist, und somit in keiner Weise zur Erwärmung einer zweiten Gasmasse verwendet werden können, sie würde daher ebenso gut verloren sein, wie die Wärmemenge q'. Diese Schwierigkeit hat jedoch Stirling selbst auf die eleganteste Weise gelöst. Das Gas kühlt sich in der Maschine nämlich dadurch von t_1 auf t_0 ab, dass es die Zwischenräume eines porösen Körpers und Leiters durchströmt und allmählich die verschiedenen Wärmemengen, die es enthält, auf verschiedene Schichten dieses Körpers absetzt. Befindet sich der poröse Körper zunächst auf der Temperatur t_0, so ist ersichtlich, dass alle seine Schichten durch den Durchgang des Gases höhere Temperaturen als t_0, aber niedrigere als t_1 annehmen werden, mit Ausnahme der letzten, welche die ursprüngliche Temperatur beibehalten wird, wenn nur die Dicke des Körpers eine genügende ist. Wenn man folglich eine zweite Gasmasse von der Temperatur t_0 in entgegengesetzter Richtung hindurchströmen lässt, so wird sich dieselbe dabei allmählich erhitzen und mit einer höheren Temperatur als t_0 in dem Cylinder der Maschine ankommen, so dass, um dieselbe auf die Temperatur t_1 zu erwärmen, nicht dieselbe Wärmemenge nöthig ist, wie für die erste Masse.

Wenn dieselbe hierauf, nachdem sie in der Maschine gearbeitet hat, im weiteren Verlaufe entweicht, so findet diese zweite Masse alle Schichten des porösen Körpers auf Temperaturen, die höher als t_0 sind, mit Ausnahme der letzten, und wird diese schliesslich auf höhere Temperaturen bringen, als dies die erste Masse gethan hatte. Hieraus folgt, dass die dritte Masse, welche beim dritten Kolbenstosse in den Apparat eintritt, im Cylinder mit einer höheren Temperatur als die zweite ankommen wird, und da sich diese Erscheinungen unaufhörlich wiederholen, so wird sich die Differenz zwischen der Temperatur der ersten Schicht des Körpers und t_1 immer mehr verringern. Die Wärmemenge, die man vor jedem

Kolbenstosse dem Kessel entnehmen muss, um die Luft bis auf die Temperatur t_1 überzuführen, wird in Folge dessen gleichfalls abnehmen.

Theoretisch haben diese beiden Abnahmen keine Grenzen und die Maschine nähert sich unaufhörlich dem Zustande, den man im Texte betrachtet hat, in welchem die Wärmemenge c_v $(t_1 - t_0)$ fortwährend ohne jeden Verlust abgegeben und vom Gase wieder aufgenommen wird.

In der Praxis muss immer ein gewisser Bruchtheil dieser Wärmemenge bei jedem Kolbenstosse auf Kosten der Wärme des Heerdes ersetzt werden; die Erfahrung hat gezeigt, dass der Werth dieses Bruches unter $^1/_{20}$ hinabsteigen kann.

Für den porösen Körper, der unaufhörlich der Maschine diejenige Wärme wieder zuführt, die nur aufgewendet wird, um die Temperatur des Gases zu ändern ohne Arbeit zu leisten, hat man den Namen „Regenerator der Wärme“ eingeführt. Man hat denselben auf sehr verschiedene Weise construirt, bald hat man sich eines Systems aneinander gepresster Glasröhren bedient, bald hat man Metalldrähte in ähnlicher Weise angeordnet, bald hat man übereinander gelegte Drahtgeflechte verwendet. Das Glas und ähnliche Substanzen sind zu schlechte Wärmeleiter und erfüllen daher den Zweck, zu dem sie bestimmt sind, nur unvollkommen. Die Drähte und Netze von Metall eignen sich viel besser, aber sie zerstören sich sehr rasch unter den oxydirenden Einflüssen der heissen Luft.

Dieser rein praktische Uebelstand war bisher das hauptsächliche Hinderniss für ausgedehntere industrielle Anwendung der Gasmaschinen.

Anmerkung 16.

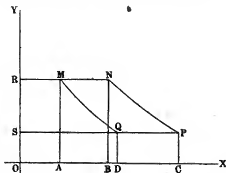
Bestimmung des ökonomischen Coefficienten für die Ericson'sche Maschine und für die Maschine ohne Regenerator.

Wir betrachten als Beispiel eine Maschine nach dem Systeme von Ericson; in dieser wird die Luft zuerst unter constantem Drucke erwärmt, dann durch Ausdehnung abgekühlt, hierauf unter gleichbleibendem Drucke noch weiter abgekühlt, und schliesslich durch Compression die Luft in ihren ursprünglichen Zustand zurückgeführt. Wir stellen, wie bei der Maschine von Stirling, diese aufeinanderfolgenden Operationen durch eine graphische Construction dar. Es sei (siehe Fig. 5) OA das Volumen v_0 der Gewichtseinheit Luft bei der Anfangstemperatur t_0 und unter dem Anfangsdrucke p_0; AM sei dieser Druck p_0 selbst. Die Luft wird zuerst unter diesem Drucke p_0 von der Temperatur t_0 auf die Temperatur t_1 gebracht, was erfordert, dass man ihr eine Wärmemenge gleich c_p $(t_1 - t_0)$ mittheilt, wenn c_p die specifische Wärme bei constantem Drucke bezeichnet.

Es bezeichne OB das Volumen v_1 der Luft am Ende dieses Vorganges.

Hierauf dehnt sich die Luft vom Volumen v_1 auf das Volumen $v_2 = OC$ aus, während sie die constante Temperatur t_1 beibehält. Die

Fig. 5.



Ordinate des hyperbolischen Bogen NP stellt in jedem Augenblicke dieser zweiten Operation die elastische Kraft der Luft dar; wir bezeichnen die Ordinate PC, oder den Enddruck mit p_2. Die dritte Operation besteht darin, dass man die Luft unter dem constanten Drucke p_2 bis auf die Anfangstemperatur t_0 abkühlt; hierauf wird viertens, während man das Gas auf dieser Temperatur t_0 erhält, dasselbe so lange zusammendrückt, bis es in seinen ursprünglichen Zustand zurückgekehrt ist. Der hyperbolische Bogen MQ stellt den Druck in jedem Augenblicke dieser letzten Periode dar. Die Fläche $MNPQ$ ist sichtlich die geometrische Darstellung der äusseren Arbeit. Man kann dieselbe leicht ermitteln, wenn man die beiden Geraden MN und PQ bis zu ihren Durchschnittspunkten R und S mit der Y-Axe verlängert und sie dann als die Differenz der hyperbolischen Fläche $RSPN$ und $RSQM$ betrachtet. Man findet so:

$$\text{Fläche } MNPQ = (v_1 - v_0) . p_0 . \log nat \frac{p_0}{p_2}.$$

Die nützlich verausgabte Wärme ist also gleich dem Quotienten dieses Ausdrucks durch das mechanische Wärmeäquivalent. Was die Gesammtausgabe und die unnützliche Ausgabe betrifft, so scheint es, dass wenn man mit q die Wärmemenge bezeichnet, die dem Gase während der zweiten Operation mitgetheilt worden ist, und mit q' die in der vierten abgegebene Wärmemenge, dieselben durch die Ausdrücke

$$c_p (t_1 - t_0) + q$$

und

$$c_p (t_1 - t_0) + q'$$

dargestellt werden. Man kann aber, ebenso wie bei der Stirling'schen Maschine mittelst eines Regenerators die Wärmemenge $c_p (t_1 - t_0)$ immer wieder aufnehmen und ins Unendliche wieder benutzen.

Endlich sind die Grössen q und q' selbst die Wärmeäquivalente der Arbeiten, welche durch die hyperbolischen Flächen $BNPC$ und $AMQD$ dargestellt werden; dieselben betragen aber:

$$p_0 v_1 \; log\, nat \frac{p_0}{p_2} \text{ und } p_0 v_0 \; log\, nat \; \frac{p_0}{p_2}.$$

Das Verhältniss der nützlichen Ausgabe zur Gesammtausgabe ist mithin einfach

$$\frac{v_1 - v_0}{v_1}.$$

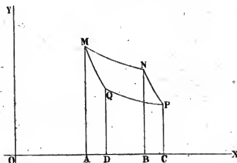
d. h. wiederum

$$\frac{\alpha . (t_1 - t_0)}{1 + \alpha\, t_1}.$$

Betrachten wir endlich eine dritte Art von Maschinen, die zwar nicht praktisch ausgeführt worden ist, die aber vom theoretischen Standpunkte aus von allen die vollkommenste ist, da dieselbe nicht nothwendiger Weise einen Regenerator erfordert. Die Luft dehnt sich zuerst aus und nimmt gleichzeitig eine solche Wärmemenge auf, dass sie auf der Anfangstemperatur t_1 erhalten wird. Der hyperbolische Bogen MN (Fig. 6) stellt in jedem Augenblicke die Beziehung zwischen Druck und Volumen während dieses ersten Vorganges dar.

Wir nennen den Anfangsdruck, welcher durch $A\,M$ dargestellt wird,

Fig. 6.



p_1 und bezeichnen den Enddruck NB mit p_2. Hierauf fährt die Luft noch fort sich auszudehnen, aber ohne weder Wärme aufzunehmen noch abzugeben; ihre Temperatur erniedrigt sich allmählich und der Druck ändert sich wie die Ordinaten der Curve NP, diese nehmen viel stärker ab als die Ordinaten der Curve MN. Es mögen ferner p_3 den Enddruck PC und t_0 die entsprechende Temperatur bezeichnen. In einer dritten Periode comprimirt man die Luft, aber man erhält sie dadurch auf der Temperatur t_0, dass man ihr fortwährend Wärme entzieht, der hyperbolische Bogen PQ stellt alsdann das Anwachsen des Druckes dar. Man hält in dieser Operation inne, sobald als die Luft einen solchen Druck p_0 angenommen hat, dass, wenn man dieselbe in einer vierten Operation

comprimirt, ohne ihr Wärme mitzutheilen oder zu entziehen, die Luft gleichzeitig die Temperatur t_1 und den Druck p_1 annimmt.

Man erkennt leicht durch die Analogie mit den vorher betrachteten Fällen, dass die in der ersten Operation dem Gase mitgetheilte Wärme gleich

$$\frac{1}{J} \cdot p_1 \cdot v_1 \cdot log\,nat\,\frac{p_1}{p_2}$$

ist, und dass die in der dritten Periode wieder ersetzte Wärme

$$\frac{1}{J} \cdot p_0 \cdot v_0 \cdot log\,nat\,\frac{p_0}{p_3}$$

ist. Andererseits aber gilt, wenn α den Ausdehnungscoefficienten der Gase bezeichnet, in der zweiten Operation die bekannte Formel [1])

$$\left(\frac{1+\alpha . t_1}{1+\alpha . t_0}\right)^{\frac{c_p}{c_p-c_v}} = \frac{p_2}{p_3},$$

und für die vierte Operation:

$$\left(\frac{1+\alpha . t_1}{1+\alpha . t_0}\right)^{\frac{c_p}{c_p-c_v}} = \frac{p_1}{p_0},$$

woraus folgt:

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{p_1}{p_0} \text{ oder } \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_0}{p_3}.$$

Hieraus schliesst man unmittelbar, dass das Verhältniss des nützlichen Wärmeaufwandes zur Gesammtausgabe

$$\frac{p_1\, v_1 - p_0\, v_0}{p_1 . v_1}$$

ist, d. h. wiederum:

$$\frac{\alpha . (t_1 - t_0)}{1 + \alpha . t_1}.$$

Anmerkung 17.

Ueber die Gasmaschine, in welcher die Temperatur bis zum absoluten Nullpunkte der Wärme herabstiege.

Es folgt aus der allgemeinen Formel, dass wenn es möglich wäre, in einer Gasmaschine, die den oben angedeuteten Bedingungen genügt, die Temperatur bis zum absoluten Nullpunkt der Wärme zu erniedrigen, der ökonomische Coefficient gleich der Einheit werden würde. Es ist nicht schwer, den Grund davon einzusehen. In der Maschine von Stirling z. B. würde die dritte Operation, d. i. diejenige, in welcher das Gas unter

[1]) Man sehe Poisson, Traité de mécanique, 5. Buch, Capitel 4.

Wärmeentziehnng comprimirt wird, hei der Temperatur des absoluten Nullpnnktes stattfinden, bei dieser Temperatnr besitzt das Gas aber gar keinen Druck mehr; es würde also anch keine Arbeit nöthig sein, um dies auszuführen, und die gesammte in der zweiten Periode entwickelte äussere Arbeit würde also disponibel sein. In der Ericson'schen Maschine müsste das Gas, damit es für eine vom absolnten Nullpnnkte nnendlich wenig verschiedene Temperatur einen merklichen Drnck hätte, ein unendlich kleines Volnmen besitzen. Die in der vierten Operation aufgewendete Arheit würde unendlich klein sein und man würde über die gesammte in der zweiten entwickelten Arbeit frei verfügen können. In der Maschine ohne Regenerator endlich würde, wenn die dritte Operation, wie in der Maschine von Stirling, bei der Temperatnr des absolnten Nnllpnnktes stattfände, diese ebenfalls durchaus keine Ansgabe mechanischer Arbeit erfordern.

Es ist nicht unnütz einen Moment zu betrachten, wie es möglich ist, dass bei der Temperatur des absolnten Nullpnnktes ein Gas comprimirt werden kann, ohne dass man dazn Arbeit aufwenden mnss.

Wir betrachten ein System von Molekülen, die sich in absoluter Rnhe befinden, die von einander durch so grosse Zwischenränme getrennt sind, dass man ihre gegenseitigen Wirkungen vernachlässigen kann. Wenn man nun, um dieses System in einen kleineren Raum zusammenzndrängen, einen Kolben in das cylindrisch gedachte Gefäss einschiebt, in welchem sich dasselbe befindet, so wird der Kolhen den Molekülen, die er trifft, eine gewisse Geschwindigkeit mittheilen, da aber der Hypothese nach die Temperatur durch irgend ein Hülfsmittel auf dem absoluten Nullpunkte erhalten wird, so bleiben diese Geschwindigkeiten immer unendlich klein. Man braucht also anf den Kolben nur eine Kraft wirken zn lassen, die im Stande ist, in einer endlichen Zeit einer endlichen Anzahl von Molekülen eine nnendlich kleine Geschwindigkeit zu ertheilen, und das ist eine unendlich kleine Kraft.

Anmerknng 18.

Ueber die Nothwendigkeit des Strebens der Wärme, von warmen zu kälteren Körpern überzugehen.

In einem Systeme, welches nur durch vollkommene und einfache Gase gebildet wird, ist das Streben der Wärme, von einem warmen zu einem kalten Körper überzngehen, eine nothwendige Consequenz der Gesetze des Stosses elastischer Körper. Man hat in einer der vorhergehenden Anmerkungen (Nr. 10) gesehen, dass in dieser Art von Körpern die Temperatur proportional der lebendigen Kraft der einzelnen Moleküle ist, wenn diese Temperatur vom absolnten Nullpunkte, das heisst von -273^0 aus gezählt wird. Es ist unmittelbar einleuchtend, dass wenn

verschiedene vollkommene Gase unter einander in Verbindung gesetzt werden, diejenigen Moleküle, welche die grösste lebendige Kraft besitzen, beim Stosse einen Theil derselben an diejenigen Moleküle abgeben werden, welche eine geringere lebendige Kraft haben, das heisst in anderen Ausdrücken, die Wärme wird immer und nothwendiger Weise von den Molekülen des wärmeren Gases auf die des kälteren übergehen.

Wenn man also sagt, dass in einem ähnlichen Systeme, welches irgend einer Reihe von Veränderungen unterworfen wird, deren Endzustand mit dem Anfangszustand übereinstimmt, in keinem Falle Wärme von einen kalten auf einen warmen Körper übergehen kann, so spricht man damit eine Wahrheit aus, welche ebenso deutlich erwiesen ist, als die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile.

Dem ist nicht so in anderen Fällen. Man kann indessen jetzt vermuthen, dass die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegung der Wärme nichts Anderes als mechanische Sätze sind, und wenn man immer ein Gas als Vergleichsobject wählt, so kann man sich doch einigermaassen eine Idee davon machen, worauf eigentlich die Gleichheit oder Ungleichheit der Temperatur beruht. Befindet sich ein fester oder ein flüssiger Körper auf gleicher Temperatur mit einem Gase, so müssen sich die Moleküle des ersten in einem solchen Bewegungszustande befinden, dass dieselben, wenn der Schwerpunkt des Körpers nicht verändert wird, den Gasmolekülen, welche auf den Körper treffen, weder lebendige Kraft mittheilen noch entziehen. Demnach scheint es vollkommen einleuchtend zu sein, dass wenn sich zwei feste Körper mit demselben Gase im Temperaturgleichgewichte befinden, dieselben, wenn man sie direct mit einander in Berührung bringt, den Bewegungszustand ihrer Moleküle, d. h. ihre Temperatur, nicht gegenseitig ändern können. Was aber einleuchtend ist, für den Fall, dass beide Körper unmittelbar aufeinander wirken, erscheint auch ganz natürlich, wenn sie durch das Zwischenmittel des Aethers, auf welches man alle Strahlungserscheinungen bezieht, gegenseitig ihre Schwingungen beeinflussen.

Anmerkung 19.

Ueber die Rolle, welche die Reibung in den elektrothermischen Versuchen Favre's spielt.

Man braucht in diesen Versuchen der Reibung nicht Rechnung zu tragen und man muss unmittelbar die beobachtete Verminderung der Wärmewirkung mit der nützlichen Arbeit der Maschine vergleichen. Die Reibungen, die in der Maschine stattfinden, entwickeln ohne Zweifel Wärme, und diese Wärme wirkt ebenso gut auf das Calorimeter, als die durch den Durchgang des Stromes entbundene Wärme. Durch Reibung Wärme entwickeln heisst aber in Wirklichkeit Arbeit hervorbringen und leben-

dige Kraft schaffen, und diese doppelte Production hat eine äquivalente Verminderung der im Volta'schen Stromkreise entbundenen Wärme zur nothwendigen Folge. So vermehrt einestheils die Reibung die im Calorimeter entbundene Wärme, anderntheils vermindert sie dieselbe nm eine genaue gleiche Menge. Man braucht sich also gar nicht mit derselben zu beschäftigen. Die einzige Correction, die man an den rohen Ergebnissen der Versnche anznbringen hat, rührt her von der Reibnng, welche an den Rollen stattfindet, die sich ausserhalb des Calorimeters befinden und durch deren Vermittelung ein Gewicht gehoben wird. Die Erfahrung hat ausserdem die strenge Compensation der beiden entgegengesetzten Wirkungen der Reibung bestätigt. Ob die Maschine sich in Ruhe befindet oder ob sie sich ohne ein Gewicht zu heben einzig unter dem Einfluss der Reibnng bewegt, man erhält immer im Calorimeter dieselbe Wärmemenge.

Anmerkung 20.

Die Entdeckung der Inductionserscheinungen.

Der Versuch, auf den angespielt wird, ist in den: Annales de Chimie et de Physiqne 2. Serie, Bd, 21. Seite 47, beschrieben. Eine ringförmige Platte von Knpfer war durch einen Seidenfaden in der Ebene eines kreisförmigen Rahmens aufgehangen, der von mehreren Windnngen eines mit Seide umsponnenen Kupferdrahtes umgeben war. Man brachte einen starken Eisenmagnet von der Seite in diesen Kreis, so dass einer der Pole sich innerhalb, der andere ausserhalb des Kreises befand.

Sobald man den Strom durch den Leitungsdraht gehen liess, wurde der Kreis vom Elektromagneten angezogen oder abgestossen, aber die Dauer dieser Erscheinnng war nur sehr kurz, wie die aller ähnlichen Indnctionserscheinnngen. Dieser Umstand hat wahrscheinlich Ampère verhindert, von seinem Versuche vollkommen befriedigt zn sein, denn er hat darans nicht die geringste Consequenz gezogen und nicht früher davon gesprochen, als bis Faraday seine Entdeckung veröffentlicht hatte. Man hat nm so mehr Ursache hierüber erstaunt zu sein, da Ampère znr Zeit, als er diesen Versnch (1822 in Genf) in Gemeinschaft mit de la Rive nnternahm, ganz bestimmt snchte: „einen elektrischen Strom durch Einwirknng eines anderen Stroms hervorznbringen". Dies sind die Worte, deren er sich 10 Jahre später bediente.

Anmerkung 21.

Die Ableitung der Inductionsgesetze aus der Theorie.

Man betrachtet eine Kette, die aus einer beliebigen Zahl gleicher oder ungleicher Elemente besteht. Nach einem bekannten Gesetze Faraday's sind die Mengen chemischer Wirkungen, die sich in derselben Zeit in den verschiedenen Elementen der Kette vollziehen, einander äquivalent.

Nennt man also $L', L'', L'''\ldots$ die Arbeiten der chemischen Kräfte in den verschiedenen Elementen während der Zeit, die zur Auflösung eines Aequivalents Metall in jedem derselben nöthig ist, so wird die gesammte entsprechende Wärmemenge, welche in der Kette und in dem in Ruhe vorausgesetzten Leiter entwickelt wird, ausgedrückt durch

$$\frac{L' + L'' + L''' + \cdots}{J}$$

oder durch

$$\frac{\Sigma L}{J}.$$

J bezeichnet, wie immer, das mechanische Aequivalent der Wärme. Andererseits haben die Versuche Joule's gezeigt, dass die in der Zeiteinheit in einem Leiter entbundene Wärmemenge proportional dem Widerstande der Leitung und proportional dem Quadrate der Stromintensität ist. R bezeichne den Gesammtwiderstand des Leitungsdrahtes und der Kette, Y die Stromintensität; so wird die in der Zeiteinheit in der Kette und im Leiter entbundene Wärmemenge also proportional dem Ausdrucke:

$$Y^2 . R$$

sein, das ist proportional

$$Y . \Sigma A,$$

wenn man mit ΣA die Summe der elektromotorischen Kräfte bezeichnet und wenn man das bekannte Ohm'sche Gesetz

$$Y = \frac{\Sigma A}{R}$$

berücksichtigt.

Nennt man Θ die Zeit, welche nothwendig ist, um ein Aequivalent Metall in jedem Elemente aufzulösen, so wird die Wärmemenge, die wir eben durch ΣL dargestellt haben, proportional $J . \Theta . \Sigma A$ sein, oder einfach proportional ΣA, wenn man diejenige Stromintensität als Einheit wählt, welche der Auflösung eines Aequivalents Metall in der Zeiteinheit entspricht. Man wird also, wenn man die Einheit der elektromotorischen Kräfte passend wählt, haben:

$$\frac{\Sigma L}{J} = \Sigma A.$$

Wir wollen nun voraussetzen, dass sich der betrachtete Leiterkreis im Ganzen oder dass sich Theile desselben unter dem Einflusse äusserer magnetischer Anziehungspunkte oder unter den Einflüssen gegenseitiger Wirkungen seiner verschiedenen Elemente bewegt. Dann hat die Arbeit der chemischen Kräfte gleichzeitig die entbundene Wärme und die Arbeit der elektromagnetischen oder elektrodynamischen Kräfte zum Aequivalent. Wir wollen mit $U.dt$ denjenigen Theil dieser Arbeit bezeichnen, welcher in der unendlich kleinen Zeit dt geleistet wird.

Bezeichne ferner i die entsprechende Intensität des Stromes, ausgedrückt in der angenommenen Einheit, so wird idt der Bruchtheil eines Aequivalents Metall sein, der in jedem Elemente in der Zeit dt aufgelöst worden ist. Es sei endlich $Q.dt$ die gesammte entbundene Wärmemenge. Dann wird, nach dem, was eben gesagt worden ist, die Gleichung gelten:

$$i.dt\,\frac{\Sigma L}{J} = Qdt + \frac{Udt}{J}.$$

Combinirt man das Ohm'sche und Joule'sche Gesetz, so wird man stets erkennen, dass Qdt proportional dem Producte aus der Summe der elektromotorischen Kräfte mit idt ist. Es ist unmöglich, dass diese Summe gleich ΣA bleibt; es ist nöthig, dass dieselbe durch die Einwirkung der Bewegungen geringer werde. In anderen Worten heisst das, zu den lebendigen Kräften, deren Summe durch ΣA dargestellt wird, fügt sich eine entgegengesetzte Kraft F hinzu, die der Bedingungsgleichung Genüge leistet:

$$i\,\frac{\Sigma L}{J} = i\,.\,(\Sigma A - F) + \frac{U}{J}.$$

Wir wollen nun die beiden Fälle getrennt untersuchen, die wir unterschieden haben. Sobald der Leiter (die Kette mit inbegriffen) sich im Ganzen und ohne seine Gestalt zu ändern unter dem Einflusse äusserer Kraftmittelpunkte verschiebt, so ist die elementare Arbeit $U.dt$ proportional der Energie C dieser Kraftcentra, proportional der Intensität i des Stromes und proportional einer Function φ, welche gleichzeitig von der relativen Lage des Leiters und dieser äusseren Kraftmittelpunkte im betrachteten Augenblicke, von der Art der Bewegung und von dem Wege $v.dt$ abhängt, den ein willkürlich gewähltes Element durchlaufen hat. Man hat also, wenn man überall den gemeinschaftlichen Factor idt weglässt:

$$\frac{\Sigma L}{J} = \Sigma A - F + \frac{C.\varphi.v}{J}$$

oder

$$F = \frac{C.\varphi.v}{J};$$

Der Factor v stellt die Geschwindigkeit der Verschiebung in einem gegebenen Augenblick dar, man sieht also, dass die elektromotorische Kraft der Induction proportional der Geschwindigkeit der Verschiebung und proportional dem Ausdruck $C.\varphi$ ist, welcher multiplicirt mit vdt die elementare Arbeit der äusseren Kräfte auf einen Leiter darstellt, welcher von einem Strome durchlaufen wird, dessen Intensität gleich der Einheit ist.

Wenn die Elemente des Leiters ihre Lage durch ihren gegenseitigen Einfluss ändern, so kann man die elementare Arbeit ihrer gegenseitigen Wirkungen durch $i^2.\psi.v.dt.$, darstellen, wobei ψ eine ähnliche Function wie φ ist.

Also ist

$$\frac{\Sigma L}{J} = \Sigma A - F + \frac{i\,\psi.v}{J},$$

woraus sich:

$$F = \frac{i.\psi.v}{J}$$

ergiebt.

Die elektromotorische Kraft der Induction ist in diesem Fall, gleichzeitig sowohl der Intensität des Stromes als der Geschwindigeit der relativen Bewegung proportional.

In dem allgemeinen Falle, dass gleichzeitig eine Gestaltsänderung des Leiters und eine gesammte oder theilweise Verschiebung desselben durch den Einfluss äusserer Kraftmittelpunkte stattfindet, ist die elektromotorische Kraft der Induction die Summe aus zwei den vorstehenden ähnlichen Ausdrücken.

Anmerkung 22.

Ueber die vollständige Umsetzung der Wärme in Arbeit durch die elektromagnetischen Maschinen (Joule).

Betrachten wir eine elektromagnetische Maschine. Wir setzen zuerst voraus, dass nur die festen Stücke von einem Strome durchflossen werden, und dass die beweglichen Stücke permanente Magnete sind [1]). Nehmen wir nun an, dass eine solche Maschine unter dem Einflusse eines äusseren Widerstandes zu einem derartigen Zustande gelangt wäre, dass die aufeinander folgenden Perioden der Rotation identisch sind; diese Bedingung schliesst, um sich genau auszudrücken, nicht die Gleichförmigkeit der Bewegung in sich ein, aber in einer gut construirten Maschine, in welcher die Grösse der gegenseitigen Wirkung der Magnete und Drahtrollen von einem Zeitpunkte der Rotation zum anderen nur wenig variirt, kann

[1]) Froment hat oft Maschinen dieser Art construirt. Die Theorie von Maschinen, deren feste Stücke Magnete und deren bewegliche Stücke Drahtwindungen sind, weicht nicht wesentlich von dieser Auseinandersetzung ab.

man die Drehung als wesentlich gleichförmig ansehen. Nennt man V die Geschwindigkeit dieser Rotation, so wird die elektromotorische Kraft der Induction

$$K . V.$$

K ist ein constanter Coefficient, welcher von der Stärke der beweglichen Magnete und der Anordnung der Maschine abhängig ist. Hieraus folgt, dass wenn man einfach mit A die Summe der elektromotorischen Kräfte, mit R den Widerstand und mit i die Intensität bezeichnet, unter den betrachteten Bedingungen

$$i = \frac{A - K . V}{R}$$

ist. Die der Auflösung eines Aequivalentes Metall in jedem Elemente entsprechende Wärme ist also:

$$A - K . V.$$

Im Zustande der Ruhe würde sie A gewesen sein. Die in Arbeit umgesetzte Wärme ist folglich KV. Das Verhältniss $\frac{KV}{A}$ dieser beiden Grössen wächst mit der Geschwindigkeit und nähert sich ins Unbestimmte der Einheit, im Verhältniss als die elektromotorische Kraft $A - K . V$ und die Intensität der Null zustreben. Werden die beweglichen und die festen Theile der Maschine von demselben Strome durchflossen, so muss die elektromotorische Kraft der Induction durch $h . V . i$ ausgedrückt werden, man hat

$$i = \frac{A - h . V . i}{R}$$

oder

$$i = \frac{A}{R + h . V}.$$

Die Menge der in der Zeiteinheit im Leiterkreise entbundenen Wärme ist also:

$$\left(\frac{A}{R + h . V} .\right)^2 . R \text{ oder } i . A . \frac{R}{R + h . V}.$$

Während der Zeit Θ, die zur Auflösung eines Aequivalentes Metall in jedem Elemente nöthig ist, ist die entbundene Wärme gleich

$$i . \Theta . A \frac{R}{R + h . V},$$

d. h.

$$A \frac{R}{R + h . V},$$

weil man voraussetzt (siehe die vorhergehende Anmerkung), dass $i . \Theta$ gleich der Einheit ist. Im Ruhezustande war diese Menge A. Die in Arbeit umgesetzte Wärme ist also:

$$A \frac{h \, . \, V}{R + h \, . \, V},$$

deren Verhältniss zu A sich um so mehr ins Unbegrenzte der Einheit nähert, je mehr V wächst.

Anmerkung 23.

Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme durch elektromagnetische Maschinen (Joule).

Joule liess durch die Einwirkung eines Gewichtes einen beweglichen Elektromagneten zwischen den Polen eines festen Elektromagnets von grosser Kraft drehen. Er bestimmte zuerst das Gewicht, welches nöthig war, um dem Apparate eine constante Geschwindigkeit unter dem Einflusse der Reibung zu ertheilen; der Strom beider Elektromagnete war offen. Hierauf wurde der Leitungsdraht des festen Elektromagneten mit einer Batterie in Verbindung gesetzt und der Leitungsdraht des beweglichen Elektromagneten wurde mit einem dicken kurzen Draht geschlossen, er bestimmte das Gewicht, welches man dem ersten zufügen musste, um dieselbe constante Geschwindigkeit zu erhalten und bestimmte die im beweglichen Strome entbundene Wärme. Dieser letzte Theil der Versuche scheint viel zu wünschen übrig gelassen zu haben. Der bewegliche Elektromagnet befand sich im Inneren eines mit Wasser gefüllten Glasgefässes, und die Temperaturerhöhung dieses zusammengesetzten Systems beobachtete man nun direct, um daraus die entbundene Wärme abzuleiten. Zwei constante Fehlerquellen mussten streben diese Bestimmung erheblich unter die Wahrheit herabzudrücken. Zunächst ist es äusserst zweifelhaft, ob sich gleichzeitig eine gemeinschaftliche Temperatur im Wasser, und dem weichen Eisen und dem mit Seide umsponnenen Kupferdraht, die das bewegliche System bilden, herstellt. Ausserdem begünstigt die längliche Cylinderform des Systems die abkühlende Wirkung der Strahlung und der Berührung mit der Luft. Dieser letzte Einfluss wird ausserdem noch vermehrt durch die drehenden Bewegungen. Welche Sorgfalt man auch auf die Correction verwendet, es ist kaum zu vermeiden, dass man die durch den gegebenen Arbeitsaufwand entbundene Wärme zu niedrig schätzt, und folglich für das mechanische Aequivalent der Wärme einen zu grossen Werth erhält. Es ist also nicht zu erstaunen, dass der Werth, der aus diesen Versuchen abgeleitet wurde, um umgefähr $^1/_{12}$ grösser ist, als der wahrscheinliche Werth. In einigen besonderen Versuchen ist die Differenz sogar noch stärker gewesen.

Anmerkung 24.

Ueber die Natur der elektromagnetischen und elektrodynamischen Kräfte.

Man hat uns getadelt, dass wir das Princip von der Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile als eine absolute Wahrheit an die Spitze der Vorlesungen gestellt haben. Es wurde gesagt, wir schienen vergessen zu haben, dass es Naturkräfte gäbe, nämlich die elektromagnetischen und die elektrodynamischen, die nicht nur von der Masse und den Abständen abhingen, dass es Kräfte gäbe, mit deren Hülfe man also im Stande wäre, in gewissen Fällen rotatorische Bewegungen hervorzubringen, deren Geschwindigkeit sich ins Unbestimmte beschleunige. Wir haben wohl eine Zeit lang daran gedacht, diesen Einwurf in der zweiten Vorlesung bei Gelegenheit der elektromagnetischen Maschinen zu besprechen, aber schliesslich schien es uns doch geeigneter, aus den Erörterungen dieses Einwandes den Gegenstand einer Anmerkung zu machen.

Betrachten wir zuerst die elektromagnetischen Kräfte. Die Erfahrung lehrt, dass Magnete auf Ströme wirken und umgekehrt; alle Effecte dieser Wirkungen lassen sich auf die eines Systemes von Kräften zurückführen, die an den verschiedenen Elementen des Stromes anfassen, die aber nicht nur von den Abständen, sondern auch von gewissen Winkeln abhängen und die nicht nach den geraden Verbindungslinien dieser Stromelemente und der magnetischen Centra gerichtet sind.

Für einen geschlossenen Strom von unveränderlicher Gestalt kann dieses System von Kräften durch ein äquivalentes ersetzt werden, welches dem Anscheine nach ganz verschieden von den vorigen ist, und aus Kräften besteht, die den gewöhnlichen Bedingungen der Wirkungsweise der Naturkräfte genügen; in diesem Falle verschwindet die Schwierigkeit somit von selbst. Diese Substitution ist jedoch nicht mehr möglich, wenn der Strom nicht geschlossen ist, oder um sich strenger auszudrücken, wenn der vom Strome durchlaufene geschlossene Leiter aus mehreren von einander unabhängigen Stücken zusammengesetzt ist. Die Bewegung jedes dieser Theile rührt einzig von Kräften her, welche auf seine verschiedenen Elemente wirken, und es ist vollkommen wahr, dass diese Bewegung unter gewissen Bedingungen eine Rotation ist, die sich ohne den Einfluss der Reibung des Luftwiderstandes und ähnlicher Ursachen ins Unendliche beschleunigen würde.

Ampère hat wiederholt und fest darauf bestanden, dass es sich um eine wirkliche Ausnahme von den allgemeinen Gesetzen der Mechanik handele; es giebt keine Abhandlung oder keine Auseinandersetzung von einiger Vollständigkeit über den Elektromagnetismus, worin dieselbe nicht beleuchtet würde; es giebt selbst keine elementaren Darstellungen,

in welchen die Thatsache der unendlich beschleunigten Rotation nicht auf mehrere Weisen durch das Experiment veranschaulicht würde. Aber man täuscht sich erheblich und macht sich von den Erscheinungen eine höchst unvollkommene Vorstellung, wenn man in dieser scheinbaren Ausnahme etwas Wirkliches sehen will. Wir wollen einen der einfachsten Versuche dieser Art betrachten, der sich regelmässig in den Cursen aller Stufen des Physikunterrichtes wieder findet. Ein kleiner geradliniger horizontaler Strom dreht sich um eine vertikale, durch eines seiner Enden geführte Axe, durch die Wirkung eines vertikalen Magneten, der sich in der Verlängerung dieser Axe befindet.

Es bedarf keiner grossen Aufmerksamkeit um zu bemerken, dass am Ende jeder Umdrehung die Umdrehungsgeschwindigkeit etwas grösser als zu Anfang ist, wenigstens so lange, als das mit den Widerständen, die sich der Bewegung entgegensetzen, verträgliche Maximum noch nicht erreicht ist. Das Perpetuum mobile scheint also hergestellt zu sein, da am Ende und zu Anfang jeder Umdrehung die Stellung des Stromes und des Magneten dieselbe ist. Aber schliesst diese Uebereinstimmung der Stellung wirklich auch in sich ein, dass in dem gesammten Systeme auf einander wirkender Körper nichts geändert sei? Dieses System besteht nicht bloss aus dem Strom und dem beweglichen Magnete, zu ihm gehören auch die Kette, die den elektrischen Strom in Bewegung setzt, und die Leiter, welche die Kette mit beiden Enden des beweglichen Stromes verbinden. Wir wollen nicht von den besonderen Erscheinungen reden, die an den Berührungspunkten der festen und beweglichen Theile stattfinden; die Kette ist der Sitz unaufhörlicher Umsetzung chemischer Wirkungen, wenn diese von einem Hydroelemente gebildet wird; es wird fortdauernd Wärme absorbirt, wenn der elektromotorische Apparat durch ein Thermoelement gebildet wird. Ist es also erstaunlich, dass diese Transformationen ein fortdauerndes Anwachsen der Rotationsgeschwindigkeit eines beweglichen Drahtes zur Folge haben? Der wirkliche Mechanismus, durch den diese bemerkenswerthe Erscheinung hervorgebracht wird, ist uns noch verborgen, aber Nichts nöthigt uns zuzugeben, dass die Wirkung der wahren Elementarkräfte sich den allgemeinen Wirkungsgesetzen der Naturkräfte entziehen. Die vorausgesetzten Elementarkräfte, auf welche man nothwendiger Weise geführt wird, wenn man sich darauf beschränkt, den Magnet und den beweglichen Strom zu betrachten, sind Functionen der Winkel und senkrecht zu der Ebene gerichtet, die den Magneten und den Strom in sich schliesst; diese Kräfte sind aber nicht im Entferntesten Analoga zu den Elementarkräften, aus welchen die Bewegung der Sterne oder der Fall schwerer Körper folgt, es sind rein mathematische Symbole, die nicht die Wirklichkeit, sondern einfach die letzte Stufe darstellen, bis zu der bis jetzt die Analyse der Erscheinungen hat geführt werden können. Man kann das Nämliche von den elektrodynamischen Kräften und von der berühmten Formel sagen, durch welche Ampère das dargestellt hat, was er die gegenseitige Wirkung

zweier Stromelemente nennt. Diese Formel ist ein experimentelles Gesetz, das in der unbegrenzten Fruchtbarkeit seiner Folgerungen zwar die möglichste Verschiedenheit der Erscheinungen erschöpft, welche jedoch ausserhalb des Kreises von Erscheinungen, deren allgemeines Band sie ist, keine Realität besitzt. Wäre es z. B. möglich, zwei Stromelemente unabhängig von jedem Volta'schen Stromkreise in den physikalischen Zustand zu versetzen, in welchem sie sich befinden, wenn sie wirklich Theile eines solchen Kreises bilden, so beweist Nichts, dass sie sich in Uebereinstimmung mit den Ampère'schen Gesetzen einander nähern oder von einander entfernen müssten. Das Einzige, was man versichern kann, ist, dass diese Gesetze die Erscheinungen in allen den Fällen darstellen, welche den Versuchen wirklich zugänglich sind. Man kann in denselben nur die Uebersetzung des geheimnissvollen Mechanismus sehen, durch den die Erscheinungen hervorgebracht werden, und Nichts hindert zuzugeben, dass die wirklichen Kräfte, die in diesem Mechanismus im Spiele sind, einfache Functionen der Abstände und nach den gegenseitigen Verbindungslinien der auf einander wirkenden Punkte gerichtet sind.

Dies war übrigens auch Ampère's eigene Anschauung über seine Entdeckungen. Wenn er dieselben selten erwähnt, zuweilen sogar scheinbar für einen entgegengesetzten Gedanken aufgegeben hat, so ist dies nur geschehen, um die wissenschaftlichen Ansichten seiner Zeitgenossen nicht zu sehr zu verletzen, da diese ohnehin Mühe genug hatten, seine Versuche anzuerkennen und da dieselben seine Hypothesen ohne Prüfung verworfen haben würden. Aber in den Anmerkungen, die er der Gesammtdarstellung seiner Theorie zugefügt hat (gelesen in der öffentlichen Sitzung der Akademie vom 8. April 1822), hat er sich in einer Weise ausgedrückt, die keinen Zweifel über seine innere Ueberzeugung bestehen lässt.

„Ich bemerkte," sagt er, „1. dass die Anziehungen und Abstossungen, deren Vorhandensein zwischen Theilen der Leiterdrähte ich erkannt hatte, nicht auf dieselbe Weise, wie die der gewöhnlichen Elektricität durch ungleiche Vertheilung der beiden Fluida, die sich gegenseitig anziehen, und von welchen jedes Theile des Fluidums der gleichen Art abstösst, entstanden sein konnten, da alle bis jetzt bekannten Eigenschaften der Leiterdrähte zeigen, dass weder die eine noch die andere der beiden Flüssigkeiten sich in grösserer Menge in einem Körper finden, wenn derselbe als Leiter des elektrischen Stromes dient, als wenn derselbe Körper sich im natürlichen Zustande befindet [1]).

[1]) Man weiss jetzt, dass auf der Oberfläche von Leitern, in welchen ein Strom fliesst, freie Elektricität vorhanden ist; die Vertheilung dieser Elektricität ist aber eine derartige, dass dieselbe über die elektrodynamischen Erscheinungen durchaus keinen Aufschluss giebt. Ausserdem würde man auch durch Zusammensetzung von Kräften, die nur Functionen des Abstandes sind, nie Resultanten erhalten, welche Functionen von Winkeln sind. V.

2. Ich bemerkte, dass es schwierig ist, hieraus nicht zu schliessen, dass diese Anziehungen und Abstossungen wohl durch die äusserst raschen Bewegungen der beiden elektrischen Fluida hervorgebracht sein können, welche die Leiter dnrch eine Folge von fast momenten Zerlegungen und Zusammensetzungen in entgegengesetzter Richtung durchlanfen, eine Bewegung, welche seit Volta von allen Physikern angenommen wird, welche die durch diesen berühmten Gelehrten gegebene Theorie des von ihm construirten bewnndernswürdigen Instrumentes für znlässig halten.

3. Schreibt man die Anziehungen und Abstossungen der Leiterdrähte dieser Ursache zu, so kann man, wenn man die gewöhnlichen elektrischen Erscheinungen in üblicher Weise erklärt, nicht vermeiden, ferner zuzugeben, dass die Bewegungen der beiden Elektricitäten in den Drähten sich rund herum in dem neutralen Flnidum, das aus ihrer Vereinigung entsteht und mit dem nothwendiger Weise der ganze Ranm erfüllt sein mnss, fortpflanzen, so dass, wenn die auf diese Weise im nmgebenden Mittel dnrch zwei kleine Stromtheile hervorgebrachten Bewegungen sich gegenseitig begünstigen, hieraus ein Streben folgt, sich gegenseitig zu nähern, was in der That der Fall ist, wenn man sie sich anziehen sieht, und dass, wenn die beiden Bewegungen sich entgegengesetzt sind, die beiden Stromtheile sich von einander zu entfernen streben, wie der Versuch es ebenfalls zeigt.

4. Betrachtet man diese Anziehungen und Abstossungen, von welchen hier die Rede ist, als wirklich durch diese Ursachen hervorgebracht, so ist das Gesetz, dass ein kleiner Theil des elektrischen Stromes durch zwei andere ersetzt werden kann, die zu ihm in demselben Verhältnisse stehen, wie zwei Kräfte zn ihrer Resultante, eine nothwendige Folge dieser Voraussetznng, da Geschwindigkeiten sich wie Kräfte zusammensetzen und da die Bewegung, welche der nach Grösse nnd Richtung durch die Resultante dargestellte kleine Theil eines Stromes dem Fluidum mittheilt, welches den Raum erfüllt, nothwendiger Weise gleich derjenigen ist, welche in demselben Fluidnm durch die Vereinigung der beiden kleinen Stromtheile, die auf dieselbe Weise dnrch die beiden Componenten dargestellt werden, hervorgebracht werden würde.

Zu der Zeit, als ich mich mit diesen Ideen beschäftigte, theilte mir Herr Fresnel seine schönen Untersuchnngen über das Licht mit, aus welchen er die Gesetze abgeleitet hat, welche alle Verhältnisse bei optischen Erscheinungen bestimmen.

Ich war erstaunt über die Uebereinstimmung, welche zwischen den Betrachtungen bestand, auf die er sich stützt, und zwischen denjenigen, auf die ich durch die elektrodynamischen Anziehnngen nnd Abstossungen geführt worden war.

Er zeigte aus der Uebereinstimmung dieser Erscheinnngen, dass das im ganzen Ranm vertheilte Fluidum, welches nichts als das Ergebniss der Vereinigung der beiden Elektricitäten sein konnte, nahezn incom-

pressibel sein müsse, durch alle Körper hindurchgehe, ähnlich wie ein Gas durch ein Netz, und dass die in diesem Fluidum erregten Bewegungen sich durch eine Art von Reibnng fortpflanzen müssten, welche die in Bewegung begriffenen Schichten an denjenigen erfahren, die sich noch in Rnhe befinden. Danach wäre es natürlich zu denken, dass der in einem Leitungsdrahte fliessende elektrische Strom das umgebende nentrale Flnidnm an seiner Bewegung Antheil nehmen liesse und sich theilweise an demselben riebe, so dass eine Reaction dieses Flnidums auf den Strom veranlasst würde. Diese Rückwirknng könnte so lange kein Streben zu einer Verschiebung des Drahtes hervorbringen, als die Differenz der Geschwindigkeiten auf allen Seiten des Drahtes dieselbe wäre. Es würde aber ein Streben entstehen den Draht zn bewegen, sobald noch ein zweiter Strom vorhanden wäre, nnd zwar entweder nach der Seite, anf welcher diese Geschwindigkeitsdifferenz nnd folglich die Reaction geringer wäre, d. h. nach der Seite, auf welcher ein anderer elektrischer Strom strebt das Flnidum in demselben Sinne zu bewegen oder nach der entgegengesetzten Seite, auf welcher diese Differenz grösser wäre, weil sich daselbst ein anderer elektrischer Strom befindet, welcher strebt, dasselbe Flnidum in entgegengesetztem Sinne zu bewegen, je nachdem die beiden auf einander wirkenden Ströme in demselben Sinne oder nach entgegengesetzter Richtung verlaufen.

Diese Betrachtungen machen allerdings die Anziehung zwischen gleichgerichteten nnd die Abstossung zwischen entgegengesetzt gerichteten Strömen, entsprechend den Ergebnissen der Erfahrung verständlich, aber ich habe mir niemals verhehlt, dass dieselben, da es nicht möglich ist, alle Wirkungen der Bewegungen des Fluidnms zn berechnen, zn allgemein sind, um als Grundlage für ein Gesetz zu dienen, dessen Richtigkeit durch directe und genaue Versnche bestätigt werden konnte. Dies ist der Grund, warum ich mich daranf beschränkt habe, dasselbe lediglich als eine auf Beobachtnng gegründete Thatsache darzustellen."

Soweit Ampère. Es ist interessant, zn sehen, wie der berühmte Verfasser der Abhandlung: „Théorie des phénomènes électrodynamiqnes", hinter dem von ihm gelösten Probleme noch eine andere tiefere nnd schwierigere Aufgabe erkannte, deren strenge Lösnng er der Zuknnft überliess [1]).

[1]) Die vollständige Lösung dieser Aufgabe ist in nenester Zeit von Helmholtz in der Abhandlnng: „Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende, leitende Körper", Crelle's Journal Bd. 71, S. 57 und von Carl Neumann in dessen Werk: Theorie der elektrischen Kräfte. 1873, versucht worden. R.

Anmerkung 25.

Die elektrolytische Convection.

Wenn ein Strom gezwungen ist, eine Wasserzersetzung herbeizuführen, so muss das chemische Wärmeäquivalent derselben von dem Wärmeäquivalente der elektrolytischen Processe in der treibenden galvanischen Batterie abgezogen werden. Da nun für Anflösung eines Aequivalentes Metall in jedem Elemente der Kette ein Aequivalent Wasser im Voltameter zersetzt wird, so kann, wie schon oben auseinandergesetzt wurde, eine Wasserzersetzung nur dann zn Stande kommen, wenn die elektrolytischen Processe in der Batterie znsammen mehr Wärme zu entwickeln im Stande wären, als man durch Wiedervereinigung der im Voltameter entwickelten Menge Knallgas Wärme erzeugen könnte. Es sind ungefähr $1^3/_4$ Daniell'scher Elemente nöthig[1]), um eine dauernde Wasserzersetzung herbeizuführen.

Mit einem Daniell'schen Elemente wird also keine Wasserzersetzung möglich sein.

Die Verhältnisse gestalten sich wesentlich anders, wenn beide Elektroden nnd die Flüssigkeit des Voltameters vollkommen mit Wasserstoff oder vollkommen mit Sanerstoff gesättigt sind.

Dann besteht eine Uebertragung der Elektricität von einer Elektrode zur anderen, entweder durch eine nicht elektrolytische Leitung des Wassers (ähnlich wie dieselbe anch am Eise wahrgenommen worden ist) oder durch einen Vorgang, den Helmholtz mit dem Namen elektrolytische Convection belegt hat. Dieser eigenthümliche Process besteht darin, dass allerdings unter solchen Verhältnissen eine elektrolytische Zersetzung des Wassers nnd eine Abscheidung von Wasserstoff und Sauerstoff entstehen kann. Ist nämlich z. B. das Voltameter mit Wasserstoff vollkommen gesättigt, so verbindet sich der Sanerstoff bei seiner Entwickelung sofort mit dem auf der Oberfläche des Platins condensirten Wasserstoffe. Dann wird die negative Arbeit der Wasserzersetzung durch die positive Arbeit der Wasserbildnng an der einen Elektrode compensirt. Es ist in diesem Falle die Wasserzersetzung mit keiner wesentlichen Wärmeconsnmption verbnnden. Das Ergebniss eines solchen Processes ist also: dass sich an der einen Elektrode mehr und an der anderen entsprechend weniger Wasserstoff findet; der ganze Vorgang beschränkt sich alsdann anf eine andere Vertheilung des in der Flüssigkeit anfgelösten Gases.

So fand z. B. Helmholtz, dass ein Strom, welcher in 24 Stunden 60 Milligramm Silber abzuscheiden oder aufzulösen im Stande ist, einen Tag lang ohne Verminderung seiner Stärke durch ein solches mit Wasser-

[1]) Thomson, On the Mechanical Theory of Electrolysis. Phil. Mag. 1851, berechnete diese Grösse zu 1,318 Daniell.

stoff gesättigtes Voltameter gehen konnte, ohne mehr als eine eben merkliche Polarisation hervorzurufen.

Namentlich unter sehr niedrigem Drucke schied sich bei rascherer Wasserstoffentwickelnng der Wasserstoff gasförmig aus.

Es konnte an einem solchen mit Wasserstoffgas beladenen Platinplattenpaare eines Voltameters durch ein Daniell'sches Element vorübergehend eine Wasserstoffentwickelung hervorgerufen werden.

Diese Erscheinung ist schon früher von Poggendorff bemerkt worden; sie findet durch Helmholtz's Versuche ihre Erklärung und steht, wie man sieht, nicht im Widerspruch mit dem Grundgesetze der Aequivalenz. R.

Anmerkung 26.

Ueber die Polarisation der Elektroden.

Man kann mit Hilfe derselben mechanischen Betrachtung die Nothwendigkeit eines anderen Phänomens ableiten, nämlich die Erscheinung der Polarisation der Elektroden.

Wenn der Leiterkreis des Elementes einer Kette vollkommen metallisch ist und unbeweglich bleibt, so stellt die in einer gegebenen Zeit entbundene Wärme die gesammte Arbeit der chemischen Kräfte dar. Wenn der Leiterkreis ausserdem eine zersetzbare Flüssigkeit enthält, so muss die durch dieselbe Menge chemischer Wirkungen im Elemente entbundene Wärme geringer sein, da sie nur der Ueberschuss der positiven Arbeit, die im Volta'schen Elemente stattfindet, über die negative Arbeit darstellt, die im Zersetzungsapparate stattfindet. Es ist also nöthig, dass diese Wärmemenge geringer als diejenige sei, welche man erhielte, wenn man diese Flüssigkeit durch einen metallischen Leiter von demselben Widerstand ersetzte; das kann aber nur dann der Fall sein, wenn die Flüssigkeit die Stromintensität noch auf eine andere Weise ändert, als durch die Einführung ihres Widerstandes.

Da man nun weiss, dass es keine anderen Mittel giebt, um die Intensität eines Stromes zu vermindern, als dass man den Widerstand des Leiters wachsen lässt oder dass man die elektromotorische Kraft vermindert, so sieht man, dass die Einführung einer sich zersetzenden Flüssigkeit eine Verminderung der gesammten elektromotorischen Kraft, d. h. die Entwickelung einer elektromotorischen Gegenkraft zur unmittelbaren und nothwendigen Folge haben muss.

Darauf aber beruht gerade die Polarisation der Elektroden. In Folge dieser Polarisation reducirt sich der Strom eines einzigen Elements der gewöhnlichen Kette durch Einführung eines Voltameters mit gesäuertem Wasser auf Null und deshalb ist die Zersetzung des Wassers unter diesen Umständen unmöglich. Wenn die Flüssigkeit, während sie sich zersetzt, durch die Einwirkung eines der chemischen Elemente,

welche durch die Zersetznng entstehen, anf die entsprechende Elektrode wieder gebildet wird, so ist die Arbeit der chemischen Kräfte wirklich Null nnd man weiss, dass alsdann anch keine Polarisation eintritt.

Anmerkung 27.

Ueber die Auflösung des Zinks in verdünnten Säuren.

Man hat schon seit langer Zeit bemerkt, dass wenn käufliches Zink in gesäuertem Wasser aufgelöst wird, die Entwickelnng des Wasserstoffes nicht an allen Punkten des Metalles, sondern vorzugsweise an bestimmten Punkten stattfindet; die sich von den anderen zu unterscheiden scheinen.

De la Rive hat erkannt, dass auf destillirtem Zink diese Punkte viel seltener sind nnd dass die Wasserstoffentwickelung viel langsamer vor sich geht, als bei Anwendung gewöhnlichen Zinkes? Endlich hat Almeida gefunden, nachdem es ihm gelungen war, auf galvanischem Wege vollkommen reines Zink darznstellen, dass dieses Metall vollkommen der Einwirkung der verdünnten Schwefelsäure widersteht. In beiden Fällen nahm das reine Zink die Eigenschaft des gewöhnlichen wieder an, wenn man ihm irgend welche fremde Metalle zufügte, so dass mit der Säure eine Oberfläche von ungleicher Beschaffenheit in Berührung war.

Anmerkung 28.

Ueber die Anwendung der Messung der elektromotorischen Kräfte auf thermochemische Untersuchungen.

Es ist im Anfange der Anmerkung 22 gesagt worden, dass die in einer gegebenen Zeit durch einen Strom in seinem gesammten Leitcrkreise entwickelte Wärme proportional dem Producte aus der Intensität mit der Snmme der elektromotorischen Kräfte ist. Betrachtet man verschiedene Stromkreise, von denen jeder nur aus einem einzigen Elemente und metallischen Leitern besteht, so müssen sich also die in der Zeiteinheit in diesen verschiedenen Stromkreisen entbundenen Wärmemengen unter einander wie die Prodncte aus der Intensität und dén elektromotorischen Kräften verhalten, die jedem Elemente zugehören. Da aber die Intensität proportional der Anzahl (Ganzer oder Bruchtheilen) von Aequivalenten Metall ist, die im Elemente aufgelöst worden sind, so folgt daraus, dass die Wärmemenge, welche durch Auflösnng eines Aeqnivalentes Metall in den verschiedenen Elementen entwickelt worden sind, sich einfach wie die elektromotorischen Kräfte selbst verhalten müssen. Man kann also die calorimetrischen Messungen durch Messungen der

elektromotorischen Kräfte ersetzen, vorausgesetzt, dass man in einem einzigen Falle durch directe Versuche die Menge der entwickelten Wärme und die entsprechende elektromotorische Kraft kennt.

Der praktische Vorzug dieser Methode ist augenscheinlich; die Anwendung derselben ist jedoch mit einigen Schwierigkeiten verknüpft. In allen denjenigen Fällen, in welchen die chemische Wirkung, durch welche die Strombildung veranlasst wird, von einer Gasentwickelung begleitet ist, ist die elektromotorische Kraft mit der Intensität des Stromes veränderlich; aber durch locale Wärmeerscheinungen, die an denjenigen Punkten stattfinden, an welchen sich das Gas entwickelt, kann der Fall eintreten, dass die Gesammtwärmeproduction constant bleibt. Man kann also nicht ohne Weiteres von einer Proportionalität zwischen den beiden Grössen reden. Mehrere Beobachtungsreihen, die mit Sorgfalt und Geschicklichkeit ausgeführt waren, haben, da bei denselben diesen Umständen nicht Rechnung getragen worden war, den grössten Theil ihres Werthes verloren.

Anmerkung 29.

Der Einfluss, den die Reibung des Blutes in den Gefässen auf die thierische Wärme hat.

Die obigen Betrachtungen bleiben richtig trotz der Bewegungen, die im Inneren des Organismus stattfinden und trotz der Widerstände, die diesen begegnen. Man hat keine Ursache, dem Theil dieser Widerstände Rechnung zu tragen, welcher von der Wirkung äusserer Kräfte, z. B. von der Schwere, herrührt, so lange als keine Verschiebung des Schwerpunktes des Körpers stattfindet. Die innere Circulation der Flüssigkeit, die Muskelbewegungen, welche diese veranlassen, die elastischen Gegenwirkungen der Gefässe, in denen sie sich vollzieht, können keine Arbeit der Schwere zur Folge haben.

Was die inneren Widerstände betrifft, so sind dies Reibungen, welche genau ebenso viel Wärme entbinden, als die Muskelkraft solche consumiren muss, durch welche die Bewegung der Flüssigkeiten, trotz der Wirkung der Reibung, unterhalten wird. Man sieht hieraus, wie thöricht die Frage nach dem Einflusse der Reibung des Blutes in den Gefässen auf die Eigenwärme der Thiere ist, die einige Physiologen gestellt haben. Um diese Reibung zu überwinden, ist die Thätigkeit des Herzens nöthig; damit diese Thätigkeit erhalten bleibt, muss für diesen Zweck ein Theil der Wärme aufgewendet werden, welche durch den Verbrennungsprocess im Inneren des Organismus erzeugt wird. Dieser Verlust an Wärme wird jedoch durch die Wärme vollkommen wieder ersetzt, welche die Reibung des Blutes im gesammten Gefässsysteme erzeugt. Es findet also nur eine andere Vertheilung der Wärme statt, ihre Gesammtmenge bleibt vollkommen unverändert.

So lange als das betrachtete Thier sich in Ruhe befindet, ist man also ganz berechtigt, diese Gesammtwärmemenge lediglich mit der Summe der chemischen Wirkungen zu vergleichen, aus welchen der Athmungsprocess besteht [1]).

Anmerkung 30.

Ueber die Vegetationen, die ohne den Einfluss des Lichtes vor sich gehen.

Wenn höhere Pflanzen dem Einflusse des Lichtes entzogen werden, können zwei Fälle eintreten; entweder dieselben verhalten sich wie unbelebte Körper, absorbiren also Sauerstoff der Luft und lassen durch ihren Organismus Wasser und Kohlensäure, die aus dem Boden stammen, hindurchfiltriren, alsdann bleichen sie, und wenn auch manchmal ihre Dimensionen zunehmen, so scheint doch das Verhältniss der brennbaren Substanzen, die sie enthalten, sich eher zu vermindern, als grösser zu werden; oder aber es wird ein Theil ihres Gewebes durch mehr oder minder rasche Oxydation zerstört und erleidet tiefgehende Veränderungen, welche jedoch nicht das Eingreifen irgend welcher äusseren Kräfte fordern; dieselben können als Oxydationen angesehen werden, welche durch die natürliche Thätigkeit der Affinitäten hervorgebracht werden; das letztere findet z. B. bei der Keimung eines Samenkornes statt.

Es fragt sich nun, ob es sich bei den niederen Pflanzen, deren Leben vom Einflusse des Lichtes fast absolut unabhängig ist, ebenso verhält; oder wenn dies nicht der Fall ist, auf welche Weise für solche Pflanzenarten dieser Einfluss ersetzt wird, und wie es möglich ist, dass sich dieselben entwickeln und dass ihre Vegetation von einer negativen Arbeit der Affinitäten begleitet ist.

In ihrem gegenwärtigen Zustande giebt die Experimentalphysiologie auf diese beiden Fragen keine zuverlässige Antwort. Um dieselben beantworten zu können, müsste man zunächst genaue vergleichende Analysen von niederen Pflanzen, die das Ziel ihrer Entwickelung erreicht hätten, vornehmen, und man müsste die Materialien, durch deren Verbrauch sie sich entwickelt haben, chemisch untersuchen. In den meisten Fällen sind diese Materialien in Zersetzung begriffene organische Körper, und es ist möglich, dass die einfachen Elemente, aus welchen jeder Organismus besteht, Kohlenstoff, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, sich dort in denselben Verhältnissen vorfinden, wie in den Pflanzen selbst, jedoch so, dass sie hier in anderer Weise gruppirt sind.

[1]) Man sehe: Hirn, Remarques sur le rôle réel que joue le frottement des muscles dans le phénomène de la calorification des êtres vivants à sang chaud ou à sang froid. Cosmos 1862, Bd. XXI, S. 257. R.

Das vegetabile Leben könnte also nur eine Reihe unter sich äquivalenter Umwandlungen sein, die keinen Aufwand von Arbeit fordern, der einer äusseren Kraft entlehnt wäre.

Wenn dagegen die Erfahrung zeigte, dass in den Geweben niederer Pflanzen auch ohne jede Lichteinwirkung Kohlenstoff und Wasserstoff in relativ höheren Verhältnissen vorhanden wären, als in den organischen Substanzen, auf deren Kosten sie leben, so kann man sich, wie mir scheint, folgendermaassen davon Rechenschaft geben. Fast immer werden, während sich solche Pflanzen entwickeln, die organischen Körper zerstört, welche denselben als Träger und Nahrungsquelle dienen; dieselben gehen allmählich in einen Zustand über, in welchen sie die natürliche Thätigkeit der Affinitäten überzuführen strebt. Bei diesen Erscheinungen findet also sichtlich eine positive Arbeit der Affinitäten und folglich eine Production von Wärme statt. Ist es nicht möglich, dass ein Theil dieser Wärme in der Pflanze selbst verbraucht wird und in denselben Erscheinungen hervorbringt, welche einer negativen Arbeit der Affinitäten entsprechen? Auf diese Weise könnte die Wirkung der Sonnenstrahlen ersetzt werden. Es scheint, als ob eine neuere Beobachtung von Pasteur diesen Anschauungen eine gewisse Wahrscheinlichkeit verleihe und als ob dieselben ausserdem vielleicht zu ihrer Erläuterung dienen könnten. Pasteur hat gezeigt, dass die Säurebildung im Alkohol durch Sauerstoff herbeigeführt wird, den zahllose Organismen, die auf der Oberfläche der Flüssigkeit leben, physikalisch condensiren. Wenn diese Pflanzen nicht vorhanden sind, ist der Sauerstoff der Luft nicht fähig, den Alkohol zu oxydiren; wenn jedoch der Sauerstoff fehlt, können diese Pflanzen nicht leben.

Die Oxydation scheint aber nicht aus einer besonderen Lebensthätigkeit der Pflanzen hervorzugehen, sondern sie scheint nur durch ihre Gegenwart und die Eigenschaft, Gase auf ihrer Oberfläche zu condensiren, die sie in erheblichem Grade besitzen, bedingt zu sein. Es würde also kein Schluss im Kreise sein, wenn man annähme, dass die Oxydation des Alkohols eine nothwendige Bedingung der säurebildenden Vegetation sei. Es würde selbst ganz natürlich sein zu denken, dass die Wärme, welche durch diese Oxydation entbunden wird, und die gelegentlich so auffällig ist, dass man keines Thermometers bedarf, um sie wahrzunehmen, zum Theil für die Production solcher vegetabiler Lebenserscheinungen verbraucht wird, deren Resultat der Tendenz der Affinitäten entgegengesetzt ist.

Auch bei dem Lebensprocesse des Hefepilzes scheint Aehnliches stattzufinden. Der Zucker zerfällt während der Gährung in Alkohol und Kohlensäure; der gebildete Alkohol besitzt eine erheblich geringere Verbrennungswärme, als die Menge Zucker, welche zu seiner Bildung nöthig war. Es wird also bei diesem Zerfallen Arbeit oder lebendige Kraft gewonnen.

Ein Theil dieser lebendigen Kraft wird dazu verwendet, die chemi-

schen Processe hervorzurufen, welche beim Aufbau der Zellen des Hefepilzes vor sich gehen; ein anderer Theil setzt sich direct in Wärme um.

Einerseits ist also die Hefe Veranlassung, dass bei der Gährung ein Vorgang entsteht, welcher der natürlichen Tendenz der Affinitäten entspricht, andererseits ist die bei Befriedigung chemischer Anziehungskraft gewonnene positive Arbeit die Quelle, aus welcher die Hefe schöpft, um neue Zellen zu bilden, also negative Arbeit zu leisten.

Wir sehen also, dass bei der Gährung ebenfalls Zellen gebildet werden, Pflanzenorganismen wachsen, nebenher sogar nicht unbedeutende Mengen von Wärme entwickelt werden, ohne dass eine äussere Kraft wie das Licht hierzu die Ursache ist [1]).

Anmerkung 31.

Das Absorptionsspectrum des Chlorophylls und der Einfluss der Farbe des Lichtes auf das Wachsthum der Pflanzen.

So lange als man die Wirkung der Sonnenstrahlen auf die Pflanzen noch nicht als die Ursache der Vorgänge erkannt hatte, welche sich fortwährend beim Vegetationsprocesse vollziehen, musste es vollkommen räthselhaft scheinen, woher die enormen Summen lebendiger Kraft stammen, welche wirkungsfähig in den Pflanzen aufgehäuft sind. Jetzt weiss man, dass diese Vorgänge, welche der natürlichen Tendenz der chemischen Affinitäten entgegengesetzt sind (mit ganz wenigen Ausnahmen, welche in Anmerkung 30 besprochen worden sind), nur unter Einwirkung des Lichtes und zwar des Lichtes auf Pflanzentheile, welche Blattgrün oder Chlorophyll enthalten, vor sich gehen.

Die grünen chlorophyllhaltigen Pflanzen entnehmen den gesammten Kohlenstoff, welchen sie in zahlreichen Verbindungen von Kohlen-, Wasser- und Sauerstoff enthalten, der Luft. Die von den Blattorganen fortwährend aufgenommene Kohlensäure wird unter Einwirkung des Lichtes in den chlorophyllhaltigen Zellen zersetzt und der überschüssige Sauerstoff ausgeschieden.

Der von der Pflanze entwickelte Sauerstoff kann als Maass der stattgefundenen Zersetzung dienen, wenn er wirklich, wie allgemein angenommen wird, vollständig, oder unter verschiedenen Bedingungen in gleichem Maasse, von den Respirationsorganen der Pflanzen ausgeschieden wird.

Da diese Zersetzung der Kohlensäure aber nur in den chlorophyllhaltigen Zellen und auch in diesen nur unter Einwirkung des Lichtes geschieht, lag es nahe, das optische Verhalten dieses Pflanzenfarbstoffes einer genauen Untersuchung zu unterziehen.

[1]) Man sehe hierüber: A. Mayer, Pogg. Ann. Bd. 142, S. 293 u. s. f.

Zieht man ans einer Pflanze das Blattgrün durch Behandeln mit Wasser, Alkohol oder Aether aus nnd untersucht das Spectrum des Lichtes, welches durch eine concentrirte, frisch bereitete Lösung dieses Farbstoffes hindurch gegangen ist, so zeigt sich, dass verschiedene Antheile des Sonnenlichtes mehr oder weniger vollkommen absorbirt werden.

Das äusserste Roth bleibt vollkommen unversehrt [1]); unmittelbar hinter der Frannhofer'schen Linie *B* aber beginnt ein tiefschwarzer Absorptionsstreifen, der von Hagenbach mit I. bezeichnet worden ist. Derselbe ist nach der Linie *B* zu ziemlich scharf begrenzt, geht noch über die Frannhofer'sche Linie *C* hinaus nnd verläuft dann ziemlich rasch allmählich. Ungefähr in seiner Mitte befindet sich eine wenig hellere Partie, die ihn in zwei nicht ganz gleiche Hälften theilt. Ein zweiter Absorptionsstreifen (II. nach Hagenbach) liegt nahe in der Mitte zwischen *C* nnd *D*, ein dritter (III.) wenig hinter *D*, ein vierter (IV.) im Grün unmittelbar vor *E*. Diese Streifen sind jedoch viel weniger dunkel, als der erste im Roth.

Von der Mitte zwischen *F* und *G* an wird dann fast das gesammte übrige Spectrum gleichmässig absorbirt. Beistehende Abbildnng Fig. 7

Fig. 7.

zeigt das Absorptionsspectrum des Chlorophylls und deutet die Lage der Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum an.

Man erkennt aus der vorhergehenden Beschreibung nnd aus der Abbildung, dass also vorzngsweise die gelbrothen Strahlen, einzelne Theile

1) Der Einfluss des Chlorophylls auf den ultrarothen Theil des Spectrums ist, soviel mir bekannt, noch nicht untersucht worden. Es ist wünschenswerth, dass auch diese Frage bald entschieden werde.

das Gelb und das Grün in sehr geringem Maasse, und der indigoblaue und violette Theil des Spectrums fast vollkommen vom Chlorophyll zurückgehalten werden.

Das Absorptionsspectrum des festen Chlorophylls, wie es sich in den Blattorganen der Pflanzen findet, stimmt nach Zahl und Ordnung der Streifen mit dem des gelösten überein [1]), und das Absorptionsspectrum von Blättern lebender Pflanzen weicht ebenfalls hiervon nicht ab.

Geringe Unterschiede zwischen den Absorptionserscheinungen bei wirklichen Blattorganen und bei Chlorophylllösungen lassen sich, wie Melde vermuthet und Gerland nachgewiesen hat, aus der Trübung des Lichtes durch den übrigen Zelleninhalt und das Gewebe der Blätter erklären.

Nur die absorbirten Strahlen können die Zersetzungs- und Assimilationsprocesse in der Pflanze hervorbringen, während die vom Chlorophyll nicht absorbirten Lichtgattungen für diese Processe ziemlich gleichgültig sein müssen.

Fragt man sich nun, welche von diesen Strahlen vorzugsweise diese chemischen Vorgänge bedingen müssen, so ist es ersichtlich, dass man sie unter den Strahlen suchen muss, welche die grösste mechanische Energie besitzen.

Diese Energie steht mit der subjectiven Empfindung der Lichtstärke einer Strahlengattung nicht in Beziehung; denn unser Auge kann zwar beurtheilen, ob ein bestimmtes Roth heller oder dunkler ist, als dasselbe Roth einer anderen Lichtquelle; unser Auge kann aber nicht die Lichtstrahlen zweier verschiedener, reiner Spectralfarben mit einander vergleichen.

Das beste Maass der mechanischen Energie einer bestimmten Farbe wird jedenfalls, wie schon Lommel (l. c. S. 581) bemerkt hat, die Wärmewirkung einer bestimmten Strahlengattung sein, wenn man annehmen kann, dass die ganze Energie eines vom Russüberzuge der Thermosäule vollkommen absorbirten Lichtstrahles vollständig in Wärme umgesetzt wird.

Ist dies der Fall, so ist in der That die Wärmecurve des Sonnenspectrums die Curve, welche die Energie der einzelnen Strahlen ausdrückt.

Bekanntlich ist die Wärmewirkung der violetten und blauen Strahlen äusserst gering, dagegen die der rothen und zumal die der ultrarothen sehr beträchtlich.

In Figur 7 stellt die krumme Linie über dem Sonnenspectrum die Wärmecurve des Sonnenspectrums nach den Versuchen von J. Müller (Freiburg) dar.

---

[1]) Lommel (Pogg. Ann. Bd. 143, S. 579) ist zwar nicht ganz dieser Ansicht, doch scheinen mir Gerland's Einwürfe (Pogg. Ann. Bd. 143, S. 605) gegen die Behauptungen Lommel's zutreffend zu sein. Auch wird an dieser Stelle aus einander gesetzt, dass J. Müller's Bedenken, ob das Spectrum der grünen Blätter mit dem des Chlorophylls übereinstimme, nur auf Beobachtungen unter ungünstigen Umständen beruhen.

Vergleicht man dieselbe mit dem Absorptionsspectrum des Chlorophylls, so erkennt man, dass besonders die gelben Strahlen den Kraftaufwand liefern müssen, welche der Assimilationsprocess der Kohlensäure fordert; denn diese werden einerseits am kräftigsten absorbirt, anderntheils besitzen sie die grösste mechanische Energie.

Es lässt sich nach diesen Erörterungen eigentlich schon vorher sagen, welchen Einfluss die verschiedenen Theile des Spectrums, d. h. die Farbe des einwirkenden Lichtes auf die Thätigkeit des Chlorophylls haben muss.

Bringt man grüne Pflanzentheile in solche Gegenden eines objectiven und genügend intensiven Sonnenspectrnms [1]), welche nicht vom Chlorophyll absorbirt werden, so wird keine Zersetzung der Kohlensäure eintreten. Lässt man dagegen alles Licht auf dieselben wirken, welches dem Absorptionsstreifen I. im Chlorophyllspectrum entspricht, so wird eine sehr lebhafte Zersetzung der Kohlensäure nnd Entwickelung von Sauerstoff eintreten.

Die Assimilationsthätigkeit müsste dann wenig nnter $^1/_2$ von derjenigen sein, welche bei freier Insolation stattfindet, wenn nicht auch Partien des ultrarothen Theiles des Spectrums vom Chlorophyll absorbirt werden und daher ebenfalls für die Thätigkeit der Pflanze von Bedeutung sind.

Die Wärmemenge, welche durch die Absorption des Streifen I. gewonnen wird, ist ungefähr gleich der gesammten Wärmemenge, welche dnrch die Absorption des ganzen brechbaren Theiles des Spectrums von der Mitte zwischen F und G an gewonnen wird.

Kleinere Maxima der Kohlensäurezersetzung müssen sich finden, wenn man lebende Pflanzentheile an Stellen brächte, welche den Absorptionsstreifen II., III., IV. entsprechen.

In dem brechbaren Theile des Sonnenspectrums, welcher über die Mitte zwischen den Fraunhofer'schen Linien F nnd G hinaus liegt, würde ebenfalls eine schwache Zersetzung stattfinden.

Schiede man dnrch geeignete Mittel alle die Farben aus dem Spectrum aus, welche von der Mitte zwischen F nnd G aus nach dem rothen Ende des Spectrums zu liegen, liesse dagegen die nach dem brechbaren Ende zu gelegenen Strahlengattungen nngeschwächt alle gleichzeitig auf die Pflanze wirken, so würde (wiederum vorausgesetzt, dass die ultrarothen Strahlen für die Pflanzen nicht von Bedeutnng sind) die Assimilation nngefähr halb so stark sein, als im freien Sonnenlichte.

Diese Voraussetzungen, welche man aus dem Vergleiche des Absorptionsspectrums des Chlorophylls mit dem Wärmespectrum des Son-

---

[1]) Jedenfalls müsste man, um eine genügende Intensität zu erzielen, an Stelle des Planspiegels des Heliostaten einen Hohlspiegel setzen und durch Anweudung von Steinsalzlinsen und Prismen dafür Sorge tragen, dass nicht weseutliche Antheile des Sonnenlichtes im optischen Theile des Apparates absorbirt würden.

nenlichtes herleiten kann, sind der Hauptsache nach durch die Erfahrung bestätigt worden.

Schon Draper fand, dass die Kohlensänrezersetzung im gelbrothen Lichte eines objectiven Sonnenspectrums am beträchtlichsten ist, späterhin ist dieses Resnltat durch Versuche von Sachs, Prillieux, A. Mayer, Pfeffer nnd Baranetzky bestätigt und erweitert worden.

Die meisten dieser Forscher haben allerdings nur mit farbigen Gläsern nnd Lösungen und nicht im objectiven Sonnenspectrnm gearbeitet, ihre Resultate können daher nicht ohne Weiteres benutzt werden.

Wollte man mit farbigen Gläsern und Lösungen brauchbare Resultate erhalten, so müsste man nicht nur, wie dies im Sachs'schen Laboratorinm wohl durchaus geschehen ist, das Absorptionsspectrum des betreffenden Glases oder der Lösung bestimmen, sondern man müsste durch besondere photometrische Messnngen bestimmen, welche Antheile von den vom Chlorophyll absorbirten Partien des Spectrums noch wirksam im Spectrum des Glases oder der Lösung enthalten sind.

Wenn man dieses Verfahren einschlüge, würde man gewiss Resnltate finden, welche vollkommen mit der Theorie im Einklange sind.

Ob durch die fluorescirenden Eigenschaften des Chlorophylls irgend welche Aenderungen der Ergebnisse bedingt werden, ist nicht ohne Weiteres einzusehen; jedoch erscheint mir dies mit Rücksicht auf die theoretischen Anseinandersetzungen Lommel's nicht wahrscheinlich.

R.

Anmerknng 32.

Betrachtungen von Mayer über die Erscheinung von Ebbe und Fluth.

Ich halte es nicht für überflüssig, einige Worte über eine bemerkenswerthe astronomische Anwendung der Theorie hinzuzufügen, deren erster Gedanke ebenfalls von Mayer herrührt.

Man weiss, dass in Folge des Znsammenwirkens von Mond und Sonne nnaufhörlich an zwei entgegengesetzten Punkten der Meeresfläche zwei Wasserberge entstehen, welche die Runde nm den Erdball machen und die Erscheinung der Fluth hervorbringen. Wenn die Fluthwelle auf die Ufer des Festlandes trifft, so ruft sie daselbst Strömungen und Gegenströmungen hervor, die nicht ohne Reibung und folglich nicht ohne Wärmeentwickelung stattfinden können.

Es findet also in Folge dieser Ursachen auf der Oberfläche unseres Planeten eine Erschaffung von Wärme, d. h. lebendiger Kraft, statt. Die gesammte lebendige Kraft (Energie) des Planeten kann aber nicht durch gegenseitige Wirkung seiner verschiedenen Theile vermehrt werden, mithin kann diese scheinbare Schöpfung von Wärme nnr eine Um-

setzung anderer lebendiger Kraft (kinetischer Energie) in lebendige Kraft der Wärme (calorische Energie) sein.

Die Erscheinung der Ebbe und Fluth vermindert folglich unaufhörlich die lebendige Kraft (kinetische Energie), welche der Erdball besitzt; wahrscheinlich wird gleichzeitig die Rotationsgeschwindigkeit und die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung vermindert, d. h. in anderen Ausdrücken, die Länge des siderischen Tages nimmt zu und die grosse Axe der Erdbahn verkleinert sich.

Entsprechend der Fluthwelle auf der Oberfläche des Wassers nimmt in neuerer Zeit Falb [1]) eine gleiche correspondirende Fluthwelle auf der Oberfläche des feuerflüssigen Inneren der Erde an und leitet aus diesen Voraussetzungen die regelmässige Wiederkehr von Erderschütterungen und Eruptionen von Vulkanen ab.

Wenn die feste Erdkruste und das flüssig gedachte Innere derselben ohne Zwischenraum auf einander folgen, so würde eine solche Fluthwelle in Wirklichkeit gar nicht zu Stande kommen können, sondern es würde die Tendenz zur Bildung einer solchen nur durch eine Vermehrung des Druckes des flüssigen Erdinneren gegen die feste Kruste bemerklich werden.

Wenn aber solche Fluthwellen wirklich im Erdinneren zu Stande kämen, so könnten diese ähnliche Wirkungen, wie die des Wassers auf der Oberfläche hervorbringen.

Jedenfalls sind die Aenderungen der Tageslänge, um die es sich handelt, und die Verminderung der Axe der Erdbahn so klein, dass sie selbst für die Beobachtungen mehrerer [2]) Jahrhunderte vollkommen unmerklich sind; vom theoretischen Standpunkte aus sind sie deshalb aber nicht weniger interessant.

Solche Fluthbewegungen der flüssigen Masse der Planeten haben sicherlich stattgefunden, als sich diese Himmelskörper noch in vollkommen feuerflüssigem Zustande befunden haben.

Vielleicht ist durch solche Fluthbewegungen, welche auf dem Monde besonders durch die Einwirkung der Erde hervorgerufen worden sein müssen, diesem seine Axendrehung schon früher vollkommen genommen worden, als er sich noch im flüssigen Zustande befand, und mag es davon herrühren, dass er jetzt uns immer nur eine Seite zukehrt und sich nicht mehr dreht.

---

[1]) Falb, Grundzüge zu einer Theorie der Erdbeben und Vulcanausbrüche. Graz 1871.

[2]) Mayer berechnet, dass durch die Meeresfluthen die Tageslänge in 2500 Jahren um $^1/_{16}$ Secunde zunehmen würde. Mechanik der Wärme S. 210. R.

Anmerkung 33.

Ueber eine Beweisführung Seguin's bei Betrachtung der Dampfmaschine.

Um nachzuweisen, dass während der Thätigkeit einer Dampfmaschine nothwendiger Weise Wärme verbraucht wird, bemerkt Seguin, dass wenn sich im Condensator alle dem Kessel entnommene Wärme wieder fände, diese Wärmemenge genügen müsse, um dieselbe Wirkung, die schon vorher stattgefunden hat, heliebig oft wieder hervorzubringen, vorausgesetzt, dass es möglich wäre, die im Condensationswasser enthaltene Wärme zu concentriren, so dass man mit derselben den fünfzehnten Theil seiner Masse auf 100⁰ erwärmen und in gesättigten Dampf von dieser Temperatur überführen könnte; was ganz mit der Theorie in Uebereinstimmung sein würde.

Man könnte also mittelst einer endlichen Wärmemenge ins Unendliche Bewegung erhalten, was weder wahrscheinlich noch mit einer gesunden Logik verträglich ist.

Diese Auseinandersetzung ist nicht vollkommen befriedigend; denn die Concentration der Wärme, welche Seguin voraussetzt, kann nicht ohne einen gleichzeitigen Aufwand von Arbeit oder Wärme stattfinden. Nach dieser Auffassung würde man einen Körper auf die Temperatur von 100⁰ durch Wärme bringen können, welche einem anderen Körper von 40⁰ entlehnt wäre.

Wir haben in den vorhergehenden Auseinandersetzungen eben gesehen, unter welchen Bedingungen dies möglich ist.

Postscriptum Verdet's zu den Anmerkungen. (16. Juli 1862.)

Während des Druckes erhielt ich die: „L'exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur“ von Hirn, welche der Verfasser der Akademie in der Sitzung vom 7. Juli 1862 überreicht hat. In diesem Werke erkennt Hirn die Irrthümer seiner früheren Schlussfolgerungen vollkommen an und giebt die Erklärung für die eigenthümlichen Resultate, welche seine Versuche über Maschinen ohne Expansion geliefert hatten. Die kritischen Bemerkungen, die sich auf diesen Gelehrten bezogen, sind daher gegenstandlos geworden. V.

Anmerkung 34.

Ueber die Abhängigkeit der Farbe des venösen Blutes von der Temperatur.

Um ein vollkommenes Verständniss zu erzielen, dürfte es geeignet sein, Einiges über die anatomischen und physiologischen Verhältnisse zuzufügen, welche im Organismus der höheren Thiere statthaben.

Die Blutgefässe zerfallen in drei Gattungen:

1) Die Arterien, welche dazu dienen, das Blut aus dem Herzen in die übrigen Körpertheile zu schaffen.

2) Die Venen, welche das Blut aus allen Theilen des Körpers in das Herz zurückführen.

3) Die Capillargefässe, durch welche die äussersten Zweige der Arterien und der Venen mit einander verbunden werden.

In diesen Blutgefässen vollbringt das Blut, so lange der Körper lebt, einen unaufhörlich sich wiederholenden Kreislauf.

Der Apparat, durch welchen diese Bewegungen des Blutes veranlasst werden, ist das Herz.

Das Herz zerfällt in zwei Hälften, eine rechte und eine linke; dieselben sind durch eine ununterbrochene Scheidewand von einander getrennt; jede Herzhälfte besteht aus einer Herzkammer und einem Vorhof. Jede Herzkammer steht durch eine Oeffnung mit ihrem Vorhof in Verbindung. Die Wandungen der Herzkammern, zumal der linken, werden durch kräftige Muskeln gebildet. Aus der linken Herzkammer wird bei jeder Zusammenziehung (Systole) ein Theil des in der linken Herzkammer befindlichen hellrothen Blutes in die Hauptschlagader (Aorta), und von da aus in sämmtliche übrige Arterien gepresst. Da die Arterien aber schon mit Blut gefüllt sind, so müssen sich die Wandungen dieser Gefässe bei Eintritt neuen Blutes erweitern. Lässt hierauf der Ueberdruck im Herzen nach, zieht sich dasselbe zusammen (Diastole), so verhindern besondere, ventilartig wirkende Klappen am Anfange der Aorta das Zurückströmen des Blutes in das Herz. Die Zusammenziehung der ausgedehnten elastischen Gefässwand treibt das Blut vorwärts und durch die vielfachen Verzweigungen der Arterien in die Capillargefässe und aus diesen in die Venen. Dieses dem Herzen entströmende Blut wird arterielles genannt und ist mit Sauerstoff und mit Nährstoffen beladen.

In den Capillargefässen, von welchen alle Gewebe durchzogen sind, verbindet sich dieser Sauerstoff mit dem Kohlenstoff und Wasserstoff der Nahrungsmittel; die durch diesen chemischen Process erzeugte Wärme ist die Quelle der thierischen Wärme des lebenden Organismus.

Bei diesem Verbrennungsprocesse wird Kohlensäure gebildet, diese löst sich im Blute auf und verleiht ihm eine dunkle Farbe.

Das dunkelgefärbte, seines Sauerstoffs beraubte und mit Kohlensäure geschwängerte Blut heisst: „venöses Blut". Die Venen führen dieses Blut und mit ihm mancherlei Producte der Verdauung, die ebenfalls in den Capillargefässen von demselben aufgenommen worden sind, nach dem Herzen zurück. Es gelangt in demselben in die rechte Vorkammer und hat, wenn es dahin zurückgekehrt ist, den sogenannten „grossen Kreislauf" vollbracht. Lässt die Zusammenziehung des Herzens nach und dehnen sich die Kammern wieder aus, so strömt Blut aus den Vorhöfen in die Kammern. Das in dem rechten Vorhof befindliche venöse Blut kommt somit in die rechte Herzkammer. Aus dieser wird es bei der nächsten

Contraction durch die Lungenpulsader in die Blutgefässe der Lunge geschafft. Die Lungenpulsader verzweigt sich in der Lunge in äusserst zahlreiche Capillargefässe, welche als Netze die zahllosen Lungenbläschen umhüllen, in welche die vielfachen Verzweigungen des Luftweges endigen.

Durch die äusserst dünnen Wandungen, welche das Blut von dem lufterfüllten Inneren der Lungenbläschen trennen, findet ein Austausch der Gase statt. Die Kohlensäure, welche in dem Blute enthalten ist, entweicht und Sauerstoff der Luft wird dafür aufgenommen.

Hierdurch erlangt das Blut seine bellrothe Farbe wieder und wird somit in arterielles zurückverwandelt.

Aus den Capillargefässen der Lunge gelangt dieses arterielle Blut durch vier Lungenblutadern zum Herzen zurück und zwar in die linke Vorkammer.

Aus dieser strömt das Blut bei der nächsten Diastole in die linke Herzkammer und beginnt bei der darauf folgenden Systole seinen Lauf von Neuem.

Den Weg des Blutes von der rechten Herzkammer durch das Capillargefässsystem der Lunge in den linken Vorhof zurück nennt man den „kleinen Kreislauf".

Der menschliche Körper ist somit einer Dampfmaschine vergleichbar. Die Nahrungsmittel entsprechen den Kohlen; aus der Verbrennung derselben stammt die höhere Temperatur und die Kraft, welche beide zu leisten im Stande sind. In beiden Fällen wird der zur Verbrennung nöthige Sauerstoff der Atmosphäre entnommen, dem Kessel der Maschine entsprechen die Capillargefässe und deren Gewebe im ganzen Körper. Als Schornstein zur Ausführung der bei der Verbrennung gebildeten Kohlensäure und gleichzeitig als Rost, durch den die Luft einströmt, dient die Lunge und der Athemweg.

Wie bereits erwähnt wurde, hat die im Körper durch Verbrennung der Nahrungsmittel gebildete Wärme einen doppelten Zweck. Ein Theil wird durch die Muskeln in Arbeit umgesetzt, ein anderer Theil dient dazu, die Temperatur des Körpers constant zu erhalten, dient also dazu, die Wärmeverluste zu decken, welche fortwährend durch Verdampfung von Wasser, durch Leitung und Strahlung herbeigeführt werden.

Zahlreiche Beobachtungen haben nun ergeben, dass die Temperatur im Inneren des menschlichen Körpers unabhängig von der äusseren Temperatur ist, und im gesunden Zustande 37° C. beträgt.

Wenn die äussere Temperatur niedrig ist, muss mithin der Wärmeverlust grösser sein, es müsste also in dem Capillarsysteme mehr Wärme zur Deckung dieses Verlustes producirt werden, als wenn die äussere Temperatur höher wäre. Es müssen bei niedriger äusserer Temperatur mithin mehr Nahrungsmittel verbrannt werden, in Gegenden aber, deren äussere Temperatur höher ist, weniger.

Wenn mehr Nahrungsmittel verbrannt werden, muss auch mehr Sauerstoff eingeathmet und mehr Kohlensäure gebildet werden; folglich

muss in kälteren Klimaten das venöse Blut mit mehr Kohlensäure, das arterielle aber mit mehr Sauerstoff beladen sein, als in wärmeren.

Der Farbenunterschied zwischen dem venösen und dem arteriellen Blut rührt aber von dem grossen Gehalte an Kohlensäure in dem ersten und der grösseren Menge von Sauerstoff in dem letzteren her, es muss demnach zwischen dem Farbenunterschied beider Blutarten und der Menge verbrannter Nahrungsmittel und folglich auch zwischen diesem Farbenunterschied und der im Organismus producirten Wärme eine Grössenbeziehung bestehen.

Es muss folglich die Farbe des venösen Blutes sich mit der äusseren Temperatur ändern.

In den kälteren Klimaten und Jahreszeiten werden daher die Menschen dunkleres Blut in ihren Venen führen, als in den heisseren Klimaten und in wärmeren Jahreszeiten.

Daher kommt es, dass Mayer in Java das venöse Blut viel röther fand, als in Europa.

Diese Beobachtung wurde für ihn der Ausgangspunkt zur Entdeckung des Grundprincipes der mechanischen Wärmetheorie [1]. R.

Ergänzung.

Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu [2].

Im Abschnitte IV. der zweiten Vorlesung wurde auf ein wichtiges Gesetz aufmerksam gemacht; dasselbe lautete: Die Wärmemengen, welche in einer vollkommenen Wärmemaschine in Arbeit umgewandelt werden, und die Wärmemengen, welche gleichzeitig von einem heissen Körper (dem Heerde) auf einen kälteren Körper (den Condensator) übergeführt werden, stehen in einem constanten Verhältnisse.

Dieser Satz wurde bekanntlich durch die Formel dargestellt:

$$q - q' = \alpha \frac{(t_1 - t_0)}{1 + \alpha t_1},$$

oder wenn man mit

$$1 + \alpha t = T$$

die absolute Temperatur bezeichnet,

---

[1]) Man sehe: Mayer, Mechanik der Wärme, 1867, Seite 249 u. s. f.

[2]) Man sehe: Clausius, Ueber den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, Braunschweig 1867.

$$\frac{q - q'}{q} = \frac{T_1 - T_0}{T_1}.$$

Hierin ist q die gesammte Wärmeausgabe des wärmeren Körpers, des Kessels, dessen Temperatur T_1 ist, q' ist der Theil dieser Wärmemenge, welcher auf den kälteren Körper, den Condensator übertragen wird, dessen absolute Temperatur T_0 ist.

Subtrahirt man obige Gleichung von der identischen Gleichung

$$1 = 1,$$

so erhält man:

$$\frac{q'}{q} = \frac{T_0}{T_1} \text{ oder}$$

$$\frac{q'}{T_0} = \frac{q}{T_1},$$

eine Gleichung, die man auch schreiben kann:

$$\frac{q'}{T_0} - \frac{q}{T_1} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1).$$

Dieser Satz ist einer wesentlichen Erweiterung fähig und gilt in etwas abgeänderter Form nicht nur für die Vorgänge, die sich in Wärmemaschinen vollziehen, sondern er ist auf alle Vorgänge anwendbar, bei welchen Arbeit in Wärme oder umgekehrt Wärme in Arbeit verwandelt wird.

Da die Umformung von Wärme in Arbeit und ebenso der Uebergang von Wärme von höherer Temperatur in Wärme von niederer Temperatur eine Verwandlung ist, so nennt man diesen Satz, um den es sich handelt, nach dem Vorgange von Clausius den Satz von der Aequivalenz der Verwandlnngen und bezeichnet ihn gewöhnlich als den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.

Derselbe gilt, wie man sieht, nur für Kreisprocesse, welche vollkommen umkehrbar sind, wie dies bei vollkommenen Wärmemaschinen vorausgesetzt wurde.

Wäre der Kreisprocess ein complicirterer, so würde die oben entwickelte Gleichung in die allgemeinere

$$\Sigma \frac{q}{T} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I})$$

übergehen.

Es giebt jedoch auch noch Verwandlungen anderer Kräfteformen in einander und alle unterliegen diesem Gesetze.

So lockert z. B. bekanntlich die Wärme den Zusammenhang der Molcküle, indem sie gleichzeitig äussere Kräfte und Wirkungen innerer Molekularkräfte überwindet, indem sie also Arbeit leistet.

Wenn die Einwirkung der Wärme genügend kräftig ist, so werden bekanntlich feste Körper in flüssige, flüssige Körper in gasförmige verwandelt, es werden also die Aggregatzustände verändert; es wird die Aggregation vermindert. Clausius nennt daher diese Wirkung der Wärme: „Disgregation“

und spricht die bekannte Erfahrungsthatsache in den Worten aus: Die Wärme vermehrt die Disgregation der Körper.

Eine Disgregationsvermehrung entspricht also einer Umwandlung von Wärme in Arbeit, eine Disgregationsverminderung einer Umwandlung von Arbeit in Wärme; es muss also zwischen der Disgregationsverminderung nnd diesen Umwandlungen ebenfalls ein causaler Zusammenhang bestehen.

Dass auch die Betrachtung dieser Disgregation nns auf die vorige Gleichung zurückführt, mag folgendes Beispiel darthun.

Wir betrachten eine Gasmenge, welche bei einer Temperatur t ein Volumen v ausfüllen mag, mithin unter diesen Verhältnissen einen Druck p besitzt. Da nnter solchen Verhältnissen der mittlere Abstand der Moleküle ein bestimmter ist, so ist auch die von diesem Abstande abhängige Disgregation, welche den Grad der Zertheilnng der Gasmasse misst, eine bestimmte; wir wollen dieselbe mit Z bezeichnen. Lassen wir hierauf diese Gasmenge sich bei gleichbleibendem äusseren Drucke ausdehnen, oder comprimiren wir dieselbe, ohne dass sich die Temperatur derselben ändert, so wird eine Arbeitsmenge geleistet oder aufgewendet, welche bekanntlich gleich $p\,(v_1 - v)$ ist, wenn wir mit v_1 das neue Volumen bezeichnen.

Hierbei wird eine Wärmemenge q absorbirt oder entbnnden, welche dieser Arbeit äquivalent ist, also gilt die Gleichung

$$q = \frac{p\,.\,(v_1 - v)}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2).$$

Die Disgregation in diesem neuen Zustande sei Z_1; dann ist die gleichzeitige Disgregationsänderung

$$Z_1 - Z.$$

Betrachten wir nun eine gleiche Menge desselben Gases, welches bei einer anderen Temperatur t_1 dasselbe Volnmen v einnimmt, dann mnss dieses Gas diesmal unter einem anderen äusseren Drucke p_1 stehen.

Die Drücke p und p_1 stehen dann bekanntlich nach dem Ausdehnnngsgesetze der Gase zn einander in folgendem Verhältnisse:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{1 + \alpha\, t}{1 + \alpha\, t_1}\,.$$

Die Disgregation der nenen Gasmenge ist sichtlich dieselbe, nämlich Z, da der mittlere Abstand der Moleküle, also der Grad der Zertheilung der Masse dieselbe ist.

Geht diese Gasmenge in das andere Volumen v_1 über, so wird anch die Disgregationsänderung nothwendig dieselbe, nämlich $Z_1 - Z$ sein.

Die hierbei gewonnene oder anfgewendete Arbeit ist aber sichtlich eine andere, nämlich

$$p_1\,(v_1 - v)$$

und die Wärmemenge q_1, welche entweder absorbirt oder entwickelt

werden muss, um die Temperatur des Gases nicht zn ändern, ist dieser Arbeit äqnivalent, oder gleich:

$$q_1 = \frac{p_1 (v_1 - v)}{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3).$$

Wenn wir diese Gleichung 3) und die entsprechende 2) von gleicher Form, die wir vorhin gewonnen haben, dnrch den Druck dividiren, so erhalten wir

$$\frac{q_1}{p_1} = \frac{v_1 - v}{J}$$

und

$$\frac{q}{p} = \frac{v_1 - v}{J}.$$

Die linken Seiten sind sichtlich gleich; nehmen wir ausserdem auf die Gleichung

$$\frac{p}{p_1} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_1} = \frac{T}{T_1}$$

Rücksicht, so ist, wenn T und T_1 die absoluten Temperaturen bezeichnen:

$$\frac{q_1}{T_1} = \frac{q}{T} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

eine Gleichung, die mit der früher gefundenen 1) vollkommen übereinstimmt.

Wir sehen also, dass die Wärmemengen, welche nothwendig sind, nm dieselbe Disgregationsänderung herbeizuführen, sich wiederum nmgekehrt wie die absoluten Temperaturen verhalten, bei welchen diese Wärmemengen verwandelt worden sind.

Der einer bestimmten Disgregationsänderung entsprechende Aequivalenzwerth der Wärme wird also erhalten, wenn man die zn dieser Aenderung nöthige Wärmemenge durch die absolnte Temperatur dividirt.

Diese beiden Beispiele, nämlich die früher besprochene Theorie der Maschinen und die hier erörterten Gesetze der Disgregationsänderung mögen genügen, den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, wenn auch nicht streng zu beweisen, so doch seinem Inhalte nach verständlich zn machen.

Wir haben nun im Verlaufe unserer Betrachtnngen besonders drei Arten von Verwandlungen kennen gelernt, nämlich die Verwandlung von Wärme in Arbeit oder umgekehrt, ferner die Verwandlnng von Wärme, welche eine höhere Temperatur besass, in Wärme von niedriger Temperatur, und endlich die Disgregationsänderungen.

Jeder Verwandlnng der einen Art gehört immer eine bestimmte Menge einer anderen Verwandlnng zu, man kann daher sagen, bei jedem Vorgange entspricht einer Verwandlung der einen Art immer eine äquivalente Verwandlnng der anderen Art.

Ganz anologe Beziehnngen würde man für jede Umwandlung einer bestimmten Kräfteform in eine andere aufstellen können.

Wählt man die Einheit zweier äquivalenter Verwandlungen passend, so kann man dieselben einander gleichsetzen.

Da man aber jede Gleichung von der Form

$$V_1 = V_2$$

auch auf die Form

$$V_1 - V_2 = 0$$

bringen kann, so lässt sich dieser Satz auch in folgender Weise aussprechen.

Bei jedem Vorgange ist die algebraische Summe der stattfindenden Verwandlungen gleich Null.

Es ist jedoch nöthig, hier auf eine Beschränkung aufmerksam zu machen, die bei dem einen Beispiel bestimmt ausgesprochen worden ist und bei dem anderen ebenfalls erfüllt ist, nämlich die, dass die Vorgänge, um die es sich handelt, umkehrbar seien.

Fügt man diese Beschränknng bei, so erhält man den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie nunmehr in der Form, welche Clausius diesem Satze gegeben hat:

Bei jedem noch so complicirten Processe, bei welchem ein oder mehrere Körper beliebige, umkehrbare Veränderungen erleiden, muss die algebraische Summe aller vorkommenden Verwandlungen gleich Null sein.

Der zweite Hauptsatz heisst daher wohl auch der Satz von der Aequivalenz der Verwandlungen, während der erste Hauptsatz, der Satz von der Aequivalenz von Wärme und Arbeit genannt wird.

Wir wollen nur zunächst an einigen weiteren Beispielen anschaulich machen, dass es wirklich nothwendig war, die Beschränkung einzuführen, dass der zweite Hauptsatz nur für umkehrbare Verwandlungen gültig sei.

In dem vorhin erwähnten Beispiele, in welchem wir die Disgregationsänderungen eines Gases betrachteten, wurde immer vorausgesetzt, dass der Druck des Gases ungeändert bliebe, oder besser gesagt, dass der äussere Druck, welcher bei der Ausdehnung des Gases überwunden worden war, immer nur um unendlich wenig kleiner als die ausdehnende Kraft des Gases war. Unter dieser Voraussetzung ist es möglich, das Gas durch denselben äusseren Druck auch wieder zusammenzudrücken und in seinen Anfangszustand zurückzuführen.

Dann durchläuft das Gas alle Aenderungen, die es bei der Ausdehnung erfahren hatte, noch einmal, aber in entgegengesetztem Sinne und entgegengesetzter Reihenfolge.

Das Gas könnte aber dieselben Volumen- und Disgregationsänderungen auch auf eine andere Weise erfahren.

Verbinden wir nämlich das Gefäss, dessen Volumen v war, in welchem sich das Gas befindet, mit einem zweiten Gefässe, dessen Volumen $v_1 - v$ beträgt und welches vollkommen luftleer gepumpt worden ist und öffnen nun plötzlich die Verbindungsröhre zwischen beiden Gefässen, so wird das Gas sich in das leere Gefäss hineinstürzen und so lange in dasselbe einströmen, bis in beiden Gefässen der Druck gleich geworden ist. Das Volumen des Gases ist dann v_1; die Disgregationsänderung ist dieselbe, wie in dem früher von uns betrachteten Beispiele.

Aus den früher besprochenen Versuchen Joule's wissen wir, dass bei einer solchen Volumenänderung eines Gases weder eine Temperaturänderung stattfindet, noch eine Arbeit von dem Gase geleistet wird.

Das Gas kann aber nicht auf sein ursprüngliches Volumen wieder zusammengepresst werden, ohne dass eine Arbeit aufgewendet und Wärme producirt wird; dieser Vorgang ist also nicht umkehrbar.

Sollte das Gas zusammengedrückt, seine Disgregation also vermindert werden, so ist das nicht anders möglich, als dass gleichzeitig Arbeit in Wärme verwandelt wird; die Disgregation des Gases kann sich jedoch, wie wir soeben gesehen haben, vermehren, ohne dass gleichzeitig eine äquivalente Verwandlung von Arbeit in Wärme oder Wärme in Arbeit stattfindet.

Wenn wir nun die Verwandlung von Arbeit in Wärme und die Disgregationsvermehrung positive Verwandlungen nennen, dagegen die entgegengesetzten Verwandlungen von Wärme in Arbeit und die Disgregationsverminderung negative Verwandlung nennen, so sehen wir: die Disgregationsverminderung, das ist eine negative Verwandlung, kann nicht ohne eine gleichzeitige positive Verwandlung vor sich gehen; die Disgregationsvermehrung dagegen, das ist eine positive Verwandlung, kann unter Umständen auch ohne negative Verwandlung stattfinden.

Betrachten wir nun die anderen Verwandlungsarten. Wenn Wärme in Arbeit verwandelt wird, so findet stets gleichzeitig entweder eine Disgregationsvermehrung statt, oder es wird, wie bei den Kreisprocessen, die sich in den Maschinen vollziehen, eine Wärmemenge von einem heissen zu einem kalten Körper übergehen. Nennt man nun ebenfalls den Wärmeübergang von einem heissen zu einem kälteren Körper eine positive Verwandlung, die Verwandlung von Wärme in Arbeit eine negative Verwandlung, so kann man sagen, da es kein Beispiel giebt, in dem diese negative Verwandlung ohne eine entsprechende positive Verwandlung vor sich geht, dass die negative Verwandlung von Wärme in Arbeit nothwendig mit einer gleichzeitigen positiven Verwandlung verbunden sein muss.

Die positive Verwandlung von Arbeit in Wärme kann dagegen, wie viele Beispiele zeigen, ohne eine entsprechende gleichzeitige negative Verwandlung vor sich gehen; so findet z. B. bei Reibung, Luftwiderstand, kurz bei den meisten Widerstandsarbeiten eine Verwandlung von Arbeit in Wärme statt, ohne dass gleichzeitig Disgregationsveränderungen,

Uebergang von Wärme höherer Temperatur in Wärme niedriger Temperatur u. s. f. gleichzeitig nothwendig eintreten müssen.

Also auch hier kann die negative Verwandlung in Wärme nicht ohne eine gleichzeitige positive Verwandlung, wohl aber die positive Verwandlung von Arbeit in Wärme ohne gleichzeitige negative Verwandlungen vor sich gehen.

Auch die dritte von uns betrachtete Art der Verwandlung: der Uebergang von Wärme von einem Körper zum anderen, die Verwandlung einer Wärmemenge Q, welche die Temperatur T besitzt, in eine Wärmemenge Q, welche die Temperatur T' besitzt, bestätigt dieses aufgefundene Gesetz.

Es besteht bekanntlich eine natürliche Tendenz der Wärme, von wärmeren Körpern auf kältere überzugehen, und dieser Vorgang findet bei Leitung und Strahlung statt, ohne dass gleichzeitig eine andere Umwandlung dieselbe zu veranlassen braucht.

Dagegen kann ein der natürlichen Tendenz der Wärme entgegengesetzter Vorgang, nämlich die Ueberführung von Wärme, die einem kälteren Körper entnommen ist und auf einen wärmeren Körper übertragen wird, nur dann eintreten, wenn gleichzeitig Arbeit in Wärme umgesetzt [1]) oder gleichzeitig die Disgregation eines Körpers vermehrt wird [2]).

Nennen wir, wie schon vorher erwähnt wurde, die Verwandlung von Wärme höherer Temperatur und Wärme niederer Temperatur eine positive, dagegen den Uebergang von Wärme von einem kälteren auf einen wärmeren Körper eine negative Verwandlung, so kann man aus allen den betrachteten Fällen schliessen:

Negative Verwandlungen können nur stattfinden, wenn dieselben durch positive Verwandlungen compensirt werden, positive Verwandlungen können jedoch auch ohne gleichzeitige negative Verwandlungen eintreten. Uncompensirte Verwandlungen können also nur positiv sein.

Dieser Satz lässt eine interessante Anwendung auf den allgemeinen Haushalt der Natur zu.

Wir haben gesehen, dass eine allgemeine Tendenz in der Natur

---

[1]) Man erinnere sich an das Beispiel S. 20 einer Dampfmaschine, welche durch eine äussere Kraft gezwungen wird, sich in einem ihrem gewöhnlichen Gange entgegengesetzten Sinne zu bewegen.

[2]) Als Beispiel könnte der Fall dienen, dass ein heisses Gas von der Temperatur A'' durch die Ausdehnung eines kälteren festen Körpers, der sich von der Temperatur A auf A' erwärmt, comprimirt würde, wenn sowohl A als A' kleiner als A'' sind.

vorhanden ist, die Disgregation zu vermehren, ferner Arbeit in Wärme umzusetzen und bestehende Wärmedifferenzen auszugleichen. Dies ist ja die Auslegung des Satzes, dass uncompensirte Verwandlungen nur positiv sein können.

Die Engländer bezeichnen diese Tendenz der Natur mit dem Ausdruck, es besteht in der Natur ein Streben, die Energie zu zerstreuen oder zu entarten (to dissipate energy).

Der Fall, dass eine in der Natur vorkommende Verwandlung vollkommen umkehrbar ist, ist ein Grenzfall, der nur selten oder nie streng erreicht wird. Es wird daher das Ergebniss der positiven Verwandlung sich stetig in der Natur vermehren. Die Wärme eines Körpers, die nicht mehr in Wärme eines kälteren Körpers übergeführt werden kann, muss also Wärme bleiben, kann nicht mehr zu Arbeitsleistung benutzt, nicht mehr in andere Wirkungsformen umgesetzt werden.

Die Menge dieser unverwandelbaren Wärme muss mithin immer zunehmen, da sie durch die uncompensirten positiven Verwandlungen fortdauernd vermehrt wird.

Die Folge davon ist, dass die Welt einem Endzustande zustrebt, in welchem künftig alle im Gesammthaushalte wohnende Energie in Wärme von gleicher Temperatur verwandelt worden ist, in Wärme, die nicht mehr in andere Kräfteform umgesetzt werden kann.

Wenn dieser Zustand eingetreten ist, wird die Natur todt sein und bleiben müssen.

Thomson hat mit seltenem Scharfsinn die kühnsten Consequenzen aus diesen Betrachtungen zu ziehen gewusst und dieselben in folgenden Sätzen ausgesprochen [1]):

„1) Es besteht in der Welt ein allgemeines Streben, die mechanische Energie zu zerstreuen.

2) Eine Wiederherstellung von mechanischer Energie (negative Verwandlung) ohne mehr als ein Aequivalent von Zerstreuung ist in unbeseelten materiellen Processen unmöglich und wird durch organisirte Materie wahrscheinlich nie ausgeführt, mag dieselbe mit vegetabilischem Leben begabt oder dem Willen eines beseelten Geschöpfes unterworfen sein.

3) Innerhalb einer endlichen, vergangenen Zeitperiode muss die Erde unbewohnbar gewesen sein und innerhalb einer endlichen, kommenden Zeitperiode muss die Erde für Menschen, Thiere und Pflanzen, wie sie jetzt constituirt sind, wiederum unbewohnbar werden; es sei denn, dass Vorgänge stattgefunden haben oder stattfinden werden, welche nach den Naturgesetzen, welche heute die Welt regieren, unmöglich sind."

Wer sollte nicht staunen über die Kühnheit und Tragweite der

---

1) Thomson, Proceed. of the Royal Soc. of Edinburgh, April 1852, und Phil. Mag. 4. Serie, Bd. IV, S. 304. On a Universal Tendency in Nature to the Dissipation of Mechanical Energy.

Schlussfolgerungen, welche **Thomson's** genialer Scharfsinn aus den einfachen Gleichungen abzuleiten verstanden hat, in denen sich der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie ausdrückt?

Das Verdienst der ersten Entdeckung dieser Gleichungen jedoch, aus denen seine Schlussfolgerungen sich ergeben, gebührt **Carnot** und **Clausius**. **Carnot** hat den zweiten Hauptsatz seinem wesentlichen Inhalte nach entdeckt, jedoch war die Form, in welcher er denselben aussprach, unrichtig, da er bei Formulirung und Beweis desselben von der falschen Annahme ausging, dass die Wärme unzerstörbar sei.

Späterhin hat **Clausius** den **Carnot'schen** Satz dahin modificirt, dass derselbe nicht mehr dem ersten Hauptsatze und somit dem Princip von der Erhaltung der Kraft widerspricht und ihn in der richtigen noch heute gültigen Form ausgesprochen [1]).

Er beweist, dass derselbe aus dem in der Natur der Wärme begründeten Streben hervorgeht: bestehende Temperaturdifferenzen auszugleichen.

Aus dem zweiten Hauptsatze aber geht hervor, dass Verwandlung von Wärme in Arbeit nie ohne Compensation durch einen Uebergang von Wärme von einem wärmeren Körper auf einen kälteren vor sich gehen kann. Schon damals bekannte Thatsachen aber lehrten, dass Wärme von einem wärmeren auf einen kälteren Körper auch ohne Compensation übertragen wird, und dass Arbeit in Wärme auch ohne Compensation, z. B. bei der Reibung, umgesetzt wird.

Späterhin hat **Clausius** dem Naturgesetze, welches vorhin in der Form ausgesprochen wurde, dass uncompensirte Verwandlungen nur positive sein können, in einer anderen Form den allgemeinsten Ausdruck gegeben [2]).

Clausius bezeichnet nämlich die algebraische Summe aller derjenigen Verwandlungen, welche vor sich gehen müssten, um einen Körper in den Zustand überzuführen, in dem er sich jetzt befindet, mit dem Namen Entropie.

Da nun die Summe der positiven Verwandlungen nie kleiner als die Summe gleichzeitiger negativer Verwandlung sein kann, meist aber grösser ist, so folgt daraus, dass die Entropie der ganzen Welt fortwährend zunimmt.

Clausius formulirt dieses Resultat in dem Satze:

Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.

R.

[1]) Clausius, Pogg. Ann. Bd. 79, 1850. Abhandlungen Bd. 1, S. 50. Ueber die bewegende Kraft der Wärme etc.

[2]) Clausius, Ueber den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Braunschweig 1867, S. 17.

SYSTEMATISCHE DARSTELLUNG

DER

MECHANISCHEN WÄRMETHEORIE.

I.

VORBEGRIFFE.

A. Einleitung.

1. Ursprung der Theorie.

Die ersten Begriffe, welche man für Andeutungen der Grundgedanken der mechanischen Wärmetheorie halten könnte, gehen in so fern liegende Zeiten zurück, dass man den Ursprung derselhen kaum mit Genauigkeit angeben kann; so haben einige griechische Philosophen, indem sie die zerstörende Wirkung des Feuers heohachteten, die Wärme als einen Erfolg der Bewegung der kleinsten Theile der Materie angesehen. Die erste sichere Grundlage der Theorie findet sich jedoch erst in den Betrachtungen, welche über die Erscheinung der Reibung angestellt worden sind.

Seit langer Zeit hat man den Bewegungsverlust, den man bei der Reibung oder dem Stosse zweier Körper bemerkt und die Entwickelung von Wärme, die daraus hervorzugehen scheint, dadurch erklärt, dass man annahm, die letztere sei nichts Anderes als der Erfolg einer zitternden Bewegung der Moleküle und diese werde durch die Absorption eines Theiles der äusserlich sichtbaren Bewegung, die zu verschwinden scheint, beschleunigt. Diese Ideen waren in der Zeit der wissenschaftlichen Wiedergeburt, welche durch Baco eingeleitet und von Descartes fortgesetzt wurde, allgemein verbreitet; aber die Philosophen thaten Nichts, als dass sie dieses Gemeingut in ihre Bücher überführten, ohne jedoch dessen ganz Tragweite zu erkennen.

Viel später und beinahe erst in unseren Tagen wurde durch die Versuche, welche feststellten, dass strahlende Wärme und Licht nur verschiedene Erfolge derselben Ursache seien, der Hypothese von den Wärmeschwingungen eine bemerkenswerthe Bestätigung gebracht, die ihr Ausgangspunkt nicht vorhersehen liess.

Heute ist es allgemein bekannt, dass die Wärmeerscheinungen mechanische Erscheinungen sind und folglich allen Gesetzen der Bewegung unterliegen.

2. Der Name, mit dem man dieselbe bezeichnet.

Der Name „mechanische Wärmetheorie", mit dem man gewöhnlich den Gegenstand, der nns beschäftigt, bezeichnet, ist, zufolge seiner sehr beschränkten Bedentung, vielleicht nicht der allergeeignetste; aber die anderen Namen, die einige Male verwendet worden sind: „Erhaltung der Kraft", „Wechselbeziehungen der physikalischen Kräfte", sind noch weniger zutreffend; der erste dieser Ausdrücke ist ohne besondere Erläuterung unverständlich und der zweite hat den Uebelstand, an eine Menge oberflächlicher Speculationen ohne Tragweite zu erinnern, die man unter diesem Namen vorgebracht hat. Wir wollen den Namen: „Mechanische Wärmetheorie" beibehalten, trotzdem, dass sich die Wissenschaft weit über die Grenze, welche dieser Ansdruck andeutet, ansgedehnt hat und trotzdem, dass eine grosse Zahl von Erscheinungen, welche anderen Theilen der Physik, welche der Chemie, der Physiologie nnd selbst der Astronomie angehören, mit der nenen Wissenschaft in Beziehung getreten sind und trotzdem, dass dieser Name gar sehr an den beschränkten Ausgangspunkt erinnert.

3. Ueber eine zu allgemeine Auffassung und Darstellung dieser Theorie durch Macquorn Rankine.

Man hat sich einige Male bemüht, diese Theorie unabhängig von jeder Hypothese über die Natur der Wärmeerscheinnngen darzustellen. So versuchte Rankine indem er die gewöhnlichen Voraussetznngen über Atome und Kräfte, durch welche man alle Erscheinungen der physikalischen Wissenschaften erklärt, verliess, ein neues System herzustellen, welches nichts Hypothetisches mehr enthielte, und hat versucht, die Gesetze der Wärmeerscheinnngen in einer absolnten Allgemeinheit darzustellen.

Die gewöhnlichen Betrachtungen der Kräfte ersetzt er durch Discussionen einer neuen Quantität: der „Energie", die in den Körper theilweise in einem Zustand der Wirklichkeit (Actualität), theilweiso in einem Zustand der Möglichkeit (Potentialität) vorhanden ist; er schuf so eine nene Wissenschaft, die er: „Energetik" [1]) nennt, von welcher die rationelle Mechanik nur ein besonderer Fall ist.

---

[1]) M. Rankine, Edinburgh Journal 21. Serie, Bd. II, S. 100. Outlines of the Science of Energetics.

Es mag ohne Zweifel für die, welche sich mit der Philosophie der Naturwissenschaften beschäftigen, interessant sein, die Principien der Mechanik auf andere abstractere nnd allgemeinere Principien zurückgeführt zu sehen; ein so allgemeiner Standpnnkt ist jedoch für die Betrachtung und Auseinandersetzung einer Wissenschaft, welche auf ganz andere Weise entdeckt worden ist, wenig geeignet. Eine solche Methode mangelt der Klarheit und bis zu einem gewissen Grade des Vertrauens, da die Principien der Mechanik bisher immer als sichere Führer gedient haben und noch hente die Entdecker leiten.

4. Welchen Weg wird man bei dieser Auseinandersetzung einschlagen?

Die eigentliche Aufgabe des Physikers besteht darin, die Erscheinung immer auf Dasjenige zurückzuführen, was uns als das Einfachste und Klarste erscheint, auf die Bewegung. Wir werden davon ausgehen, dass wir die Wärmeerscheinungen als identisch mit mechanischen Erscheinungen annehmen; wir werden uns aber nicht dadurch beschränken, dass wir nnsere Voraussetzung zu zeitig specialisiren, dass wir untersuchen, in was für einer Art von Bewegung die Wärme besteht.

Die Undulationstheorie der Optik bietet uns ein Beispiel für den einzuschlagenden Weg.

Fresnel und vor ihm Joung und Huyghens haben versucht, alle möglichen Folgerungen nur aus der einen Annahme herzuleiten, dass das Licht eine schwingende Bewegung sei, und Fresnel hat die Art der Bewegnng nicht eher specialisirt, als bis er dnrch die Betrachtung der Interferenzerscheinungen des polarisirten Lichts dazu geführt wurde. Ebenso werden wir zunächst nur von der Annahme ausgehen, dass Wärmevorgänge mechanische Erscheinungen sind, und wir werden diese Hypothese nicht eher specialisiren, als bis alle Folgerungen dieser ersten Voraussetznng erschöpft sind. Wir werden weiterhin eine besondere Art von Körper finden, in denen die Molekularkräfte Null zu sein scheinen, und für die man sich mit einer grossen Wahrscheinlichkeit eine Vorstellnng von den Einzelheiten der Erscheinungen und Vorgänge machen kann. Wir werden damit beginnen, gewisse Principien der Mechanik genau zu definiren, die für die Entwickelung der Theorie unumgänglich nothwendig sind; hierauf werden wir an die allgemeinen Resultate erinnern, die man aus Versuchen ableiten kann, welche lediglich der Wärmelehre angehören, d. h. an Versuche, in denen die Wärmewirkungen nur unter sich verglichen werden.

Für den grössten Theil der Leser werden diese Vorbegriffe nur eine Wiederholung von Bekanntem bringen; dieselbe wird indess nicht überflüssig sein, weil sie uns gestattet, eine grössere Anzahl allgemeiner Ausdrücke, die in der Wärmetheorie gebräuchlich sind, mit Schärfe zu definiren.

B. Sätze aus der Mechanik.

5. Arbeit einer Kraft.

Unter Arbeit einer Kraft von gleichbleibender Grösse und Richtung, welche parallel der Bewegungsrichtung des Angriffspunkts wirkt, versteht man das Product aus der Stärke der Kraft und der Grösse des zurückgelegten Weges. Die Arbeit ist positiv oder negativ, je nachdem die Kraft eine bewegende oder eine widerstehende ist.

Ist die Kraft gegen die Richtung der Verschiebung geneigt, so ist die Arbeit gleich dem Product aus dem Wege und der Projection der Kraft auf die Richtung der Verschiebung; das Vorzeichen der Arbeit ist dasjenige des Cosinus des Winkels, den beide Richtungen mit einander einschliessen.

Wenn die Kraft nach Grösse und Richtung veränderlich ist, so betrachtet man die elementare Arbeit, die in einer unendlich kleinen Zeit geleistet wird, so dass man während dieses Zeitraums die Kraft als constant und die Verschiebung als geradlinig voraussetzen kann. Mit Hülfe der Methoden der Integralrechnung bildet man hierauf die Summe dieser elementaren Arbeiten für einen beliebigen Zeitabschnitt.

6. Der Satz von der lebendigen Kraft.

Zerlegt man eine Kraft in drei Componenten X, Y und Z, welche parallel den drei Coordinatenaxen sind, und bezeichnet ferner mit dx, dy, dz die Componenten einer unendlich kleinen Verschiebung, bezogen auf dieselben drei Axen, so ist die entsprechende elementare Arbeit gleich:

$$X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz.$$

In jedem Lehrbuche der Mechanik wird gezeigt, dass

$$X\, dx + Y\, dy + Z\, dz = d\left(\frac{m\, v^2}{2}\right)$$

ist, wobei m die bewegte Masse und v die Geschwindigkeit im betrachteten Moment bezeichnet. Die Grösse $\frac{m\, v^2}{2}$ führt den Namen: „lebendige Kraft“, oder „kinetische Energie der bewegten Masse“.

Man kann die vorstehende Gleichung folgendermaassen in Worte übersetzen:

Bei der Bewegnng eines materiellen Punktes ist die Summe der elementaren Arbeiten der verschiedenen an dem Punkte angreifenden Kräfte gleich der Zunahme der lebendigen Kraft der bewegten Masse, welche in derselben Zeit stattfindet.

Diese Gleichung gilt für jeden unendlich kleinen Zeitabschnitt, sie gilt folglich auch für die Summe einer beliebigen Anzahl solcher kleinen Zeiträume, d. h. sie gilt auch für einen endlichen Zeitabschnitt.

Dies ergiebt folgenden Satz:

Die während einer endlichen Zeit von verschiedenen an einem materiellen Punkte angreifenden Kräften geleistete Summe von Arbeitsgrössen ist gleich dem Zuwachs, welchen die lebendige Kraft dieses Punktes während dieser Zeit erfährt.

Dieser Satz wird durch folgende Gleichung dargestellt:

$$\int (X \,.\, dx + Y \,.\, dx + Z \,.\, dz) = \frac{1}{2}\, m\, v^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_1^2\,.$$

Hat man ein System materieller Punkte, so muss man diese Gleichung auf jeden derselben anwenden und die entsprechenden Glieder zusammen addiren; dies ergiebt den allgemeinsten Ausdruck des Satzes von der lebendigen Kraft, welcher lautet:

$$\Sigma \int (X \,.\, dx + Y \,.\, dx + Z \,.\, dz) = \Sigma\, \frac{m\, v^2}{2} - \Sigma\, \frac{m\, v_1^2}{2}\,.$$

7. Ein Fundamentaltheorem der praktischen Mechanik.

In vielen Fällen nöthigt uns der Umstand, dass uns das eigentliche Wesen der Erscheinungen nicht bekannt ist, ausser den Kräften noch Widerstandskräfte anzunehmen, die Functionen der Geschwindigkeiten sind (z. B. Luftwiderstand). Die Reibung ist zwar keine Function der Geschwindigkeit, sie ist jedoch Null, wenn die Differenz der Geschwindigkeiten der reibenden Flächen gleich Null wird. Die Integration des Ausdruckes

$$X \,.\, dx + Y \,.\, dy + Z \,.\, dz$$

ist alsdann nur unter der Bedingung möglich, dass man den Anfangszustand und das besondere Bewegungsgesetz jedes Punktes kennt.

Ist diese Bedingung erfüllt, so lassen sich alle Grössen, die in dem Ausdruck vorkommen, als Functionen einer einzigen unabhängigen Variabelen, z. B. der Zeit, ausdrücken und dann ist es immer möglich, die Integration auszuführen.

Die einzige allgemeine Consequenz, die man alsdann aus vorstehender Gleichung ziehen kann, ist der folgende Satz, der gewöhnlich als Grundlage der Theorie der Maschinen dient:

In jeder Maschine, die den Zustand gleichförmiger oder gleichförmig periodischer Bewegung erlangt hat, ist die Summe der Arbeiten während der Dauer einer Periode Null.

8. Der Satz von der Gleichheit der bewegenden Arbeit und der Widerstandsarbeit, den man aus diesem Theorem ableiten kann, genügt zur Lösung der Aufgaben der praktischen Mechanik, wenn man, ohne zu versuchen auf das Wesen der passiven Widerstände einzugehen, sich darauf beschränkt, die Maschinen vom experimentellen Gesichtspunkte aus zu betrachten. Wenn man z. B. bemerkt, dass der Luftwiderstand als ein Ausdruck dargestellt werden kann, welcher proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit ist, so führt man in die Gleichungen eine Widerstandskraft ein, die proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit ist. Wird im Gegentheile die Luft als Motor verwendet, so wird man unter den bewegenden Kräften eine Kraft aufnehmen, welche proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit ist. Ebenso verfährt man mit der Reibung, man nimmt dieselbe unter die Widerstandskräfte auf. Mit einem Worte, man wird ohne Bedenken in die Gleichungen Kräfte jeder Art, Functionen aller Grössen aufnehmen, durch welche die Bewegung der Maschine beeinflusst werden kann.

Bei einer wissenschaftlichen Betrachtung darf man sich jedoch nicht mit solchen vorläufigen Correctionen begnügen. Nur wenn es durchaus nicht zu umgehen ist, darf man auf die folgenden beiden von Newton aufgestellten Grundsätze verzichten.

9. Grundsätze von Newton.

1. Betrachtet man zwei materielle Punkte für sich und nimmt an, dass dieselben dem Einflusse der übrigen Naturkörper entzogen sind, so setzt sich die Wirkung, welche dieselben auf einander ausüben, aus gleichen und entgegengesetzten Kräften zusammen, von denen je eine an jedem der beiden Punkte angreift; dieselben wirken in der Richtung der Verbindungslinie und ändern sich nur mit dem Abstande der Punkte.

2. Fügt man zu dem Systeme dieser zwei Punkte einen dritten hinzu, so wird man neue Wirkungen einführen können, die gegenseitige Wirkung der beiden ersten Punkte wird dadurch aber nicht geändert.

Es folgt hieraus, dass man die Bewegungsgleichungen irgend eines Systemes von Punkten erhält, wenn man jeden der Punkte betrachtet, als bilde er mit jedem der übrigen ein binäres System.

Diesen beiden Principien hat bisher nicht eine einzige physikalische Erscheinung widersprochen, man kann dieselben daher wohl ohne Weiteres zugeben; sie sind der Ausgangspunkt aller Fortschritte der Molekularphysik und der rationellen Mechanik gewesen. Sie zeigen, dass die ein-

zigen Kräfte, auf welche man schliesslich die Erklärung aller Erscheinungen beziehen muss, die gegenseitigen Wirkungen materieller Punkte sind, die sich mit Intensitäten anziehen oder abstossen, die nur von ihrem Abstande und ihrer Masse abhängen.

10. Centralkräfte.

Anwendung auf den Satz von der lebendigen Kraft.

Wir wollen mit Helmholtz Kräfte, welche den eben genannten Bedingungen genügen, Centralkräfte nennen und untersuchen, welche Folgerungen sich aus der Gleichung der lebendigen Kräfte ergeben, wenn man sich darauf beschränkt, nur derartige Kräfte zu betrachten.

Aus dem betrachteten materiellen Systeme wählen wir zwei Punkte M und M', nennen x, y, z und x', y', z' ihre Coordinaten, bezogen auf drei rechtwinklige Axen, und bezeichnen mit r den Abstand beider Punkte.

Mit $\varphi\,(r)$ bezeichnen wir die Function des Abstandes, welche die gegenseitige Wirkung der beiden Punkte darstellt, und setzen voraus, dass die Massen in dieser Function mit eingeschlossen sind; dann werden die den Axen parallelen Componenten der Wirkungen von M' auf M ausgedrückt durch:

$$\varphi\,(r)\,\frac{x-x'}{r};\quad \varphi\,(r)\,\frac{y-y'}{r};\quad \varphi\,(r)\,\frac{z-z'}{r}.$$

Die Componenten der Wirkung von M auf M' werden dieselben sein, aber entgegengesetzte Vorzeichen besitzen, also:

$$-\,\varphi\,(r)\,\frac{x-x'}{r};\ -\,\varphi\,(r)\,\frac{y-y'}{r};\ -\,\varphi\,(r)\,\frac{z-z'}{r}.$$

Alsdann wird der Differentialausdruck:

$$\Sigma\,(X\,.\,dx + Y\,.\,dy + Z\,.\,dz)$$

aus folgenden sechs Grössen bestehen:

$$\varphi\,(r)\,\frac{x-x'}{r}\,dx;\ \varphi\,(r)\,\frac{y-y'}{r}\,dy;\ \varphi\,(r)\,\frac{z-z'}{r}\,dz;$$

$$-\,\varphi\,(r)\,\frac{x-x'}{r}\,dx';\ \varphi\,(r)\,\frac{y-y'}{r}\,dy';\ \varphi\,(r)\,\frac{z-z'}{r}\,dz'.$$

Dieselben bilden zusammen den Ausdruck:

$$\frac{\varphi\,(r)}{r}\,.\,[(x-x')\,(dx-dx') + (y-y')\,(dy-dy') + (z-z')\,(dz-dz')].$$

Der Werth innerhalb der Klammern steht in einer einfachen Beziehung zu r. Es ist bekanntlich:

$$r^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + z - z')^2,$$

woraus folgt:

$$r \, . \, dr = (x - x')(dx - dx') + (y - y')(dy + dy') + (z - z')(dz - dz').$$

Der obige Ausdruck reducirt sich also auf den einfacheren:

$$\varphi(r) \, dr.$$

Aber die Rechnung, die wir soeben ausgeführt haben, lässt sich für irgend welche Gruppe von zwei Punkten wiederholen, so dass man das Differential

$$\Sigma \, (X \, . \, dx + Y \, . \, dy + Z \, . \, dz)$$

schreiben kann:

$$\Sigma \, \varphi(r) \, dr.$$

Dieser Ausdruck aber lässt sich immer integriren, und das Integral hängt lediglich von der gegenseitigen Lage der Punkte des Systemes ab, dasselbe ist vollkommen bestimmt, wenn man die Abstände angiebt, die in allen Gruppen stattfinden, welche aus je zwei dieser Punkte bestehen; durch die Abstände ist aber wohl die relative Lage, nicht aber die absolute Lage dieser Punkte im Raume bestimmt.

Wenn man also mit

$$f\,(x \; y \; z, \; x' \; y' \; z', \; x'' \; y'' \; z'' \ldots)$$

eine Function der Coordinaten dieser Punkte bezeichnet, welche nur von der gegenseitigen Lage der Punkte abhängt, so kann die Gleichung der lebendigen Kräfte auch auf folgende Weise geschrieben werden:

$$f\,(x \; y \; z, \; x' \; y' \; z', \; x'' \; y'' \; z'' \ldots) - f\,(x_0 \; y_0 \; z_0, \; x_0' \; y_0' \; z_0', \; x_0'' \; y_0'' \; z_0'' \ldots) = \Sigma \frac{m \, v^2}{2} - \Sigma \frac{m \, v_0^2}{2}.$$

11. Ueber die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile.

Die vorstehende Gleichung zeigt unmittelbar, dass, wenn zu zwei verschiedenen Zeitpunkten die gegenseitige Stellung der verschiedenen Punkte des Systemes dieselbe wird, die Summe der lebendigen Kräfte zu diesen beiden Zeitpunkten genau denselben Werth haben wird, sie zeigt somit die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile.

In der That ein Perpetuum mobile herstellen, heisst ein System von materiellen Punkten finden, welches durch seine Bewegung eine Arbeit zu leisten im Stande ist, wenn am Anfang und am Ende dieser Bewegung die gegenseitige Lage der Punkte dieselbe ist; nach dem Princip von den lebendigen Kräften zieht aber das Leisten von Arbeit ein Anwachsen der lebendigen Kräfte nach sich, folglich kann die gegenseitige Stellung nicht dieselbe sein. Sobald als alle Kräfte centrale sind, ist es also unmöglich, ein Perpetuum mobile herzustellen [1]).

[1]) Die Engländer nennen ein solches System, in welchem nur Centralkräfte wirken, ein dynamisch conservatives oder kurzweg conservatives System.

12. Eine Eigenschaft der Kräftefunction.

Die Function $f(x\,y\,z,\ x'\,y'\,z',\ x''\,y''\,z''\ \ldots)$, durch welche wir das Integral des Ausdrucks $\Sigma\,\varphi\,(r)\,dr$ dargestellt haben, ist so beschaffen, dass ihre Derivirten nach den Coordinaten eines einzelnen Punktes des Systems die drei Componenten der an diesem Punkte angreifenden Kraft darstellen; man nennt sie Kräftefunction, und es ist aus der Mechanik bekannt, dass, sobald für eine Stellung des Systemes die Kräftefunction ein Maximum ist, in dieser Stellung stabiles Gleichgewicht stattfindet [1]).

13. Bemerkenswerthe Form der Gleichung von der lebendigen Kraft.

Man kann der Gleichung von der lebendigen Kraft eine Gestalt geben, in welcher sie gestattet, einen bemerkenswerthen Satz aus ihr abzulesen.

Setzt man:

$$C - f\,(x\,y\,z,\ x'\,y'\,z'\ \ldots) = F,$$

wobei C eine unbestimmte Constante sein mag, so wird die Gleichung der lebendigen Kräfte alsdann:

$$F_0 - F = \Sigma\,\frac{m\,v^2}{2} - \Sigma\,\frac{m\,v_0^2}{2}$$

oder

$$F + \Sigma\,\frac{m\,v^2}{2} = F_0 + \Sigma\,\frac{m\,v_0^2}{2} = const.$$

Es giebt also in jedem Systeme materieller Punkte, welche nur der Wirkung von Centralkräften unterworfen sind, eine Function der Coordinaten, welche die Eigenschaft besitzt, dass ihre Addition zur Summe der lebendigen Kräfte eine constante Grösse ergiebt.

14. Eigenschaften der Function F.

Die Function F ist durch ihre Definitionsgleichung bis auf eine Constante bestimmt, sie hängt nur von der gegenseitigen Lage der Punkte des Systems ab; da ausserdem ihre Minima den Maxima der Kräftefunction entsprechen, so ist sie in allen Gleichgewichtslagen des Systemes ein Minimum.

---

[1]) Man sehe die elegante Auseinandersetzung, welche Lejeune-Dirichlet von diesem Theorem gegeben hat. Mécanique analytique de Lagrange, 2. Aufl. Bertrand, Note 1.

Bestimmen wir nur den Werth der willkürlichen Constante C derart, dass die Function F für das absolute Minimum Null ist, so wird die Function von nun an immer positiv sein und nimmt eine bemerkenswerthe und leicht anzugebende Bedeutung an.

Wenn das System von einem beliebigen Zustand zu einem anderen durch den Index 1 bezeichneten Zustande übergeht, so ist die geleistete Arbeit gleich:

$$f(x_1\, y_1\, z_1,\, x_1'\, y_1'\, z_1',\, x_1''\, y_1''\, z_1''\ldots) - f(x\, y\, z,\, x'\, y'\, z',\, x''\, y''\, z''\ldots) = F - F_1$$

nud wenn wir voraussetzen, dass der durch den Index 1 charakterisirte Zustand der Zustand des stabilen Gleichgewichts sei, der dem absoluten Minimum entspricht, so wird F_1 Null sein und die geleistete Arbeit wird den Maximalwerth haben, den sie überhaupt haben kann, wenn man von irgend welchem beliebigen Zustande ausgeht; F stellt diesen Werth vor.

Man kann also sagen, dass F das Arbeitsmaximum ist, welches die Kräfte durch irgend welche Aenderung des Systems hervorbringen können, uud dass dieser Maximalwerth erhalten wird, sobald das System von dem augenblicklich betrachteten Znstand in die stabile Gleichgewichtslage übergeht, die dem absoluten Maximum der Kräftefnnction entspricht.

Der Satz von der lebendigen Kraft lässt sich alsdann in folgender Form geben:

Wenn in irgend einem Systeme von Körpern, welches der Wirkung von Centralkräften unterworfen ist, zu der Summe der lebendigen Kräfte das Maximnm der Arbeit zugefügt wird, welches die Kräfte im gegenwärtigen Bestand des Systemes noch leisten können, so erhält man eine constante Grösse.

15. Die Energie eines Systemes.

Es ergiebt sich aus der Gleichung:

$$F + \Sigma \frac{m\, v^2}{2} = const.,$$

dass die beiden Grössen F und $\Sigma \frac{m\, v^2}{2}$ complementär sind nnd sich im entgegengesetzten Sinne ändern.

Sie stellen zwei Grössen dar, die sich in einander umsetzen können, es ist also zulässig, beide durch einen gemeinschaftlichen Ausdruck darzustellen. Wir entlehnen Rankine die Bezeichnung Energie [1]), deren Annahme sich durch die folgenden Betrachtungen rechtfertigen mag.

[1]) Das Wort Energie entspricht so ziemlich dem ἐνέργεια des Aristoteles, d. i. „Leistungsfähigkeit eines Subjectes in Beziehung auf ein bestimmtes Object". Wollte man es in der Bedeutung wiedergeben, die es jetzt in der Wissenschaft besitzt, so würde es am besten mit „Arbeitsfähigkeit" übersetzt werden.

16. Es möge ein System A durch die Gleichung

$$\frac{1}{2}\Sigma m v^2 + F = C$$

und ein anderes System B durch

$$\frac{1}{2}\Sigma m v^2 + \Phi = \Gamma$$

charakterisirt sein.

Setzen wir voraus, es seien diese beiden Systeme derart unter einander verbunden, dass jede Aenderung des einen nothwendig eine Aenderung des anderen nach sich zieht, und dass dieselben ausserdem derart verbunden seien, dass man für etwaige Aenderungen nicht nöthig hat, neue Kräfte einzuführen.

Als Beispiel für ein solches System können zwei von der Wirkung der Schwere befreite schwere Körper dienen, die durch einen unausdehnbaren und gewichtslosen Faden vereinigt sind, welcher ohne Reibung über eine Rolle geht. Die Spannungen der beiden Theile des Fadens, die auf der einen und der anderen Seite der Rolle liegen, sind gleich und entgegengesetzt gerichtet und können daher bei der Bestimmung der Arbeit der Kräfte immer unberücksichtigt bleiben. Es folgt hieraus, dass die Gleichung der lebendigen Kraft für das zusammengesetzte System, welches durch die Vereinigung von A und B entsteht, erhalten wird, wenn man die beiden vorstehenden Gleichungen Seite zu Seite zusammenfügt. Man erhält so:

$$\Sigma \frac{m v^2}{2} + F + \Sigma \frac{m v^2}{2} + \Phi = K.$$

Diese Gleichung zeigt, dass eine Aenderung in der charakteristischen Grösse des zweiten Systems nur dann stattfinden kann, wenn sich die charakteristische Grösse des ersten Glieds um eben so viel ändert, oder was auf dasselbe hinauskommt, dass keine Aenderung in dem Systeme B stattfinden kann, wenn sich nicht im System A die Grösse $\Sigma \frac{m v^2}{2} + F$ um eben so viel ändert.

$\Sigma \frac{m v^2}{2} + F$ drückt also die Fähigkeit aus, die das System A besitzt, den Zustand eines benachbarten Systemes zu ändern, mit dem man es verbunden voraussetzt; hiervon rührt der Name Energie her, den man dieser Grösse gegeben hat.

17. Actuelle Energie, potentielle Energie, totale Energie.

Diese Energie ist die Summe zweier Grössen, die man unter dem Namen actuelle[1]) Energie und potentielle[2]) Energie unterscheiden kann.

Die Summe der lebendigen Kräfte $\Sigma \frac{m v^2}{2}$ ist eine durch den augenblicklichen Zustand des Systemes bestimmte Grösse, denn sie ist bestimmt durch die Geschwindigkeit, welche die verschiedenen Punkte im betrachteten Momente besitzen, man kann sie also mit Recht mit dem Namen „actuelle Energie" belegen[3]).

Die Function F dagegen stellt die Arbeit dar, welche die Kräfte leisten könnten, wenn die Körper aus dem Zustande, in dem sie sich gegenwärtig befinden, in einen bestimmten anderen Zustand übergingen; sie ist vollkommen unbestimmt, wenn man nur den augenblicklichen Zustand kennt.

Sie stellt eine Grösse dar, die man mit einem der Redeweise der Philosophen entlehnten Ausdrucke, als im gegenwärtigen Zustand des Systemes der Möglichkeit nach existirend, ansehen kann, das ist die „potentielle Energie".

Die Summe der potentiellen und actuellen Energie bildet die totale Energie.

18. Satz von der Erhaltung der Energie.

Sind diese Benennungen angenommen, so kann man das Fundamentaltheorem von der Erhaltung der Energie, welches aus dem Satze von der lebendigen Kraft abgeleitet worden ist, auf folgende Weise aussprechen:

Die totale Energie eines (conservativen) Systemes ist in allen Zuständen, in welche dieses System allmählich durch die gegenseitige Wirkung seiner verschiedenen Punkte gebracht werden kann, eine unveränderliche Grösse.

---

[1]) Von actus, d. i. verursachte wirkliche Bewegung.

[2]) Von potentia, Vermögen.

[3]) Wenn, wie dies gewöhnlich der Fall ist, „actuelle Energie" gleichbedeutend mit „lebendiger Kraft" ist, gebrauchen die Engländer und neuerer Zeit auch viele deutsche Physiker und Mathematiker für dieselben den Ausdruck „kinetische Energie" (von τό κίνημα, das Bewegte, die Bewegung). Auch wir werden uns gelegentlich dieses Wortes bedienen. R.

19. Die totale Energie eines endlichen Systemes ist eine endliche Grösse.

Die totale Energie eines endlichen Systemes muss eine endliche Grösse sein, denn gäbe es ein endliches System A, welches eine unendliche Energie besässe, und man vereinigte dasselbe, wie wir es vorher gethan haben, mit einem anderen Systeme B, so wäre es möglich, durch einen Vorgang, welcher die Energie von A auf Null reducirt, in diesem zweiten Systeme B eine mechanische Wirkung von unendlicher Grösse hervorzubringen.

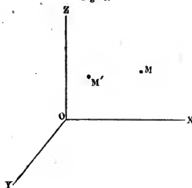
Es ist aber a priori ersichtlich, oder man kann wenigstens nach den täglichen Erfahrungen nicht daran zweifeln, dass die Transformation der Arbeitsvorräthe eines endlichen Systemes nicht die Entwickelung eines unendlichen mechanischen Effectes in einem zweiten Systeme zur Folge haben kann.

20. Scheinbare Schwierigkeiten.

Gewisse Resultate der Rechnung stehen mit dieser Bemerkung scheinbar in Widerspruch. Betrachten wir z. B. ein System, welches durch zwei materielle Punkte gebildet wird, die sich umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung anziehen, so scheint die potentielle Energie dieses Systems unendlich zu sein.

Es mögen M und M' diese beiden Punkte sein, ihre Coordinaten stellen wir durch x, y, z, und x' y' z' dar, ihre Massen sollen mit m und m' bezeichnet werden. Die gegenseitige Anziehung der beiden Massen ist gleich $\varphi \frac{m m'}{r^2}$, wenn φ die Anziehung der Masseeinheiten im Abstande Eins vorstellt.

Fig. 8.



Die Componenten der Wirkung von M' auf M sind alsdann:

$$\varphi \frac{m m'}{r^2} \cdot \frac{x' - x}{r}$$

$$\varphi \frac{m m'}{r^2} \cdot \frac{y' - y}{r}$$

$$\varphi \frac{m m'}{r^2} \cdot \frac{z' - z}{r}$$

Die Kräfte sind unter den Verhältnissen, welche wir in der Figur 8 dargestellt haben, negativ, da sie streben, die Coordinaten des Punktes M zu verkleinern.

Die Summe der elementaren Arbeiten, die sie leisten, ist:

$$\varphi \cdot \frac{m m'}{r^3} \left[(x' - x)\, dx + (y' - y)\, dy + (z' - z)\, dz\right].$$

Die Summe der elementaren Arbeiten, welche die Componenten der Wirkungen von M auf M' hervorbringen, sind ebenso:

$$\varphi \cdot \frac{m m'}{r^3} \left[(x - x')\, dx' + (y - y')\, dy' + (z - z')\, dz'\right].$$

Die gesammte elementare Arbeit ist also:

$$\varphi \cdot \frac{m m'}{r^3} \left[(x - x')\,(dx - dx') + (y - y')\,(dy - dy') + (z - z)\,(dz - dz')\right].$$

Wenn die Punkte M und M' aus den betrachteten Stellungen, in welchen ihr Abstand r_0 ist, zu einer anderen Stellung übergehen, in der ihr Abstand r_1 beträgt, so wird die während dieser Aenderung durch die Kraft geleistete Arbeit:

$$\varphi \,.\, m m' \int_{r_0}^{r_1} \frac{1}{r^3} \left[(x' - x)\,(dx - dx') + (y' - y)\,(dy - dy') + (z' - z)\,(dz - dz')\right]$$

sein.

Das Maximum dieses Ausdruckes, welches erhalten wird, wenn man r variiren lässt, ist die potentielle Energie.

Es ist aber bekanntlich:

$$- dr = \frac{1}{r} \left[(x' - x)\,(dx - dx') + (y' - y)\,(dy - dy') + (z' - z)\,(dz - dz')\right],$$

folglich wird das vorstehende Integral:

$$\varphi \,.\, m m' \int_{r_0}^{r_1} - \frac{dr}{r^2} = \varphi \,.\, m m' \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}\right).$$

Das betrachtete System besitzt eine Stellung, in welcher sein Gleichgewicht ein stabiles ist, es ist dies diejenige, in der die beiden Punkte zusammenfallen.

Das Arbeitsmaximum wird also erhalten, wenn man von der betrachteten Stellung zu dieser einzigen Stellung des Gleichgewichts übergeht. Um die potentielle Energie Null werden zu lassen, muss man also im vorstehenden Ausdruck $r = 0$ werden lassen. Dann wird aber der Werth des betrachteten Integrales unendlich.

21. Es ist jedoch ersichtlich, dass das System, welches wir uns vorgestellt haben, in Wirklichkeit gar nicht vorkommt. Nirgends in der Natur hat man materielle Punkte zu betrachten, die mit Masse versehen sind, ohne gleichzeitig Ausdehnung zu besitzen.

Es ist dies nur eine Abstraction, unter welcher man meist Körper zu betrachten pflegt, deren Dimensionen im Verhältnisse zu ihrem Abstande von anderen auf sie wirkenden Körpern sehr klein sind.

Wenn man für die materiellen Punkte zwei feste Kugeln substituirt vom Radius ϱ_1 und ϱ_2, so wird das Arbeitsmaximum der gegenseitigen Anziehung endlich, nämlich:

$$\varphi \cdot \frac{m m'}{\varrho_1 + \varrho_2} - \varphi \cdot \frac{m m'}{r_0}.$$

22. Die relative potentielle Energie.

Es ist meist unmöglich, die totale Energie eines Systemes zu bestimmen, da es nicht einen Körper giebt, dessen molekularer Zustand uns vollkommen bekannt ist.

Es kann also öfter nützlich sein, an Stelle der absoluten Energie die auf einen besondern Zustand bezügliche und zwar besonders die relative potentielle Energie zu bestimmen. Die potentielle Energie, bezogen auf einen beliebigen aber bestimmten Zustand des Systems, ist die Arbeit, welche die Kräfte leisten, wenn das System aus seinem gegenwärtigen Zustande in diesen bestimmten Zustand übergebt. Die relative potentielle Energie ist also die Differenz der diesen beiden Zuständen entsprechenden absoluten potentiellen Energien. Wenn man diesen zweiten Zustand, in Bezug auf welchen man die relative potentielle Energie bestimmen will, geeignet wählt, findet man häufig für Ermittelung dieser Grösse keine Schwierigkeiten.

Ihrer Definition nach kann dieselbe bald positiv, bald negativ sein, während die absolute potentielle Energie stets positiv ist.

23. Zerlegung der actuellen Energie eines Systemes in zwei Ausdrücke.

Man sagt oft, dass die actuelle Energie die Summe der lebendigen Kräfte der wahrnehmbaren Bewegung und derjenigen unwahrnehmbaren Bewegungen des Systemes sei, welchen wir die Wärme, Licht, Elektricität, Magnetismus, Affinität zuschreiben. Die Zerlegung der lebendigen Kräfte eines Systemes in zwei Theile, die sich auf zwei besondere Bewegungen beziehen, ist durchaus nicht allgemein zulässig, und man hat sie in allen Fällen, in denen man sich dieselbe gestatten will, besonders zu rechtfertigen. Wir wollen diese Berechtigung jetzt für zwei sehr allgemeine Fälle nachweisen, für zwei Fälle, welche alle diejenigen umfassen, von denen wir künftig Anwendung machen werden.

24. Untersuchung des Falles, dass eine sehr rasch schwingende Bewegung und eine verhältnissmässig langsame Bewegung gleichzeitig stattfinden.

Wir wollen ein System von materiellen Punkten betrachten, welche eine gemeinsame fortschreitende oder rotirende Bewegung besitzen, zu der in einem gegebenen Augenblicke eine schwingende Bewegung hinzutritt, die im Verhältniss zur ersten sehr rasch ist.

Die Coordinaten $x\,y\,z$ eines Punktes des Systemes gehen über in $x + \xi$, $y + \eta$, $z + \zeta$; alsdann sind x, y, z, ξ, η, ζ solche Functionen der Zeit, dass man für einen kurzen Zeitraum, für welchen man die Variationen von x, y, z vernachlässigen kann,

$$\int \xi\, dt = 0, \quad \int \eta\, dt = 0, \quad \int \zeta\, dt = 0$$

setzen kann.

Man kann sich die Richtigkeit dieser letzten Behauptung dadurch anschaulich machen, dass man sich die kleinen Grössen dt als gleiche Abschnitte auf der Abscissenaxe eines ebenen Axenkreuzes aufträgt und die entsprechenden ξ oder η oder ζ als zugehörige Ordinaten; dann entsteht bei einer schwingenden Bewegung ein Gebilde, ungefähr wie Figur 9.

Das Integral

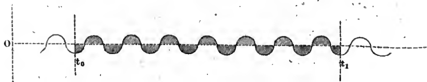
$$\int_{t_0}^{t_1} \xi\, dt$$

wird dann repräsentirt durch die Fläche zwischen t_0 und t_1.

Es ist ersichtlich, dass, wenn der Raum von t_0 bis t_1 eine genügende Anzahl solcher Wellen umfasst, die Summe der oberhalb der Abscissenaxe liegenden, also positiven Flächen ohne merklichen Fehler gleich der Summe der unterhalb der Abscissenaxe liegenden, also negativen Flächen gesetzt werden kann. Die algebraische Summe beider wird demnach gleich Null gesetzt werden können. Es ist also wirklich:

$$\int_{t_0}^{t_1} \xi\, dt = 0.$$

Fig. 9.



Eine schwingende Scheibe, die gleichzeitig irgend eine fortschreitende oder drehende Bewegung besitzt, liefert ein einfaches Beispiel für ein ähnliches System.

In einem gegebenen Augenblicke besitzt ein Punkt dieses Systemes eine Geschwindigkeit, deren Componenten parallel den drei Axen

$$\frac{dx}{dt}+\frac{d\xi}{dt},\ \frac{dy}{dt}+\frac{d\eta}{dt},\ \frac{dz}{dt}+\frac{d\zeta}{dt}$$

sind.

Die Energie des Systemes ist demnach gleich

$$\frac{1}{2}\Sigma m\left[\left(\frac{dx}{dt}+\frac{d\xi}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}+\frac{d\eta}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}+\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right]$$

oder

$$\frac{1}{2}\Sigma m\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2\right.$$
$$\left.+\,2\cdot\left(\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d\xi}{dt}+\frac{dy}{dt}\cdot\frac{d\eta}{dt}+\frac{dz}{dt}\cdot\frac{d\zeta}{dt}\right)\right].$$

Nennt man v die Geschwindigkeit, welche der Punkt in Folge der fortschreitenden oder rotirenden, u die Geschwindigkeit, die der betrachtete Punkt in Folge der schwingenden Bewegungen besitzt, so geht dieser Ausdruck über in:

$$\frac{1}{2}\Sigma m\left[v^2+u^2+2\left(\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d\xi}{dt}+\frac{dy}{dt}\cdot\frac{d\eta}{dt}+\frac{dz}{dt}\cdot\frac{d\zeta}{dt}\right)\right].$$

Derselbe zeigt, dass im Allgemeinen die gesammte actuelle Energie nicht gleich der Summe der Energien ist, die den beiden einzelnen Bewegungen entsprechen, welche die wirklich stattfindenden Bewegungen des Systemes zusammensetzen.

25. Betrachten wir aber im vorliegenden Falle den Mittelwerth der lebendigen Kraft während eines Zeitraumes, der so kurz ist, dass sich während desselben x, y und z nicht merklich ändern, so ist nach den vorigen Auseinandersetzungen:

$$\int\xi\,dt=0,\quad\int\eta\,dt=0,\quad\int\zeta\,dt=0.$$

Nennen wir diesen Zeitraum θ, so hat der gesuchte Mittelwerth zum Ausdrucke:

$$\frac{1}{2}\Sigma m\frac{1}{\theta}\int_t^{t+\theta}\left[v^2+u^2+2\left(\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d\xi}{dt}+\frac{dy}{dt}\cdot\frac{d\eta}{dt}+\frac{dz}{dt}\cdot\frac{d\xi}{dt}\right)\right]dt.$$

Aus den drei vorhergehenden Gleichungen ergiebt sich aber:

$$\int_t^{t+\theta}\frac{d\xi}{dt}\cdot dt=0\quad\int_t^{t+\theta}\frac{d\eta}{dt}\cdot dt=\theta\quad\int_t^{t+\theta}\frac{d\zeta}{dt}\cdot dt=0,$$

$\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ können innerhalb dieses Zeitraumes als constant angesehen werden. Der gesuchte Ausdruck erhält dann die Form:

$$\frac{1}{2}\,\Sigma m\,\frac{1}{\theta}\int_t^{t+\theta}(v^2+u^2)\,dt=\frac{1}{2}\,m\left(v^2+\frac{1}{\theta}\int_t^{t+\theta}u^2\,.\,dt\right).$$

Unter den in unseren Voraussetzungen gestellten Bedingungen ist es folglich zulässig, die wirklich vorhandene Gesammtenergie als die Summe der den beiden Arten der Bewegung entsprechenden Energien anzusehen [1]).

26. Untersuchung des Falles, in welchem sich eine unregelmässige Bewegung mit einer anderen Bewegung zusammensetzt, die sich von einem Punkte zum anderen stetig ändert.

Setzen wir zweitens ein System ausserordentlich benachbarter materieller Punkte voraus und nehmen wir an, dass diese Punkte eine unregelmässige Bewegung besitzen, zu welcher noch eine andere Bewegung hinzutritt, die sich von einem Punkte des Systems zum anderen stetig ändert.

Wir wollen mit x, y, z Functionen der Zeit bezeichnen, durch welche die Lage eines Punktes lediglich in Bezug auf diese letzte Bewegung bestimmt ist. Die wirklichen Coordinaten mögen $x+\xi$, $y+\eta$, $z+\zeta$ sein. Alsdann sind ξ, η, ζ Grössen, über deren Abhängigkeit von der Zeit man durchaus keine Voraussetzung machen kann, dagegen werden sich dieselben in Raume, wenn man von einem Punkte zum anderen übergeht, ganz willkürlich ändern, so dass man in einem Raume, der so genügend klein ist, dass sich x, y, z nicht merklich ändern, annehmen kann, dass

$$\Sigma\xi=0,\ \Sigma\eta=0,\ \Sigma\zeta=0$$

sind, oder was dasselbe ausdrückt:

$$\Sigma m\xi=0,\ \Sigma m\eta=0,\ \Sigma m\zeta=0.$$

Man wird sich ein ziemlich rohes Bild von einem ähnlichen Systeme machen können, wenn man sich eine Menge elastischer Bälle vorstellt, die sich unregelmässig im Inneren eines Gefässes bewegen, das selbst irgend welche eigene Bewegung besitzt.

Die gesammte actuelle Energie des Systems ist, wenn man dieselben Bezeichnungen, wie vorher einführt:

[1]) Man sehe die allgemeine Behandlung dieses Problemes durch Saint-Venant, Comptes rendus Bd. 55, S. 1425 bis 1432, 1872 und in demselben Bande dieser Zeitschrift S. 1463 den Bericht desselben Verfassers über eine hierher gehörige Abhandlung von Lucas (auszugsweise mitgetheilt in Comptes rendus Bd. 54, S. 1176). Ferner beachte man die Notiz von Saint-Venant in Comptes rendus Bd. 55, S. 1567.

$$\frac{1}{2}\,\Sigma m\left[v^2 + u^2 + 2\left(\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d\xi}{dt} + \frac{dy}{dt}\cdot\frac{d\eta}{dt} + \frac{dz}{dt}\cdot\frac{d\zeta}{dt}\right)\right].$$

Um die durch das Zeichen Σ angedeutete Summation auszuführen, betrachten wir zuerst alle materiellen Punkte, die in einem so genügend kleinen Raum enthalten sind, dass x, y, z sich nicht merklich ändern, dann ist nach der Voraussetzung:

$$\Sigma m\xi = 0,\ \Sigma m\eta = 0,\ \Sigma m\zeta = 0$$

und somit auch:

$$\Sigma m\,\frac{d\xi}{dt} = 0,\ \Sigma m\,\frac{d\eta}{dt} = 0,\ \Sigma m\,\frac{d\zeta}{dt} = 0.$$

Die Energie dieses Bruchtheiles des Systemes reducirt sich also auf

$$\Sigma m\,(v^2 + u^2).$$

Die gesammte actuelle Energie des Systems ist eine Summe ähnlicher Ausdrücke, man kann dieselbe also ebenfalls in der Form

$$\Sigma m\,(v^2 + u^2)$$

schreiben und man sieht, dass sie die Summe der den beiden Arten der Bewegung entsprechenden actuellen Energien ist.

27. Die Theorie der Gase bietet uns ein bemerkenswerthes Beispiel für diesen letzten Fall. Ein Gas kann in der That als ein System von Molekülen angesehen werden, welche Bewegungen besitzen, deren Richtungen sich unregelmässig ändern, wenn man von einem Moleküle zum anderen übergeht. Die gesammte actuelle Energie eines bewegten Gases ist also gleich der Energie der sichtbaren Bewegung vermehrt um die Energie der unsichtbaren Bewegung.

28. Man kann übrigens immer vollkommen streng die gesammte actuelle Energie eines Systemes in zwei Theile zerlegen, in die actuelle Energie der Gesammtmasse, die man sich im Schwerpunkt concentrirt denkt, und in die actuelle Energie, die sich auf die Bewegung der Punkte des Körpers um den Schwerpunkt herum bezieht. In der That bezeichnet man mit X, Y, Z die Coordinaten des Schwerpunktes, bezogen auf ein System fester Axen, mit x, y, z, die Coordinaten eines Punktes, bezogen auf ein System zu den ersten paralleler Axen, die aber durch den Schwerpunkt hindurch gehen, so sind die Coordinaten der wirklichen Stellung dieses Punktes:

$$X + x,\ Y + y,\ Z + z.$$

Man weiss nun, dass man in diesem Falle hat:

$$\Sigma mx = 0,\ \Sigma my = 0;\ \Sigma mz = 0$$

und eine der vorhergehenden ganz ähnliche Rechnung zeigt alsdann, dass, wenn man das Product des Quadrates der Geschwindigkeit des Schwerpunktes mit der Hälfte der Gesammtmasse des Systemes bildet, und wenn man dazu die Hälfte der Summe der Producte des Quadrates der Geschwindigkeit mit der zugehörigen Masse jedes Punktes fügt, man die actuelle Energie des Systemes erhalten wird.

C. Die Grundsätze der Wärmelehre.

29. Empfindung von Wärme und Kälte.

Die Ausdrücke „Wärme" und „Kälte" beziehen sich auf gewisse Classen von Sinneserregungen, besonders auf Reizungen der Nerven des Tastsinnes und des Muskelsinnes.

Diese Erregungen sind vom besonderen Zustande unseres Organismus abhängig und ihr wesentlich relativer Charakter zeigt an, dass sie auf einer einfachen Aenderung einer besonderen Bedingung unseres mehr oder weniger empfänglichen Nervensystemes beruhen.

Körper, welche vorzugsweise geeignet erscheinen, in uns die Empfindung der Kälte und Wärme hervorzubringen, sind fähig, in benachbarten Körpern eigenthümliche Erscheinungen zu veranlassen, die sich meist durch Aenderungen des Volumens oder Aggregatzustandes kundgeben.

Eine strenge Definition der Wärmeerscheinungen kann nur aus einer theoretischen Anschauung über die Ursachen derselben hervorgehen. Will man aber nicht von einer solchen theoretischen Auffassung ausgehen, so kann man die Wärmeerscheinungen nur definiren, indem man sie experimentell unter einander vergleicht.

Diesen letzten Weg wollen wir in den folgenden Betrachtungen einschlagen.

30. Gleiche Temperatur und ungleiche Temperatur.

Wir wollen neben einander zwei Körper betrachten, zwischen denen keine chemische Wirkung stattfindet und auf welche keine äussere Kraft wirkt, als höchstens ein allgemeiner zur Oberfläche derselben senkrechter Druck.

Es kann nun der Fall eintreten, dass diese beiden Körper ihr Volumen und ihre ursprüngliche Gestalt beibehalten; die Eigenschaft jedes derselben, auf unseren Organismus zu wirken, wird alsdann durchaus nicht durch die Gegenwart des anderen geändert; dann sagt man, dass die beiden Körper sich auf derselben Temperatur befinden, oder dass zwischen denselben Gleichgewicht der Temperaturen hergestellt sei. Im Allgemeinen jedoch werden die neben einander befindlichen Körper Aenderungen des Volumens oder des Aggregatszustandes erleiden; diese Aenderungen werden sich auch durch eine verschiedene Einwirkung auf unseren Organismus bemerklich machen und man wird dann sagen, dass die beiden Körper sich anfänglich auf verschiedenen Temperaturen befanden. Diese

Aenderungen streben jedoch einer Grenze zu, sobald diese Grenze erreicht ist, sagt man, die beiden Körper befinden sich auf derselben Temperatur, oder: das Temperaturgleichgewicht ist hergestellt.

31. Gesetze des Gleichgewichtes der Temperatur.

Für den Fall, dass das Gleichgewicht der Temperatur in einem System von Körpern erreicht ist, ergiebt die Erfahrung gewisse Gesetze.

1. Es giebt nur einen Gleichgewichtszustand. — Wenn man die Anordnung der Körper, die das System bilden, ändert, jedoch so, dass keine chemischen Wirkungen eintreten und keine äussere Arbeit hervorgebracht wird, so wird der Wärmezustand des Systems dadurch nicht geändert.

Es wird einleuchtend sein, dass die Beschränkungen, die in dem ausgesprochenen Satze liegen, nothwendig sind.

Hat man z. B. Zink und Schwefelsäure durch eine Glasplatte getrennt und bildet das Ganze ein System, welches sich im Temperaturgleichgewicht befindet und man entfernt die Glasplatte, so wird das Gleichgewicht gestört werden. Ebenso, wenn man einen schweren Körper und einen Cylinder hat, welcher ein Gas enthält, welches durch einen Kolben abgesperrt wird; brächte man das Gewicht auf den Kolben, so würde das Gleichgewicht der Temperatur ebenfalls gestört werden.

2. Wenn zwei verschiedene Körper A und B jeder für sich mit einem dritten in Verbindung gesetzt werden und sich mit diesem im Temperaturgleichgewicht befinden, so besitzen diese beiden ebenfalls gleiche Temperatur, d. h. sie werden, wenn man sie zusammenbringt, sich gegenseitig nicht verändern können.

3. Wenn drei Körper A, B, C sich auf verschiedenen Temperaturen befinden, so ist es stets möglich, dieselben in einer solchen Reihenfolge $A\ B\ C$ anzuordnen, dass, wenn durch passende Mittel der Zustand des Körpers A so geändert wird, dass man ihn in einen Gleichgewichtszustand mit C überführt, sich in der Reihe von Zwischenzuständen, welche A durchläuft, einer findet, in dem A mit B im Gleichgewicht war.

Man ist übereingekommen zu sagen, dass alsdann die Temperatur von B zwischen der von A und der von C liegt.

32. Die Temperaturscalen.

Dieses letzte Gesetz muss, wenn es für drei Körper wahr ist, auch für beliebig viele richtig sein. Man kann sich also vorstellen, dass alle Körper in einer solchen Reihe geordnet wären, dass wenn man einen derselben H nennt, und man versetzt ihn mit einem anderen P in Temperaturgleichgewicht, dieser Körper H eine Reihe von Zuständen durch-

läuft, in denen er sich mit allen zwischenliegenden Körpern im Gleichgewichte befindet.

Diese Reihe bildet die Temperaturscala. Nun bietet aber die natürliche Zahlenreihe dieselbe Grundeigenschaft dar, eine Zahl a, die durch eine allmähliche Vermehrung gleich einer Zahl b wird, ist allmählich gleich allen zwischenliegenden Zahlen geworden, man kann also alle Stufen der Temperaturscala mittelst Zahlen ausdrücken, die durch ein willkürliches Uebereinkommen bestimmt werden. Die Temperatur wird alsdann eine Zahl sein, durch welche der Gleichgewichtszustand des Systemes charakterisirt wird. Hat diese Zahl für zwei Systeme denselben Werth, so werden diese beiden Systeme unter sich im Temperaturgleichgewichte sein, d. h. sie werden, wenn man sie zusammen bringt, unfähig sein, sich gegenseitig zu verändern.

33. Es ist ersichtlich, dass es unendlich viele Zahlensysteme giebt, die fähig sind, alle Stufen der Temperaturscala auszudrücken, denn wenn es eine giebt, so kann man an Stelle der Zahlen, die sie bilden, irgend welche stetige eindeutige Function derselben setzen, wenn nur jedem Werthe der Variabelen ein und auch nur ein Werth der Function entspricht.

Wenn man für die Veränderliche der Function die Zahl substituirt, welche anfänglich die Temperatur ausdrückte, so kann der Werth der Function alsdann ebenso dienen, jeden Grad der Scala darzustellen.

34. Die Temperaturscala, welche jetzt allgemein angenommen ist, wird durch eine Anzahl Uebereinkommen bestimmt, die wir aus einander setzen wollen.

Die erste Bestimmung, die zu treffen ist, bezieht sich auf die Definition der wachsenden Temperaturen.

Man ist übereingekommen, das Anwachsen der Temperaturen in dem Sinne zu nehmen, in dem man gewöhnlich sagt, dass ein Körper wärmer als ein anderer ist. Um etwas schärfer zu bestimmen, hat man zwei verschiedene Zustände desselben Körpers betrachtet, das bei Atmosphärendruck schmelzende Eis und das bei einem Drucke von 760 Millimeter kochende Wasser, und man hat die Temperatur, bei der die zweite Erscheinung stattfindet, als höher angesehen, als die ist, welche zum ersten nöthig ist.

Dieses Uebereinkommen ist unabhängig von den Zweideutigkeiten, die aus dem Vorhandensein eines Maximums der Dichte hervorgehen können.

Die zweite Annahme bezieht sich auf die Feststellung eines Nullpunktes und auf das Hinzufügen eines Zeichens zu den Zahlen, welche die Temperaturen darstellen.

Der Grund dieses Uebereinkommens findet sich in der Bemerkung, die wir später als nicht vollkommen streng erkennen werden, dass nämlich die Temperaturscala, wenn man sie als von einem beliebigen Punkte ausgehend betrachtet, nach beiden Seiten hin unendlich erscheint.

Drittens hat man, um die Grade der Scala zu bestimmen, einen wärmemessenden Körper gewählt, ein Thermometer, dessen Zustand sich leicht messend bestimmen lässt.

Die Temperatur jedes Systemes ist die Zahl, welche dem Zustande des Thermometers entspricht, welches in das System eingeführt wird und sich mit ihm im Gleichgewichte befindet. Da das Thermometer diesen Gleichgewichtszustand nicht erreichen kann, ohne dass dadurch eine Aenderung in dem Zustand des Systemes eintritt, so hat man es meist derart einzurichten, dass diese Modification unmerklich sei. In der Sprache der Mathematik drückt man dies dadurch aus, dass man sagt, man verwende ein Thermometer von unendlich kleinen Dimensionen, oder man bringe schon vorher das Thermometer auf eine Temperatur, welche der zu messenden unendlich nahe liegt.

35. Um die Temperaturscala mit Hülfe des Thermometers zu bestimmen, hat man zwei verschiedene Wege eingeschlagen.

Man hat die allmähliche Steigerung der Temperatur auf das Anwachsen des Volumens bezogen.

Die einen nehmen an, dass die Temperatur in einer arithmetischen Progression wachse, wenn das Volumen ebenfalls in einer arithmetischen Progression zunimmt, andere dagegen, wenn das Volumen in einer geometrischen Progression wächst.

Bezeichnet also v_0 das Volumen bei der Temperatur $= 0$, v das Volumen bei der Temperatur 1, V das Volumen, welches der Temperatur T entspricht, so ist im ersten Fall T durch das Verhältniss bestimmt

$$T = \frac{V - v_0}{v - v_0}.$$

Die Temperatur wächst alsdann um gleiche Grössen für gleiche Zunahmen des Volumens.

Man hat aber auch als Definition für T die andere Gleichung:

$$\frac{V}{v_0} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^T$$

gewählt, alsdann gehören zu gleichen Zunahmen der Temperatur Zunahmen des Volumens, die zwar nicht mehr unter sich gleich sind, die aber in einem constanten Verhältnisse mit dem Volumen stehen, welches das Wachsthum erlitten hat. Bezeichnet man mit $1 + u$ das Verhältniss des Volumen bei der Temperatur $= 1$, zum Volumen bei der Tempera-

tur $= 0$, so lässt sich die letzte Gleichung auch auf folgende Weise schreiben:

$$\frac{V}{v_0} = (1 + u)^T.$$

Diese zweite Art, eine Temperaturscala herzustellen, ist von Dalton vorgeschlagen worden. Die zuerst besprochene ist die allgemeinst angenommene; sie wurde von Galilei in die Wissenschaft eingeführt, dem man oft auch die Erfindung des Thermometers zugeschrieben hat [1]).

36. Die von Dalton vorgeschlagene Scala ist wirklich nach beiden Richtungen hin unendlich, das Verhältniss $\frac{V}{v_0}$ ist immer, welchen Werth T auch haben mag, positiv.

Dagegen nimmt bei der gewöhnlichen Definition, wenn T negativ ist und seinem absoluten Werthe nach wächst, das Volumen immer noch bis zum Verschwinden ab und wird schliesslich negativ werden. Die gewöhnliche Temperaturscala ist also nach einer Richtung hin begrenzt, dagegen nach der anderen Richtung hin unbegrenzt. Diese einseitige Begrenzung in dem Sinne der abnehmenden Temperaturen könnte zunächst als eine wesentliche Unzuträglichkeit scheinen, sie ist aber vielmehr, wie wir in der Folge erkennen werden, ein Vorzug.

37. Die Temperaturen von 0 und 1 sind durch diejenigen zwei Körper bestimmt, welche unter leicht wieder herzustellende Bedingungen versetzt, immer dieselbe Temperatur ergeben; es ist dies bekanntlich einestheils das schmelzende Eis und anderentheils der Dampf des bei einem Drucke von 760 Millimeter kochenden Wassers. Der Bequemlichkeit des Einreihens der zwischenliegenden Temperaturen halber hat man den zwischen diesen beiden Punkten der Scala liegenden Zwischenraum in eine verschiedene Zahl von Graden getheilt; beim hunderttheiligen Thermometer beträgt diese Anzahl, wie der Name besagt, 100⁰.

38. Der Mangel der Vergleichbarkeit des Quecksilberthermometers jenseits 100⁰ und seine Unfähigkeit, Temperaturen anzugeben, die höher als der Kochpunkt und niedriger als der Gefrierpunkt des Quecksilbers liegen, haben die Physiker dazu geführt, eine Thermometerscala anzunehmen, welche von der, die wir eben beschrieben haben, etwas abweicht.

---

[1]) Die Erfindung des Thermometers ist nach Burkhardt's Untersnchungen in der That Galilei zuzuschreiben und nicht, wie andere angegeben haben, dem Holländer Cornelins Drebbel oder Sanctorins Sanctorius von Capo d'Istria oder dem Florentiner Rinaldini. Näheres hierüher findet man in den für die Geschichte der Wissenschaft höchst werthvollen Schriften Burkhardt's: Die Erfindung des Thermometers und seine Gestaltung im XVII. Jahrhundert; Basel 1867 und in: Die wichtigsten Thermometer des XVIII. Jahrhunderts, Bericht der Baseler Gewerbeschule 1870 bis 1871.

Als wärmemessender Körper wird ein constantes Luftvolumen verwendet, welches durch die Temperaturänderungen Druckänderungen erleidet, die ihrerseits durch einen geeigneten Apparat gemessen werden. Man nennt eine solche Vorrichtung ein Luftthermometer. Man sagt, es habe eine Temperaturerhöhung von einem Grade stattgefunden, wenn dieselbe eine Vermehrung des Druckes um $1/_{100}$ von derjenigen Druckänderung hervorbringt, die man beobachtet, wenn sich die Luft vom Nullpunkte bis auf 100° der hunderttheiligen Scala erhöht. Wir werden uns bei den folgenden Auseinandersetzungen immer der so definirten Scala bedienen, und wir werden uns dabei erinnern, dass zwischen 0 und 100° das Quecksilberthermometer und das Luftthermometer fast vollkommen übereinstimmen.

39. Ueber die Untersuchung der Erscheinungen der Ausdehnung und der Zustandsänderungen.

Wenn man die Gesammtheit der Untersuchungen überschaut, die sich auf die Ausdehnung und die Zustandsänderungen der Körper beziehen, so erkennt man ohne Mühe, dass alle darauf hinauslaufen, zu bestimmen, unter welchen Bedingungen die verschiedenen Körper sich mit einem Thermometer in Temperaturgleichgewicht setzen. So lange als solche Untersuchungen nicht von calorimetrischen Messungen begleitet sind, braucht man keine anderen Kennzeichen an den Körpern aufzusuchen.

Die Kenntnisse, die wir auf solche Weise erlangt haben, sind zur Zeit noch ausserordentlich unvollständig und es ist vielleicht nicht unnütz, auf alle einzelnen Untersuchungen aufmerksam zu machen, die man anstellen müsste, um diesen Gegenstand zu erschöpfen.

40. Die allgemeine Aufgabe von Untersuchungen über die thermischen Eigenschaften der Körper.

Wenn wir irgend einen Körper betrachten, ist er im Allgemeinen der Wirkung äusserer Kräfte unterworfen, die Temperatur seiner verschiedenen Punkte ist stetig verschieden und ebenso ändert sich die Dichte stetig von einem Punkte zum anderen.

In einem gegebenen Momente ist also sein Zustand vollständig bekannt, sobald als man die drei Systeme folgender Grössen kennt:

1. Die äusseren Kräfte, die auf den Körper wirken.
2. Die Temperaturen seiner verschiedenen Punkte.
3. Die Dichte in diesen Punkten.

Die Erfahrung aber ergiebt eine Beziehung zwischen diesen drei Systemen von Elementen, derart, dass, wenn zwei derselben gegeben sind, das dritte dadurch von selbst bestimmt ist. Das allgemeine Problem, welches zu lösen ist, besteht mithin darin, diese Beziehung aufzufinden.

41. Specielle Fälle, die man besonders in der Wärmelehre betrachtet.

Für gewöhnlich betrachtet man einzig als zur Wärmelehre gehörig die Fälle, in denen sich die äusseren Kräfte auf einen gleichförmigen senkrechten Druck beschränken und die Temperatur und die Dichte in allen Theilen des Körpers dieselbe ist.

Die zusammengesetzteren Fälle werden als zur Theorie der Elasticität gehörig angesehen; das Studium dieses Zweiges der Wissenschaft ist jedoch noch weniger fortgeschritten, als das der Wärmeerscheinungen im engeren Sinne.

Aber selbst das derart beschränkte Problem überschreitet das Maass unserer gegenwärtigen Kenntnisse noch immer um Vieles. Nennen wir p den positiven oder negativen Druck, den die Einheit der Oberfläche erleidet, v das Volumen der Gewichtseinheit, t die Temperatur, so handelt es sich darum, die Form der Gleichung

$$f(p, v, t) = 0$$

zu bestimmen.

In dieser Gleichung können irgend welche zwei der drei Grössen t, v, p als unabhängige Variabele und die dritte als eine Function dieser beiden betrachtet werden.

42. Man hat meist nur untersucht, welche Wirkungen die Aenderung einer einzigen Variabeln für verschiedene constante Werthe der einen von den beiden anderen auf die dritte hervorbringt.

So kennt man z. B. für verschiedene constante Werthe von t die Beziehung zwischen p und v und für einen Werth von p, der gleich dem Druck der Atmosphäre ist, den Zusammenhang zwischen v und t.

Die Untersuchungen, die über die Zusammendrückbarkeit und Ausdehnung angestellt worden sind, geben uns theilweise diese Beziehungen; aber die geringe Ausdehnung der Grenzen, zwischen denen man gearbeitet hat, und die beschränkte Zahl von Versuchen lässt noch viele Lücken, welche künftig ausgefüllt werden müssen.

Die Begriffe, die man über die festen krystallisirten Körper besitzt, sind noch unvollkommen, kaum, dass man für einige derselben die Richtung der Ausdehnungsaxen und die Aenderung der Länge nach diesen Axen kennt. Viel genauere Kenntnisse hat man über die Gase; man kennt im Allgemeinen die Beziehung zwischen p und v für verschiedene Werthe von t, man kennt auch die Beziehung zwischen t und p für einen oder mehrere Werthe von v, endlich kennt man die Beziehung zwischen v und t für Werthe von p, die dem atmosphärischen Drucke benachbart sind.

Alle diese Beziehungen sind nicht unabhängig von einander.

Wir können für jeden Körper die Grössen p, v, t als die auf drei rechtwinklige Axen bezogenen Coordinaten einer Oberfläche ansehen, durch welche die Gesammtheit der Wärmeerscheinungen dieses Körpers dargestellt wird. Wenn man die Beziehung bestimmt, die zwischen p und v für einen gegebenen Werth von t besteht, so kommt dies darauf hinaus, dass man alsdann einen Schnitt der Oberfläche durch eine Ebene bestimmt, die senkrecht zur Axe der t Werthe ist. Kennt man alle Schnitte, die in der Oberfläche durch alle mögliche Ebenen senkrecht zur t Axe bestimmt werden, so würde man damit diese Oberfläche selbst kennen und alle Schnitte der Oberfläche, welche durch senkrechte Ebenen zu den übrigen Axen erhalten werden, würden alsdann hierdurch ebenfalls von selbst bestimmt sein. Da aber, wie wir gesagt haben, diese drei Reihen von Versuchen noch sehr unvollkommen sind, so ist keine derselben unnütz, und man muss alle gleichmässig zusammen wirken lassen, um möglichst vollkommene Kenntnisse von der Oberfläche zu erhalten.

43. Vollkommene Gase.

Die Gase haben in dem Maasse, als sie sich verdünnen, um so mehr ein gemeinschaftliches Streben, einer Gesammtheit von einfachen Gesetzen zu gehorchen, die in der Formel:

$$pv - p_0 v_0 (1 + \alpha t) = 0$$

enthalten sind, wenn p und v den Druck und das augenblickliche Volumen, p_0 und v_0 den Druck und das Volumen bei Null Grad, t die Temperatur und α den Ausdehnungscoëfficienten der Gase darstellen.

Man kann also annehmen, dass die Gase in demselben Maasse, in dem sie verdünnt werden, sich um so mehr einem idealen Zustand nähern, für welchen die Function, die wir mit $f(p, v, t)$ bezeichnet haben, gleich der linken Seite der vorstehenden Gleichung sein würde.

In diesem idealen Zustande werden die Gase **vollkommene Gase** genannt. Das Studium dieser ist wichtig, da es auf einfache Gesetze führt, die sich auch auf wirkliche Gase anwenden lassen, wenn man von kleinen Abweichungen von diesen Gesetzen absieht.

44. Erscheinungen, durch welche sich das Gleichgewicht der Temperatur herstellt.

Wenn mehrere Körper von verschiedenen Temperaturen zusammen gebracht werden, so wirken dieselben auf einander und gelangen zu einem Gleichgewichtszustande der Temperatur. Die Erscheinungen, welche alsdann vor sich gehen, kann man unter zwei verschiedenen Gesichtspunkten betrachten.

Man kann einmal die Zwischenzustände untersuchen, welche allmählich jeder der Körper durchläuft, oder man kann auch die Beziehungen betrachten, die den End- und Anfangszustand mit einander verbinden. Diese beiden Gesichtspunkte entsprechen zwei sehr verschiedenen Arten der Untersuchung.

Wenn man die Zustandsänderungen eines Systemes betrachtet, in welchem die Anfangstemperaturen verschieden sind, und in welchem sich das Temperaturgleichgewicht unter Abwesenheit jeder äusseren störenden Ursache herstellt, so studirt man die Gesetze der Fortpflanzung der Wärme.

Beschränkt man sich jedoch darauf, die Beziehungen aufzusuchen, die zwischen dem Anfangs- und dem Endzustande bestehen, so führt man eine calorimetrische Messung aus.

Wir wollen uns künftighin ausschliesslich auf diesen zweiten Gesichtspunkt stellen.

45. Aequivalente Wärmeerscheinungen.

In einem Systeme von Körpern, welche sich anfänglich auf ungleicher Temperatur befanden und hierauf ins Wärmegleichgewicht kommen, wird die Temperatur einzelner Körper erniedrigt, während andere Körper sich erwärmen. Es kann sich sogar ereignen, dass einzelne Körper ein plötzliches Anwachsen des Volumens erleiden, wenn nämlich Aenderungen des Aggregatszustandes eintreten. Aber in allen Fällen kann man die Vorgänge, welche stattfinden, in zwei Gruppen eintheilen, in welchen die Erscheinungen im entgegengesetzten Sinne verlaufen. Die Erfahrung zeigt, dass, wenn zwischen den Körpern, die zusammengebracht worden sind, weder eine chemische, noch eine mechanische Wirkung stattfindet, die Endtemperatur von der Anordnung der Körper unabhängig ist. Hieraus folgt, dass die entgegengesetzten Vorgänge, die sich im Innern des Systemes vollziehen, immer dieselben sind, wenn nur der Anfangszustand, von dem es ausgeht, derselbe ist. Die Hervorbringung der einen Gruppe von Erscheinungen im Systeme ist also die nothwendige Bedingung der Hervorbringung der anderen; die beiden Gruppen von Erscheinungen können mithin als äquivalent betrachtet werden.

Man nennt also „äquivalente Wärmeerscheinungen“ die entgegengesetzten Wärmeerscheinungen, die sich in einem Systeme von Körpern vollziehen, das von einem Anfangszustande ausgeht, in dem kein Temperaturgleichgewicht besteht, und das einem Endzustande zustrebt, in dem dieses Gleichgewicht hergestellt ist.

46. Da es jedoch nicht möglich ist, alle Aequivalenzen aufzusuchen, welche zwischen allen möglichen Paaren solcher Erscheinungen stattfinden können, so muss man sich fragen, ob sich diese Untersuchung nicht auf die Vergleichung der verschiedenen Erscheinungen mit einer einzigen als Typus angenommenen Erscheinung zurückführen lässt; ähnlich wie wir bei der Frage nach dem Gleichgewichte der Temperaturen das Problem auf den Vergleich der verschiedenen Systeme mit einem typischen Körper zurückgeführt haben.

Man hat hier als typische Erscheinung bald die Schmelzung eines Kilogramms Eis bei Null Grad, bald die Erwärmung eines Kilogramms Wasser von Null auf einen Grad Celsius gewählt. Wir wollen die typische Erscheinung mit A bezeichnen. Jede entgegengesetzte Erscheinung, also jede Temperaturerniedrigung oder jede Aenderung des Aggregatzustandes, welche einer Temperaturerniedrigung entspricht, wird man direct mit ihr vergleichen können.

Man könnte es z. B., wie leicht einzusehen, so einrichten, dass das Phänomen M, welches beispielsweise der Uebergang eines Körpers von einer Temperatur t zu einer tieferen Temperatur t_1 sein mag, eine bestimmte Anzahl von Wiederholungen des typischen Phänomens A zur Folge hat. Das Phänomen A bezieht sich auf die Gewichtseinheit und man könne daher auch das Gewicht Eis oder Wasser zu bestimmen suchen, in dem dieselbe Erscheinung, wie sie in A stattfindet, durch den Vorgang M hervorgerufen würde. Sei m die Anzahl Gewichtseinheiten des typischen Körpers, in dem der Vorgang A sich vollzieht, und ist m entweder eine ganze Zahl oder ein Bruch, so ist das Phänomen M äquivalent dem $m$fachen des Phänomens A.

Diese Methode der Vergleichung ist ersichtlich nicht auf alle Wärmeerscheinungen anwendbar, da sie voraussetzt, dass der zu messende Vorgang in entgegengesetztem Sinne verläuft, als das Phänomen A, und weil sie ferner voraussetzt, dass dasselbe zwischen höher gelegenen Temperaturgrenzen stattfindet, als A.

Die folgenden Bemerkungen werden uns jedoch verständlich machen, warum wir dieses Maass in allen Fällen gebrauchen können.

47. Wenn zwei Erscheinungen M und N dasselbe Aequivalent haben, d. h. wenn sie in demselben Sinne verlaufen und durch denselben Werth von m charakterisirt sind, so zeigt die Erfahrung, dass in allen möglichen Fällen das Phänomen M äquivalent mit einer Erscheinung N' ist, welche die genaue Umkehrung des Vorganges N ist.

Wenn man diese Annahme in allen Fällen zugiebt, so folgt daraus, dass zwei einander genau entgegengesetzte Vorgänge unter sich äquivalent sind.

Es ist freilich nicht möglich, diese Folgerung experimentell zu bestätigen. Man kann sich keinen Versuch vorstellen, in welchem von zwei Körpern der eine von der Temperatur t ausgeht und auf $t - \theta$ gelangt, während hierdurch ein anderer, der von der Temperatur $t - \theta$ ausgeht, auf die Temperatur t gebracht wird. Man weiss ja, dass die beiden Körper, wenn sie zusammengebracht wurden, nothwendig auf den Mittelwerth der Anfangstemperaturen gelangen würden.

Man kann dagegen die Aequivalenz der beiden Erscheinungen auf folgende Weise verständlich machen. Wir denken uns beide Vorgänge in unendlich kleine Elemente zerlegt, die folgenden Temperaturänderungen entsprechen:

$$t$$
$$t - dt$$
$$t - dt - d't$$
$$t - dt - d't - d''t$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$t - \theta.$$

Alsdann werden dieselben Elemente für beide Erscheinungen vorkommen, aber sie werden sich in entgegengesetztem Sinne folgen. Man kann einsehen, dass wenn der erste Körper sich von t auf $t - dt$ abkühlt, die abgegebene Wärme dazu dienen könnte, eine Temperaturerhöhung des zweiten von $t - dt - d't$ auf $t - dt$ hervorzubringen, dass wenn der erste Körper sich von $t - dt$ auf $t - dt - d't$ abkühlt, er den zweiten von $t - dt - d't - d''t$ auf $t - dt - d't$ erwärmen könnte u. s. f. Es ist also möglich, mittelst aller Elemente der ersten Erscheinung, ausgenommen des letzten, alle Elemente der zweiten, gleichen aber entgegengesetzten Erscheinung hervorzubringen, mit Ausnahme des ersten, man kann also sagen, dass beide Erscheinungen äquivalent sind. Hat man gezeigt, dass jede Wärmeerscheinung der genau entgegengesetzten äquivalent ist, so verschwinden die Beschränkungen, die den Gebrauch der vorher beschriebenen Vergleichungs- und Messmethode begrenzten.

Wenn der betrachtete Vorgang mit dem typischen Phänomen in demselben Sinne verläuft, so wird man mit ihm den genau entgegengesetzten Vorgang des letzteren vergleichen. Wenn die betrachtete Erscheinung sich zwischen tiefer gelegenen Grenzen vollzieht, als der typische Vorgang, so vergleicht man sie ebenfalls mit der Umkehrung desselben.

48. Wärmeäquivalente. Wärmemengen.

Jede Wärmeerscheinung kann also als durch eine bestimmte Zahl charakterisirt angesehen werden; diese Zahl drückt die Menge des typischen Körpers aus, in welchem die betrachtete Erscheinung das typische Phänomen zum Aequivalente haben würde.

Diese Zahl ist das calorische Aequivalent der Erscheinung.

Wenn es für jede Erscheinung bekannt wäre, so würden die Beziehungen zwischen dem Anfangs- und Endzustand leicht herzustellen sein.

Vor ungefähr einem Jahrhunderte wurden diese Aequivalente durch Black unter dem Namen „Wärmemenge" in die Wissenschaft eingeführt. Zu dieser Zeit, in der man glaubte, dass die Körper ein materielles Wärmefluidum, je nach den verschiedenen Temperaturen in verschiedener Menge einschlössen, schien die Herstellung des Temperaturgleichgewichtes nur die Verschiebung einer gewissen Menge des Fluidums aus einem Körper in den anderen zu sein.

Man nahm damals an, dass wenn die Temperatur eines Körpers unter zwei verschiedenen Umständen um dieselbe Anzahl von Graden vermindert wurde, diese Körper alsdann in beiden Fällen dieselbe Menge materiellen Wärmefluidums verloren hätten.

Nach dem, was auseinandergesetzt worden ist, muss es vollkommen unwesentlich erscheinen, ob man sich des Ausdruckes: „calorisches Aequivalent" oder des Wortes „Wärmemenge" bedient. Es ist jedoch vorzuziehen, von dem letzteren Gebrauch zu machen, da der Ausdruck „thermisches Aequivalent" zuweilen in der Chemie benutzt wird, um die chemischen Aequivalentzahlen zu bezeichnen, welche durch das Gesetz von Dulong und Petit bestimmt werden, und da man bei dem Worte „Wärmeäquivalent" vorzugsweise an die Zahlwerthe denkt, durch die ausgedrückt wird, welche Zahl von Wärmeeinheiten einer mechanischen Arbeitseinheit oder einer magnetischen Wirkungseinheit äquivalent sind.

Aber man muss sich vorsehen, beim Gebrauch des Ausdruckes „Wärmemenge" dem Worte nicht einen materiellen Sinn beizulegen und irgend welche Consequenz aus dem mehr oder weniger berechtigten Gebrauche eines bildlichen Ausdrucks zu ziehen, der den Hypothesen von der Unzerstörbarkeit der Wärme entlehnt ist. Man wird von einer „absorbirten Wärmemenge" reden, wenn eine Erscheinung vor sich geht, die sonst wahrgenommen wird, wenn man den Körper mit einem anderen in Verbindung setzt, der eine höhere Temperatur besitzt.

Man wird sagen, es sei eine Wärmemenge von einem Körper abgegeben worden, wenn er Veränderungen erleidet, die man sonst an ihm bei Berührung mit einem kälteren Körper beobachtet.

Die Bestimmung dieser Wärmemengen bildet die Lehre von der Wärmemessung, oder die gesammte Calorimetrie.

49. Was zu einer vollkommenen calorimetrischen Untersuchung gehört.

Es ist wesentlich, dass man sich darüber klar wird, was für Bestimmungen alle zur vollständigen calorimetrischen Untersuchung eines Körpers gehören. Die bis heute in dieser Hinsicht angestellten Untersuchungen

sind ausserordentlich unvollständig, und die Grössen, welche gewöhnlich gemessen werden, sind nicht diejenigen, deren Kenntniss von theoretischen Gesichtspunkten aus am nützlichsten wäre.

Wenn ein Körper in allen seinen Theilen dieselbe Temperatur und dieselbe Dichte besitzt, und wenn auf seine gesammte Oberfläche ein gleichmässiger normaler Druck ausgeübt wird, so besteht, wie schon im Vorhergehenden aus einander gesetzt worden ist, zwischen diesen drei Grössen eine Gleichung:

$$f(p, v, t) = 0,$$

in welcher p den herrschenden Druck, v das Volumen der Gewichtseinheit und t die Temperatur bezeichnet.

In den Versuchen lässt man meistentheils v und p sich ändern und bestimmt die entsprechenden Werthe von t, in den theoretischen Untersuchungen ist es meist geeigneter v und t als unabhängige Veränderliche zu wählen. Setzen wir also voraus, dass der Zustand des Körpers durch besondere Werthe von v und t bestimmt sei und untersuchen wir die Wärmemengen, die bei Aenderung der einen oder der anderen dieser beiden unabhängigen Veränderlichen ins Spiel kommen.

Es möge Δv einen unendlich kleinen Zuwachs bezeichnen, den das Volumen der Gewichtseinheit erleidet, während die Temperatur constant bleibt. Die Erfahrung zeigt, dass jede Volumenänderung eines Körpers eine Temperaturänderung zur unmittelbaren Folge hat; man muss also, um die der Volumenänderung Δv entsprechende Temperaturänderung zu verhindern, in den benachbarten Körpern eine äquivalente Aenderung des Wärmezustandes eintreten lassen.

Sei W die durch diese Volumenänderung absorbirte Wärmemenge. Das Verhältniss $\frac{W}{\Delta v}$ wird mit Δv veränderlich sein; den Grenzwerth desselben wollen wir mit l bezeichnen.

Es sei also:

$$Lim \frac{W}{\Delta v} = l.$$

Man nennt l die „latente Wärme der Ausdehnung“; es ist dies eine Zahl, welche mit dv multiciplirt, die Wärmemenge darstellt, welche von der Gewichtseinheit absorbirt wird, wenn eine Volumenänderung dv vor sich geht, ohne eine Temperaturänderung hervorzubringen.

Setzen wir jetzt voraus, dass das Volumen der Gewichtseinheit constant bleibe und die Temperatur um dt zunehme.

Man wird alsdann der Gewichtseinheit eine Wärmemenge Q zuzuführen haben, die mit Δt veränderlich ist. Der Grenzwerth des Verhältnisses $\frac{Q}{\Delta t}$ heisst „specifische Wärme bei constantem Volumen“; wir wollen ihn mit c_v bezeichnen, setzen also:

$$Lim \frac{Q}{\Delta t} = c_v,$$

c_v ist eine Zahl, welche mit dt multiplicirt, die Wärmemenge darstellt, welche von der Gewichtseinheit des Körpers absorbirt werden muss, um die Temperaturänderung dt hervorzubringen, ohne dass sich gleichzeitig das Volumen ändert.

Wenn gleichzeitig Volumen- und Temperaturänderungen stattfinden sollen, so ist die Wärmemenge, welche nöthig ist, um eine derartige Aenderung herbeizuführen, gleich:

$$l \,.\, dv + c_v \,.\, dt,$$

wenn man unendlich kleine Grössen von der zweiten Ordnung vernachlässigt.

Die Wärmemenge, welche einer endlichen Aenderung entspricht, wird also

$$\int (l \,.\, dv + c_v \,.\, dt)$$

sein, wobei l und c_v Functionen von v und von t sind.

A priori kennt man keine Beziehung zwischen l und c_v. Nichts berechtigt uns daher zu denken, dass der Bedingung genügt sei, welche nothwendiger Weise erfüllt sein muss, wenn die Integration ausführbar sein soll [1]), d. h. dass

$$\frac{\partial c_v}{\partial v} = \frac{\partial l}{\partial t}$$

sei. Wir werden sogar späterhin sehen, dass diese Bedingung für die Ausdehnungserscheinungen niemals erfüllt ist.

---

[1]) Soll

$$u \,.\, dx + v \,.\, dy$$

integrabel sein, d. h. soll

$$\int u \,.\, dx + v \,.\, dy = \varphi(x, y) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{a)}$$

sein, so ist:

$$u \,.\, dx + v \,.\, dy = d\varphi(x, y). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{b)}$$

Wenn man die Function φ differentirt, erhält man:

$$d\varphi(x, y) = \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \,.\, dx + \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \,.\, dy. \ldots \text{c)}$$

Bekanntlich ist aber:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial x \,.\, \partial t} = \frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial t \,.\, \partial x}$$

oder, was auf dasselbe hinauskommt:

$$\frac{\partial \left\{\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x}\right\}}{\partial y} = \frac{\partial \left\{\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y}\right\}}{\partial x} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{d)}$$

Vergleicht man aber die Formel c) mit der darüberstehenden b), so folgt, dass wenn $u \,.\, dx + v \,.\, dy$ wirklich das vollkommene Differential einer Function φ ist:

$$u = \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x},\; v = \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y}$$

und folglich nach Gleichung d)

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{e)}$$

sein muss. Die Gleichung e) enthält also die Bedingung für die Ausführbarkeit der Integration.

50. Man müsste also, um die einer endlichen Aenderung entsprechende Wärmemenge zu erhalten, nicht nur den Anfangs- und Endzustand, sondern auch alle zwischenliegenden Zustände kennen; ist dies der Fall, so kennt man für jede der elementaren Erscheinungen, aus welchen der endliche Vorgang zusammengesetzt ist, die Beziehung, die zwischen den Veränderlichen v und t besteht. Das Differential nach zwei unabhängigen Veränderlichen $l \cdot dv + c_v \cdot dt$ kann alsdann auf eine Differentiation nach einer einzigen Unbekannten zurückgeführt werden und die Integration wird immer ausführbar sein.

Die Wärmemengen, die nothwendig sind, um eine und dieselbe endliche Zustandsänderung herbeizuführen, sind also im Allgemeinen nicht dieselben, wenn die Zwischenzustände verschieden sind, die den Anfangszustand vom Endzustande trennen. Die Vorgänge, welche dazu dienen können, um einen Körper aus einem bestimmten Zustande in einen anderen überzuführen, sind für feste Körper und Flüssigkeiten wenig verschieden; dasselbe findet daher mit den entsprechenden Wärmemengen statt.

Für die Gase können dagegen diese Vorgänge ausserordentlich verschieden sein, und jeder besonderen Art der Aenderung entspricht eine bestimmte Wärmemenge.

51. Das vollkommene Studium der Wärmeerscheinungen eines Körpers muss also die Bestimmung der Grössen l und c_v für alle möglichen Werthe des Volumens der Gewichtseinheit und der Temperatur umfassen. Man ist aber weit davon entfernt, in diesen Untersuchungen schon irgend welche Vollständigkeit erreicht zu haben.

Es giebt nicht eine einzige directe Bestimmung der specifischen Wärme bei constantem Volumen; diese Grösse scheint directen Versuchen überhaupt nicht zugänglich zu sein. Bei Gasen werden die calorimetrischen Bestimmungen durch die Gegenwart der Wände beeinflusst, in welche man dieselben einschliessen muss.

Für feste Körper und Flüssigkeiten liegt das Hinderniss darin, dass es ungemein schwierig ist, die Ausdehnung durch die Wärme zu verhindern. Was die latenten Wärmen der Ausdehnung betrifft, so ist ihre Untersuchung, obgleich dieselbe in gewissen Fällen nicht schwierig ist, kaum weiter fortgeschritten; man besitzt über sie nur eine kleine Zahl isolirter Bestimmungen.

Ein drittes Element: die specifische Wärme unter constantem Drucke, deren Begriff sich bei einer anderen Auswahl der unabhängigen Veränderlichen ergiebt, ist viel öfter bestimmt worden.

52. Wir wollen nun Drnck und Temperatnr, also p und t als unabhängige Variabele wählen und unsere Betrachtungen immer auf die Gewichtseinheit des betreffenden Körpers beziehen.

Wenn, während der Druck constant bleibt, die Temperatnr um Δt wachsen soll, so bedarf man, nm diesen Vorgang hervorzubringen, einer mit der Grösse von Δt veränderlichen Wärmemenge R.

Der Grenzwerth des Verhältnisses $\frac{R}{\Delta t}$ heisst specifische Wärme bei constantem Drncke, wir setzen:

$$Lim\, \frac{R}{\Delta t} = c_p;$$

also c_p ist eine derartige Zahl, dass sie, mit dt multiplicirt, die Wärmemenge darstellt, die nöthig ist, um in der Gewichtseinheit des betrachteten Körpers die Temperaturänderung dt hervorzubringen, während der Druck p constant bleibt.

Erhält man dagegen die Temperatur unveränderlich und lässt den Druck nm eine Grösse dp wachsen, so wird man auf dieselbe Weise wie vorher sehen, dass die Wärmemenge, welche nöthig ist, nm diese Aenderung hervorzubringen, sich durch $h\,.\,dp$ darstellen lässt; h ist alsdann ein ähnlicher Coefficient wie l, c_v nnd c_p; derselbe hat aber von der Wissenschaft bis jetzt keinen Namen empfangen.

Die Wärmemenge, welche nothwendig ist, um im Zustande des Körpers eine gleichzeitige Aenderung der Temperatur um dt und des Drnckes um dp hervorzubringen, wird also dnrch:

$$c_p\,.\,dt + h\,.\,dp$$

dargestellt werden.

Die Coefficienten c_p und h einerseits und c_v und l anderseits sind durch leicht zu ermittelnde Gleichungen nnter einander verbunden.

Nehmen wir z. B. an, dass im letzten Falle den Aenderungen der Temperatur um dt und des Drucks um dp eine Volumenänderung entspricht, die sich aus der Gleichnng

$$f(p, v, t) = 0$$

ergiebt, so ist diese Aenderung dv durch die Formel

$$dv = \frac{\partial v}{\partial p}\,.\,dp + \frac{\partial v}{\partial p}\,.\,dt$$

bestimmt.

Die Wärmemenge q, welche nöthig ist, nm diese unendlich kleine Zustandsänderung, die der Körper erleidet, hervorzubringen, lässt sich einmal durch:

$$q = l\,.\,dv + c_v\,.\,dt$$

oder was dasselbe ist, durch:

$$q = l\,.\left(\frac{\partial v}{\partial p}\,.\,dp + \frac{\partial v}{\partial t}\,.\,dt\right) + c_v\,.\,dt$$

nnd ferner auch noch durch:

$$q = c_p \,.\, dt + h \,.\, dp$$

darstellen. Hieraus ergiebt sich die identische Gleichung:

$$c_p \,.\, dt + h \,.\, dp = l \,.\left(\frac{\partial v}{\partial p} \,.\, dp + \frac{\partial v}{\partial t} \cdot dt\right) + c_v \,.\, dt.$$

Setzt man hierin die Coefficienten der mit dt behafteten Glieder auf beiden Seiten der identischen Gleichung gleich, und verfährt man ebenso mit den Coefficienten der mit dp multiplicirten Glieder, so ergiebt sich:

$$c_p = c_v + l \,.\, \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$h = l \,.\, \frac{\partial v}{\partial p} \cdot$$

53. Wählt man endlich p nnd v als unabhängige Veränderliche, so wird die einer elementaren Aenderung entsprechende Wärmemenge durch

$$\lambda \,.\, dv + k \,.\, dp$$

ausgedrückt werden. Hierin sind λ und k zwei neue Grössen, die mit c_v nnd l durch zwei Gleichnngen zusammenhängen, welche den vorstehenden sehr ähnlich sind.

Bezeichnet man nämlich mit dt die Temperatnränderung, welche den Aenderungen dv und dp des Volnmens nnd des Druckes entspricht, so ist:

$$dt = \frac{\partial t}{\partial v} \,.\, dv + \frac{\partial t}{\partial p} \,.\, dp$$

und folglich:

$$\lambda \,.\, dv + k \,.\, dp = l \,.\, dv + c_v \,.\left(\frac{\partial t}{\partial v} \,.\, dv + \frac{\partial t}{\partial p} \,.\, dp\right),$$

woraus sich auf demselben Wege wie vorhin ergiebt:

$$\lambda = l + c_v \,.\, \frac{\partial t}{\partial v}$$

$$k = c_v \,.\, \frac{\partial t}{\partial p} \cdot$$

In den vier Gleichungen, durch welche die sechs Grössen l, c_v, c_p, k und λ mit einander verbunden werden, sind Differentialquotienten enthalten; diese können nur dann berechnet werden, wenn man die Form der Gleichnng

$$f\,(p, v, t) = 0$$

kennt, durch welche die drei Grössen p, v und t verknüpft sind.

Diese Gleichung ist nur für vollkommene Gase bekannt, die wir durch die Gleichung

$$p \,.\, v = p_0 \,.\, v_0 \,.\, (1 + \alpha \,.\, t)$$

definirt haben.

54. Wir wollen hier noch darauf hinweisen, dass der Zustand eines Körpers durch unendlich viele, verschiedene Systeme zweier unabhängiger Variabelen definirt werden kann; anstatt Temperatur und Volumen kann man auch Temperatur und Brechungsexponenten, Brechnngsexponenten und Emissionsvermögen, Emissionscoefficient nnd Leitungsvermögen u. s. f. als unabhängige Variabele wählen. Alle diese Veränderlichen sind mit denjenigen, die wir vorher gewählt haben, durch gewisse Beziehnngen verknüpft, meistentheils sind dieselben aber nur wenig bekannt.

Es mögen x nnd y irgend zwei beliebige dieser unabhängigen Variablen sein, die den Zustand des Körpers charakterisiren können.

Wir wollen zeigen, dass man alsdann immer dnrch

$$X \,.\, dx + Y \,.\, dy$$

die Wärmemenge ausdrücken kann, welche nothwendig ist, nm im Körper die den unendlich kleinen Aenderungen dx und dy der beiden unabhängigen Variabelen entsprechende unendlich kleine Zustandsänderung hervorzubringen.

Nennt man dv und dt die entsprechenden Aenderungen des Volumens nnd der Temperatur, so kann dieselbe Wärmemenge auch dargestellt werden durch:

$$l\,.\,dv + c_v\,.\,dt = l\,.\left(\frac{\partial v}{\partial x}\,.\,dx + \frac{\partial v}{\partial y}\,.\,dy\right) + c_v\,.\left(\frac{\partial t}{\partial x}\,.\,dx + \frac{\partial t}{\partial y}\,.\,dy\right),$$

worans folgt;

$$X = l\,.\,\frac{\partial v}{\partial x} + c_v\,.\,\frac{\partial t}{\partial x},\quad Y = l\,.\,\frac{\partial v}{\partial y} + c_v\,.\,\frac{\partial t}{\partial y}.$$

Dies sind allgemeine Gleichungen, von denen die vorher erwähnten nnr specielle Fälle sind.

II.

DER ERSTE HAUPTSATZ.

DER GRUNDSATZ VON DER ÄQUIVALENZ ZWISCHEN WÄRME UND ARBEIT.

1. So lange, als man von den Aequivalenzbeziehungen, welche zwischen den Wärmeerscheinungen bestehen, nur die betrachtet, welche aus calorimetrischen Messungen hervorgehen, so lange hat man keine Veranlassung, eine bestimmte theoretische Ansicht über die Natur der Wärme anzunehmen. Es würde dies überhaupt kaum nöthig sein, wenn man nur feste und flüssige Körper betrachtet, für welche die Vorgänge, durch welche man die Ueberführung aus einem gegebenen Anfangszustand in einen gegebenen Endzustand bewirken kann, wenig von einander verschieden sind. Welche Theorie man auch wählen wollte, sie würde, wenn man ihre Anwendung derart beschränken wollte, nothwendig unfruchtbar bleiben.

Man citirt oft folgenden Ausspruch von Lavoisier und Laplace[1]), um daraus zu folgern, dass schon diese die Wärme als eine Art der Bewegung angesehen hätten. „Andere Physiker glauben, dass die Wärme nur das Resultat unmerklicher Bewegungen der Moleküle der Materie sei. In der Hypothese, die wir untersuchen, ist die Wärme die lebendige Kraft, die aus den unmerklichen Bewegungen der Moleküle der Körper hervorgeht, sie ist die Summe der Producte der Masse jedes Moleküles mit dem Quadrate seiner Geschwindigkeit."

Die Verfasser jener Abhandlung ziehen im weiteren Verlaufe ihrer Betrachtungen aus diesem schönen und treffenden Gedanken auch nicht die geringste Schlussfolgerung; da sie nur Flüssigkeiten und feste Körper untersuchen, so thut ihnen jede Theorie gleiche Dienste, sie setzen daher als das Einfachste die Materialität der Wärme voraus.

Sobald man jedoch die Wärmemessungen näher untersucht, die sich

---

[1]) Mémoire sur la chaleur, Oeuvres de Lavoisier, Bd. II, S. 285.

auf Gase beziehen, oder wenn man diejenigen Quellen von Wärme und Kälte untersucht, durch welche unter geeigneten Umständen Wärmeerscheinungen hervorgebracht werden, ohne dass gleichzeitig andere ihnen äquivalente Wärmevorgänge von entgegengesetztem Sinne stattfinden, wie beim Stoss, Reibung, chemischen Wirkungen, bei dem thierischen Leben u. s. f., so wird man nothwendiger Weise auf den Grundsatz von der Aequivalenz der Wärme und Arbeit geführt, welcher nur in einer mechanischen Theorie der Wärme verständlich ist.

Das Princip der Aequivalenz von Wärme und Arbeit ist der erste und oberste Grundsatz der mechanischen Wärmetheorie. Mit Rücksicht darauf muss es uns zunächst beschäftigen, den Nachweis zu führen, dass man denselben als eine Wahrheit erster Ordnung anzusehen hat. Um diesem Beweise mehr Kraft zu verleihen, werden wir ihn aus der Betrachtung einer grösseren Reihe sehr verschiedener Erscheinungen hervorgehen lassen. Aus diesen wählen wir zuerst die Reibung.

A. Umformung von Arbeit in Wärme.

2. Von der Reibung.

Sobald als eine Maschine in den Zustand gleichförmiger Bewegung gekommen ist, so muss nach dem Grundsatze von den lebendigen Kräften die Summe der Arbeiten der thätigen Kräfte gleich Null sein. Wenn man die Arbeit der bewegenden oder motorischen Kräfte und ebenso die Arbeit der Widerstandskräfte oder die nützliche Arbeit bestimmt, so findet man eine Differenz zwischen beiden; diese erklärt man in der Mechanik dadurch, dass man unter den Widerstandskräften eine besondere Kraft der Reibung annimmt, und diese dadurch definirt, dass man sagt, die Reibung ist eine Kraft, deren Arbeit genau gleich der Differenz zwischen der motorischen Arbeit und der nützlichen Arbeit ist.

Um uns zunächst mit möglichst einfachen Verhältnissen zu beschäftigen, setzen wir voraus, dass die nützliche Arbeit Null sei, dass also die an der Maschine thätige bewegende Kraft so vollständig durch die Wirkung der Reibungen absorbirt werde, dass die Maschine in einem gleichförmigen Bewegungszustande verbleibt. Es ist dies z. B. der Fall, wenn man den nützlichen Effect einer Maschine mit dem Prony'schen Zaume misst.

In den meisten Fällen wird die Reibung von einer dauernden Aenderung der berührenden Oberflächen begleitet sein; es wird Feilstaub erzeugt, die zwischen den reibenden Flächen befindlichen Flüssigkeiten werden zersetzt und die Structur der Körper wird geändert.

Man kann jedoch diese Erscheinung bis fast zum Verschwinden abschwächen, ohne dass die Reibung verschwindet; alsdann reducirt sich in der Maschine Alles auf eine Arbeit der bewegenden Kraft und auf die Temperaturerhöhung eines Systems von Körpern. Vermehrt man die Masse der Körper, welche an dieser Temperaturerhöhung Antheil nehmen, lässt jedoch diese vermehrte Masse nicht selbst directe Wirkungen durch die Reibung erleiden, so kann man diese Temperaturerhöhung so beliebig vermindern, dass man sich immer mehr dem Falle nähert, in dem die reibenden Massen durchaus keine Zustandsänderung erleiden. Da alsdann die Arbeit der Molekularkräfte absolut Null ist, so wird es ersichtlich, dass es möglich ist, dass Arbeit einer bewegenden Kraft keine anderen Wirkungen, als nur eine Wärmeerscheinung zur Folge haben können. Die Arbeit einer bewegenden Kraft kann also entweder ein Anwachsen der kinetischen Energie eines Systemes von Körpern oder eine Wärmeerscheinung zur Folge haben; es liegt nahe, sich zu fragen, ob diese beiden Folgerungen nicht vielleicht identisch sind. Wir wollen an dieser Stelle nicht auf die Untersuchung dieser Frage eingehen, da wir dieselbe etwas später mit besserem Erfolge erledigen können.

Da aber im ersten Falle die geleistete Arbeit bekanntlich der Zunahme der kinetischen Energie gleich ist, so liegt es nahe, zunächst die Frage zu stellen, ob im zweiten Falle keine bestimmte numerische Beziehung zwischen der Arbeit und der Wärmeerscheinung besteht. Wenn zwischen den beiden Zahlen, von denen die eine die Grösse der *Arbeit* der bewegenden Kraft, die andere die der Wärmeerscheinung entsprechende Wärmemenge ausdrückt, eine einfache und constante Beziehung besteht, so würde damit sofort nachgewiesen sein, dass zwischen Wärme und Arbeit die Beziehung der Aequivalenz besteht.

3. Die Versuche Joule's.

Die Erfahrung hat zu Gunsten dieser Vermuthung entschieden.

Joule hat in einer sehr umfänglichen Arbeit durch Versuche, die unter den verschiedensten und den idealen Zuständen, die wir vorausgesetzt haben, möglichst nahe kommenden Bedingungen angestellt worden sind, in zuverlässigster Weise nachgewiesen, dass zwischen der durch Reibung entwickelten Wärmemenge und der Arbeitsmenge, von der man gewöhnlich sagt, dass sie absorbirt worden sei, eine constante Beziehung besteht.

Obgleich in diesen schwierigen Untersuchungen die zu messenden Grössen zuweilen sehr klein waren, ist es dem eminenten experimentellen Geschicke Joule's doch gelungen, die Versuche so anzustellen, dass den durch den Versuch direct gegebenen Zahlen stets nur sehr kleine Correctionen zuzufügen waren, so dass die Unsicherheiten, welche einigen

Bestimmungen nothwendig anhaften mussten, keinen merklichen Einfluss auf das Endresultat ausüben konnten.

Die Versuche erstreckten sich auf Wasser, Quecksilber und Gusseisen [1]).

4. Versuche mit Wasser.

Das Wasser wurde durch ein Schaufelrad in Bewegung gesetzt und man maass die Temperaturerhöhung, die eine bekannte Arbeitsmenge der Kraft, durch welche das Rad in Umdrehung versetzt und die Reibung des Wassers sowohl an sich, als an den festen und beweglichen Theilen des Apparats veranlasst wurde, hervorrief.

Fig. 10.

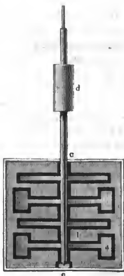


Fig. 11.

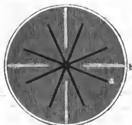
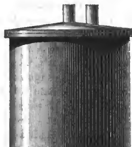


Fig. 12.



Die Figur 10 stellt einen Verticalschnitt und Figur 11 einen Horizontalschnitt des Apparates dar. Figur 12 zeigt den kupfernen Kessel,

---

[1]) Die ersten noch unvollkommenen Versuche dieser Art beschrieb Joule auf der britischen Naturforscherversammlung in Cork (1843). Man sehe desgl. Phil. Mag. 1845, Bd. 27, S. 205—207. Die eigentlich classischen Versuche beginnen mit der Arbeit: Ueber das mechanische Aequivalent der Wärme, bestimmt durch die Wärmeentwickelung bei Reibung von Flüssigkeiten. Phil. Mag. 1847, Bd. 31, S. 173, und

in welchem der rotirende Apparat gut befestigt wurde. 8 Paare von messingnen Schaufeln *aa*, die an einer beweglichen verticalen Axe *cc* befestigt sind, drehen sich zwischen 4 Paaren fester Querleisten *bb*, die ebenfalls von Messingblech gefertigt waren.

Die Drehungsaxe ist ebenfalls von Messing, aber sie ist bei *d* von einem Holzstücke unterbrochen, um der entwickelten Wärme nicht zu gestatten, sich durch Leitung zu zerstreuen. Die festen Querleisten *bb* sind durch einen Messingrahmen unterstützt, der auch die Lager der Axe *cc* trägt. Das ganze System befand sich in einem anderen in Figur 12 dargestellten Kupfergefässe, das ungefähr 6 bis 7 Kg. Wasser fassen konnte. Dieses Gefäss wurde durch einen Deckel geschlossen, in diesem befanden sich zwei Oeffnungen, eine, in welcher sich die Rotationsaxe ohne Berührung drehen konnte, die andere zur Einführung des Thermometers.

Um den Reibungsapparat in Thätigkeit zu setzen, bediente man sich einer Einrichtung, die in Figur 13 in perspectivischer Ansicht dargestellt ist. Die Axe wurde durch eine Schnur in Bewegung gesetzt, die über zwei vollkommen gleiche, glatte Rollen *aa* lief und durch den Fall zweier, genau gleicher Bleigewichte *ee* fortgezogen wurde.

Die Stricke, an denen diese Gewichte hingen, waren auf zwei Holztrommeln *bb* von zwei englischen Zollen Durchmesser aufgewickelt.

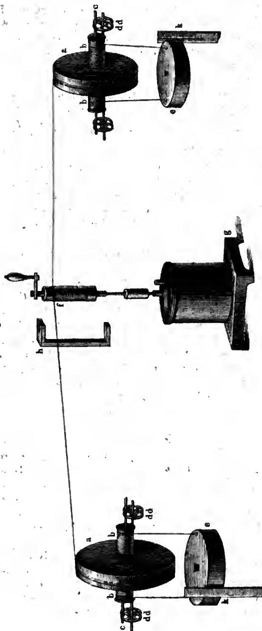
Der Durchmesser der Rollen *aa* betrug 1 Fuss englisch; die Axen derselben waren von Stahl und ruhten, um die Reibung möglichst abzuschwächen, auf einem Systeme von messingenen Reibungsrädern *dd*, ähnlich denen, welche man meist an der Atwood'schen Fallmaschine angebracht findet. Das Kupfergefäss endlich ruhte mit möglichst wenig Punkten auf einem hölzernen Schemel *g*, um die Wärmeverluste durch Leitung thunlichst zu vermindern. Ein grosser Schirm (der in der Figur nicht dargestellt ist) schützte den ganzen Apparat gegen die strahlende Wärme, welche von dem Körper des Beobachters ausgeht.

Wenn der Versuch beginnen sollte, wurden die Gewichte bis auf den höchsten Punkt aufgewunden und der Apparat wurde mit Hülfe der Kurbel, die sich oberhalb *b* befindet, in Ruhe erhalten. Man bestimmte die Temperatur des Wassers mit einem sehr empfindlichen Thermometer, welches noch Hundertel der Fahrenheit'schen Scala angab; alsdann liess man die Gewichte bis auf den Boden des Laboratoriums herabsinken. Man wiederholte diesen Versuch 20 Mal und bestimmte alsdann von Neuem die Temperatur des Wassers.

Ausserdem notirte man die Temperatur der Luft des Laboratoriums zu Anfang, in der Mitte und am Ende jedes Versuches. Diese Beob-

---

finden ihre Fortsetzung in der Abhandlung: Ueber das mechanische Aequivalent der Wärme. Phil. Transact. 1850, S. 61. Es war ein verdienstliches Unternehmen Spengel's, diese meist schwer zugänglichen Arbeiten in deutscher Uebersetzung zusammenzustellen. Man sehe: Joule, Das mechanische Wärmeäquivalent. Deutsch von Spengel, Braunschweig 1872, S. 77—119.


Fig. 13.

achtungen nahmen zusammen ungefähr 35 Minuten in Anspruch. Unmittelbar nachher verfolgte man, ebenso lange Zeit hindurch, als der Versuch selbst in Anspruch genommen hatte, den Gang des in das Wasser eingetauchten Thermometers, während der Apparat unbeweglich blieb, und bestimmte auf diese Weise den Einfluss der Strahlung.

Die durch den Fall der Gewichte *e e* geleistete Arbeit hat mehrere, verschiedene Erscheinungen zum Aequivalente: 1) Die Reibung im calorimetrischen Apparate, 2) die Reibung der Rollen und Schnuren, 3) die lebendige Kraft, welche am Ende jedes Versuches durch den Stoss des Gewichtes gegen den Boden des Laboratoriums zerstört wurde. Es ist ersichtlich, dass man nicht nöthig hat, einer merk-

lichen Abnutzung der reibenden Oberflächen Rechnung zu tragen. Der Bruchtheil der motorischen Arbeit, der durch die beiden letzten Wirkungen absorbirt worden ist, muss selbstverständlich von der totalen Arbeit abgezogen werden, um nur die Arbeit zu erhalten, die verwendet worden ist, um im Calorimeter Wärme hervorzubringen.

Die lebendige Kraft, die irgend eines der Gewichte am Ende jedes Versuches verliert, ist, wenn man mit P die Grösse des Gewichtes, mit g die Acceleration der Schwere am Beobachtungsorte und mit v die Geschwindigkeit der Gewichte im Momente des Stosses bezeichnet, $\frac{1}{2} \cdot \frac{P}{g} \cdot v^2$ oder Ph, wenn h die Höhe darstellt, durch welche ein Körper im freien Falle fallen muss, um die Geschwindigkeit v zu erlangen. Da nun der Fall der Gewichte *ee* dem Apparate eine gleichförmige Bewegung ertheilt, so kann die directe Beobachtung den Werth von v ergeben.

Man wird ohne Schwierigkeiten den vorstehenden Ausdruck berechnen können und wird ihn von der totalen Arbeit abziehen, die dem Falle des Gewichtes zugeschrieben werden muss.

Die Correction, die sich auf die Reibung der Rollen und Schnüre bezieht, ist schwieriger zu ermitteln.

Um sie zu bestimmen, trennte Joule das Holzstück *f* von dem Rührer und machte es in zwei Lagern der Gabel *h* beweglich. Er verband mit Hülfe der Schnur, die er über dieses Stück gewickelt hatte, die beiden Rollen ähnlich mit einander, wie dies bei der Atwood'schen Fallmaschine geschieht, derart, dass keines von den Gewichten *ee* fallen konnte, ohne das andere um ein genau gleiches Stück zu heben. Er untersuchte hierauf, welches Gewicht einem der Gewichte *ee* zugefügt werden musste, um dem Systeme die gleichförmige Geschwindigkeit zu ertheilen, die es im eigentlichen Versuche besass.

Die Arbeit dieses zugefügten Gewichtes maass die Wirkung der schädlichen Reibung.

Diese Art der Correction ist jedoch nicht ganz exact; sobald als die beiden Gewichte, die an den beiden Enden des Fadens hängen, aufhören gleich zu sein, ist der Apparat nicht mehr symmetrisch, und der Druck auf die Axe des Cylinders *f* wird auf den Seiten des Uebergewichts vergrössert, ausserdem üben die beiden Lager, die zur Unterstützung dieser Axe nöthig sind, eine Reibung aus, die bei den gewöhnlichen Versuchen nicht vorhanden ist, und die man daher von dem vorher gemessenen Effecte abziehen muss.

Auch diese Reibung wurde angenähert durch ein neues Experiment ermittelt, indem der Cylinder horizontal gelegt und in dieser Stellung von demselben Lager *h* unterstützt wurde; man suchte hierauf, welches Uebergewicht nöthig war, um ihm die gleichförmige Geschwindigkeit zu ertheilen, die er in den Wärmeversuchen besessen hatte.

5. Versuche mit Quecksilber.

Der Gang der Versuche war derselbe, aber der Apparat war aus Schmiede- und Gusseisen hergestellt anstatt aus Messing und Kupfer, auch war seine Grösse etwas beträchtlicher. Sonst war wenig an demselben geändert worden; der Rührapparat trug 6 Paare beweglicher Schaufeln, die sich zwischen 8 Paaren fester Querbretter drehten. Der Wasserwerth des mit Quecksilber gefüllten Apparates wurde experimentell nach der Methode der Mischung bestimmt.

Es wurden mit demselben zwei Versuchsreihen angestellt.

6. Versuche mit Gusseisen.

Der Apparat selbst ist Figur 14 (f. S.) dargestellt, Figur 15 (f. S.) zeigt ihn in dem Kessel, in dem er sich während der Versuche befand. Er bestand aus einer eisernen Axe *aa*, diese übertrug die Bewegung auf ein mit ihr verbundenes gusseisernes Rad *b*, welches am Rande schief abgeschliffen war und sich auf einem zweiten gusseisernen Rade *d* rieb. Mittelst des Hebels *c*, welcher in seiner Mitte eine runde Oeffnung für den Durchgang der Axe hatte und mittelst zweier kleiner Arme *e* konnte das stillstehende gusseiserne Rad *d* gegen das rotirende *b* gedrückt werden. Die Stärke des angewandten Druckes konnte durch den hölzernen Hebel *f*, der mit dem senkrechten gusseisernen Stabe in Verbindung stand, regulirt werden. Die ganze Vorrichtung wurde in das gusseiserne Gefäss Figur 15 eingebracht, das mit Quecksilber gefüllt war.

Im Uebrigen war das Untersuchungsverfahren dasselbe, wie bei den früheren Experimenten.

Bei diesen Versuchen rief die Reibung in dem Eisen eine zitternde Bewegung hervor, die von einem ziemlich kräftigen Tone begleitet war. Die mechanische Arbeit, die dieser zitternden Bewegung entsprach, musste selbstverständlich von der im Apparat aufgewendeten Arbeit abgezogen werden, wenn man allein die Arbeit erhalten wollte, die aufgewendet worden war, um Wärme hervorzubringen.

Joule versuchte diese Correction dadurch zu bestimmen, dass er untersuchte, welche Arbeit nöthig war, um einen gleich starken Ton auf der Saite eines Violoncello zu erzeugen.

Die äusserst schwache Abnutzung der reibenden Oberfläche wurde für so geringfügig gehalten, dass man sie vernachlässigen könne. Bei allen Versuchen war ausserdem noch eine Arbeit hinzuzufügen, welche die Elasticität der Schnüre dadurch leistete, dass, nachdem die Gewichte bereits den Boden berührten, sich die gedehnten Schnüre noch auf ihre ursprüngliche Länge zusammenzogen.

Fig. 14.

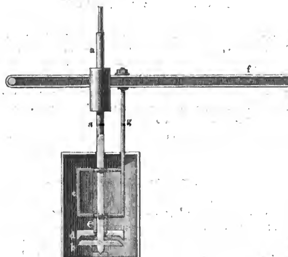
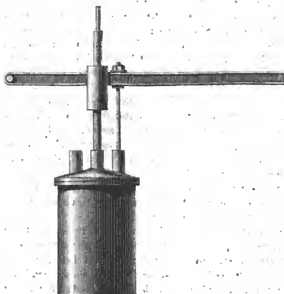


Fig. 15.



7. Ergebnisse der Versuche Joule's.

Es folgen die numerischen Ergebnisse der Joule'schen Versuche; von jeder Reihe sind jedoch nur die Mittelwerthe der einzelnen Beobachtungsreihen aufgenommen.

Θ ist die Temperaturerhöhung des calorimetrischen Apparates; dieselbe wird bis auf $^1/_{200}$ eines Grades der Fahrenheit'schen Scala abgelesen.

τ bezeichnet die Temperaturänderung, die dem störenden Einflusse der Strahlung entspricht;

P die Summe der bewegenden Gewichte, ausgedrückt in Grains[1];

p das Gewicht, welches der schädlichen Reibung entspricht, in Grains;

w das Gewicht, welches der Zapfenreibung entspricht, in Grains;

H die durch die Gewichte durchlaufenen Wege, ausgedrückt in englischen Zollen[2];

h die Höhe, um welche diese Gewichte in freiem Falle gefallen sein müssten, um die durch den Stoss zerstörte lebendige Kraft zu erlangen, in englischen Zollen;

W der Wasserwerth des ganzen erwärmten Apparats in Grains;

E die durch die Elasticität der Stricke geleistete Arbeit in englischen Fusspfunden;

T die Arbeit, welche zur Hervorbringung der Erschütterung und des Tons des Apparates aufgewendet worden ist, in englischen Fusspfunden.

J ist die Anzahl von Arbeitseinheiten, welche der Entwickelung von einer Wärmeeinheit entsprechen (d. i. die Wärmemenge, die nöthig ist, um ein englisches Pfund Wasser um einen Grad Fahrenheit oder ein Kilogramm Wasser um einen Grad Celsius zu erwärmen).

Uebersicht der numerischen Resultate der Versuche Joule's.

	Θ	τ	P	p	w	H
1. Wasser	0,575	0,013	406 152	2837	168	1260,248
2. Quecksilber	2,414	0,066	406 099	2857	168	1262,731
3. Quecksilber	0,916	0,061	137 326	1040	168	1293,532
4. Gusseisen	4,303	0,210	406 099	2857	168	1260,027
5. Gusseisen	1,510	0,022	137 326	1040	168	1279,957

	h	W	E	T	J in englischen Fusspfunden.	J in Kilogrammmetern.
1. Wasser	0,152	97 470	16,93	—	773,6	424,9
2. Quecksilber	0,152	22 072	16,93	—	773,8	425,0
3. Quecksilber	0,047	22 072	1,65	—	776,3	426,2
4. Gusseisen	5,000	11 796	16,46	20,27	777,0	426,7
5. Gusseisen	0,092	11 796	1,19	20,37	774,9	425,5

[1] 1 Troy-Pfund = 5760 Grains = 373,242 Gramm.

[2] 1 Fuss engl. = 12 Zoll engl. = 0,30479 Meter.

8. Genauigkeitsgrad der Versuche.

Um den Genauigkeitsgrad dieser Versuche zu ermitteln, betrachten wir die Versuche, die sich auf Reibung des Wassers beziehen, als Beispiel.

Die Temperatur ist gewiss ungefähr auf $^1/_{100}$ genau. Der Einfluss der Strahlung ist sehr schwach, er erreicht nicht $^1/_{50}$ Grad. Die schwierigste Correction, die der Zapfenreibung, ist gleich der Arbeit eines Gewichtes von 168 Grain, d. i. eine Grösse, welche gegen die Arbeit des bewegenden Gewichtes vollkommen vernachlässigt werden kann. Der Werth w endlich stellt die wichtigste Correction dar. Dieselbe beträgt kaum $^1/_{200}$ des Gesammtgewichtes und ist wohl kaum um mehr als $^1/_5$ fehlerhaft, so dass der Fehler der Correction nicht $^1/_{1000}$ der Gesammtarbeit erreicht.

Die grösste Unsicherheit dürfte vielleicht in den mit E und T bezeichneten Werthen zu suchen sein; doch beträgt, selbst im ungünstigsten Falle, E noch nicht $^1/_{350}$ oder 0,28 Procent der Gesammtarbeit. Bei den beiden Versuchen mit Gusseisen beträgt die Correction der Arbeit wegen der Erzeugung von Tonschwingungen $^1/_{120}$, also 0,83 Proc. Beachtet man alle diese Umstände, so kann man wohl annehmen, dass bei Joule's Versuchen der mögliche Fehler 1 Proc. nicht übersteigt.

Die Genauigkeit der Versuche ist also sehr befriedigend und man kann das Resultat, welches sie ergeben haben, mit vollkommener Sicherheit aussprechen.

Die durch die Reibung entbundene Wärme ist proportional der Arbeit der Kraft und der Proportionalitätscoefficient ist unabhängig von der Natur der reibenden Oberflächen.

9. Mechanisches Aequivalent der Wärme.

Das unveränderliche Verhältniss, welches bei den Erscheinungen der Reibung zwischen der Arbeit der Kräfte und der entsprechend entwickelten Wärmemenge besteht, hat den Namen „mechanisches Aequivalent der Wärme“ empfangen.

Es ist dies die Grösse, die wir in vorstehender Zusammstellung der Versuche Joule's mit J bezeichnet haben. Die verschiedenen Werthe, die man daselbst findet, sind nicht streng übereinstimmend, und es ist daher wohl am Platze, sich zu fragen, welcher Versuch den genauesten Werth ergeben haben mag.

Die beiden Versuche über die Reibung des Eisens müssen wegen der Abnutzung der reibenden Flächen, die immer stattfindet, sichtlich

abweichen; ausserdem erreicht in dem ersten derselben die Correction, die meist nur einige Millimeter hetrug, 5 Zoll, der zweite verdient daher mehr Vertranen. Der erste Versuch mit Quecksilber scheint üherhaupt das meiste Vertrauen zu verdienen; die Temperaturerhöhung hat hier, wenn man die Versuche mit Eisen unherücksichtigt lässt, den grössten Werth; trotzdem ist die Correction, die sich auf die Strahlung bezieht, sehr gering nnd kaum höher als die, welche man heim folgenden Versuche gefunden hat, hei welchem die Temperatnrerhöhung wenig beträchtlich ist.

Wir nehmen daher für das mechanische Aequivalent der Wärme [1]) die Zahl 425 an; dieselhe stimmt ausserdem heinahe vollkommen mit 424,9 überein, die Joule als das Mittel einer sehr grossen Zahl sehr gut übereinstimmender Werthe vorgeschlagen hat.

10. Die Versnche, die wir ehen heschrieben hahen, sind in der Hauptsache im Jahre 1849 angestellt, dieselhen sind jedoch nicht die einzigen, welche die Wissenschaft üher diesen Gegenstand besitzt. Schon im Jahre 1843 hatte Joule dnrch Versuche üher Reibung des Wassers in sehr engen Röhren einen sehr angenäherten Werth für das mechanische Aequivalent der Wärme gefunden.

Diese ersten Versnche Joule's, welche er hehufs Ahleitung des mechanischen Aeqnivalentes der Wärme anstellte, sind in einem Zusatze zu einer Ahhandlnng enthalten, die er 1843 in dem Philosophical Magazine veröffentlichte; zuvor hatte er üher dieselhen auf der hritischen Naturforscherversammlung in Cork Bericht erstattet.

Das Verfahren hestand darin, dass er in einem geschlossenen mit Wasser gefülltem Cylinder einen Kolhen auf- und niederführte, der dadurch gehildet war, dass er Haarröhrchen von Glas unter sich fest verbunden hatte. Diese Röhren lagen, der Axe des Cylinders parallel, neben einander und waren ohen und unten offen, so dass das Ganze einen Kolhen mit sehr langen und sehr feinen Poren hildete.

Die Reihung des Wassers, welches gezwungen wurde, die engen Canäle zu dnrchströmen, entwickelte Wärme; diese und ehenso die Arbeit, die zur Bewegung des Kolhens aufgewendet werden mnsste, wurden sorgfältig gemessen.

Es ist ein heachtenswerther Umstand, dass sich aus diesen Versuchen, deren Resultate anch sehr gut unter einander übereinstimmen, ein Mittelwerth für das mechanische Aequivalent der Wärme ergah, nämlich 770 engl. Fusspfunde = 422 Kilogrammmeter, der nur um ungefähr $^1/_2$ Proc. vom wahren Werthe ahweicht.

Später fand Favre [2]) die Zahl 413, indem er mit Hülfe seines

[1]) Philosophical Magazine XXIII, S. 442.
[2]) Comptes rendus Bd. 46, S. 337 bis 340.

Quecksilbercalorimeters die Reibung von Stahl auf Stahl untersuchte, und Hirn veröffentlichte zu derselhen Zeit Ergehnisse seiner Untersuchungen über ähnliche Gegenstände [1]. Besondere Beachtung verdient darunter folgende Arheit.

11. Hirn's Versuche über den Ausfluss von Wasser unter hohem Drucke.

Hirn hediente sich bei seinen Experimenten einer kleinen Drnckpumpe, welche in einem geränmigen, mit Wasser gefülltem Gefässe stand. An dem Ausströmungsrohre der Pumpe hefand sich ein schwanenhalsartig gebogenes Rohr, welches ohen üher dem Reservoir endete und in ein offenes, ganz enges gläsernes Capillarrohr auslief. Dicht vor diesem Capillarröhrchen befand sich noch ein seitlicher Rohransatz mit Hahnenverschluss.

Die Kolbenstange der Pumpe war durch ein passendes Gelenk an einer eisernen Stange von 5 Meter Länge befestigt, diese ruhte an dem einen Ende auf einem Lager und wurde durch zwei Leisten genöthigt, bei ihrer Bewegung in einer Verticalebene zu hleiben. Das bewegliche Ende konnte durch eine Schnur gehohen und dann sich selbst überlassen werden; geschah dies, so drückte die eiserne Stange auf die Führungsstange des Kolhens.

Der Druck, welchen die Stange auf den Kolben ausühte, wurde hestimmt; er hetrug 177 Kg. Da zur Ueberwindung der Kolbenreihung, wie sich herausgestellt hatte, ein Druck von 10 Kg. nöthig war, so erfolgte der Ausfluss der Flüssigkeit unter einem Drucke von 167 Kg. Diese Pressung vertheilte sich auf die Fläche des Kolhens.

Es wurden alle nöthigen und möglichen Vorsichtsmaassregeln getroffen, um etwaige Temperaturdifferenzen des Wassers, der Umgehung, einzelner Theile des Apparates u. s. f. auszugleichen und hierauf mit grösster Genauigkeit die Temperaturerhöhung des aus der Capillarröhre ausfliessenden Wassers hestimmt. Die aufgewendete Arheit des Druckes, dividirt durch diese Temperaturänderung, ergab ohne Weiteres das mechanische Wärmeäquivalent. Hirn fand auf diese Weise, da der Querschnitt des Kolhens 0,0003688 *qm* hetrug, $J = 433$ Kg.; einen Werth, der sich nicht zn weit von der Wahrheit entfernt.

---

[1]) Hirn, Récherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur 1858, p. 1; ferner: Théorie mécanique de la chaleur 1865, 2. Aufl., I. Theil, S. 54 u. s. f. Eine eingehende Berichterstattung über die Reibungsversuche Hirn's glauben wir unterlassen zu können, da es uns scheint, als ob der zu denselben dienende Apparat keine grosse Genauigkeit zuliesse.

12. Die Erklärung der Reibung mit Hülfe der Hypothese von der Körperlichkeit der Wärme.

Die Entwickelung von Wärme, welche die Reibung begleitet, war für die Theorie von der Körperlichkeit der Wärme immer ein Stein des Anstosses, und es ist nicht ohne Interesse, die verschiedenen Hypothesen kennen zu lernen, die man aufgestellt hat, um Erfahrung und Theorie mit einander in Einklang zu bringen.

Die erste derselben rührt von Crawford her und ist von ihm in einer Erklärung der Versuche von Black und Wilke gegeben worden. Er sagt: „Jeder Körper ist eine Verbindung wägbarer Masse mit einer gewissen Menge von Wärme. Wenn man dem Körper seine gesammte Wärme entziehen könnte, so befände er sich auf dem absoluten Nullpunkte der Temperatur; wenn man ihm allmählich Wärme zuführt, so wird man allmählich seine Temperatur erhöhen. Nimmt man an, dass die specifische Wärme eines Körpers bei verschiedenen Temperaturen dieselbe sei, so wird die Absorption gleicher Wärmemengen die Temperatur eines Körpers um dieselbe Anzahl von Graden erhöhen und verschiedene Körper werden, um auf dieselbe Temperatur zu gelangen, Wärmemenge absorbiren, die ihren specifischen Wärmen proportional sind. Da nun meist bei der Reibung neben der Wärmeentwickelung eine Bildung von Feilstaub stattfindet, so ist Alles erklärt, wenn dieser Feilstaub eine geringere specifische Wärme, als der feste Körper besitzt. Die durch Reibung entwickelte Wärme ist alsdann die Differenz der Wärmemengen, die bei derselben Temperatur das Gewicht des Theiles des festen Körpers, der in Feilstaub verwandelt ist und dieser Feilstaub selbst, besitzt."

Rumford [1]) warf diese Erklärung durch das berühmte Experiment über den Haufen, welches er in der Kanonenbohrwerkstatt zu München anstellte.

Er wurde überrascht durch die Grösse der Wärmemenge, welche bei dem Bohren der Geschütze entwickelt wurde.

Behufs weiterer Untersuchungen construirte er einen Apparat, in welchem sich durch die Reibung einer Art von Meissel, der heftig gegen den Boden eines in Eisen gebohrten Cylinders gepresst wurde, Wärme entwickelte; er brachte hierdurch nach Verlauf von $2^1/_2$ Stunden eine Wassermasse von ungefähr 10 Liter zum Kochen. Die Menge des gebildeten Feilstaubes war ausserordentlich gering, derselbe besass ausserdem genau dieselbe specifische Wärme wie das Metall.

Lamé hat versucht, diese Thatsache durch eine eigenthümliche Hypothese mit der Theorie von der Materialität der Wärme in Ueberein-

[1]) An Inquiry concerning the Source of the Heat, which is excited by Friction. Phil. Transact. für das Jahr 1798, Bd. XVIII, S. 286.

stimmnng zu bringen [1]). Er setzte vorans, dass die mit einem körperlichen Moleküle verbundene Wärmemenge zunähme, im Verhältniss als sein Abstand von der Oberfläche zunimmt, bis zu einer endlichen und sehr kleinen Tiefe, von welcher an sie constant würde. Der Feilstaub enthält alsdann absolut weniger Wärme, als das Metall, welches ihn liefert, da das Verhältniss des Gewichtes derjenigen Schichten, welche der Oberfläche benachbarter sind, zum Gesammtgewichte grösser ist.

Die Constanz der specifischen Wärme eines Metalles und seines Feilstaubes steht mit dieser Art die Erscheinungen anzusehen, nicht im Widersprnche, znmal wenn man ausserdem voraussetzt, dass die Zunahme der Wärme, die nöthig ist, um die Temperatnr eines festen Theilchens nm einen Grad zu erhöhen, nnabhängig von seiner Lage und folglich von der absoluten Wärme ist, die es schon enthält nnd die mit dieser Stellung sich ändern kann.

Man kann so den Versuch Rumford's mit aller Strenge erklären; aber man kann auf diese Weise keineswegs dem Versuche Davy's [2]) gerecht werden. Davy zeigte nämlich, dass, wenn man zwei Eisstücke im Vacnum einer Luftpnmpe bei einer Temperatur nnter Nnll gegen einander reibt, dieselben dort rasch schmelzen; dabei entsteht Wasser, d. i. eine Flüssigkeit, deren specifische Wärme mehr als doppelt so gross, als die des festen Eises ist.

B. Umsetzung von Wärme in Arbeit.

13. Wir haben bisher eine Anzahl Beispiele betrachtet, in welchen die durch eine bewegende Kraft geleistete Arbeit lediglich die Temperaturerhöhung eines Systems von Körpern zum Aequivalent hatte; unter anderen Umständen kann man aber auch die entgegengesetzte Erscheinnng beobachten, dass nämlich eine Arbeit hervorgebracht wird, welche ihrerseits lediglich das Aequivalent einer Temperaturerniedrigung ist. Im ersten Falle haben wir zwischen der mechanischen Erscheinung, die dnrch die Grösse der Arbeit gemessen wird, und der Wärmeerscheinnng, die durch eine Wärmemenge charakterisirt wird, ein constantes Verhältniss gefunden; wir werden nun zeigen, dass im zweiten Fall zwischen denselben Erscheinungen, die auf dieselbe Weise definirt werden, dasselbe constante Verhältniss existirt. Um diesen Beweis zu führen, betrachten wir die beiden Reihen entgegengesetzt verlaufender Wärmeerscheinungen, die ein Körper nach einander zeigt, wenn er zuerst von der Temperatnr t

[1]) Lamé, Cours de phys. de l'Ecole polytechnique, 2. Aufl., Bd. I, S. 484.

[2]) Davy, Elements of Chemical Philosophy S. 94. Zuerst veröffentlicht in: Contributions to Physical and Medical Knowledge principally from the West of England, collected by Thomas Beddoes, Bristol 1799.

znr Temperatur T übergeht, indem er irgend eine Reihe von Zwischenzuständen durchläuft, und hierauf dadurch von T auf t zurückkommt, dass er eine andere Folge von Zwischenznständen annimmt, die mit der ersten nur im Anfangs- nnd Endzustande übereinstimmt, in der aber diese beiden ihre Stellen vertauscht haben.

14. Ueber Erscheinungen, die in den Dampfmaschinen stattfinden.

Wir wählen als Beispiel eine Dampfmaschine, die im Zustande gleichförmiger Bewegung angelangt ist, nnd betrachten die Veränderungen, die sich hier während eines Hin- und Herganges des Kolbens im Cylinder vollziehen. Man beobachtet eine zweifache Wärmeerscheinung:

1) Eine bestimmte Wassermasse wird dem Condensator bei der Temperatur t entnommen, in den Kessel übergeführt und in gesättigten Dampf von der Temperatur T verwandelt.

Gleichzeitig findet eine Temperaturerniedrigung der Verbrennungsproducte, der Heerdgase statt; diese Temperatnrerniedrigung entspricht einer bestimmten angebbaren Wärmemenge.

2) Der gesättigte Dampf gelangt in den Cylinder, hebt den Kolben, dehnt sich aus, gelangt in den Condensator zurück und nimmt daselbst durch Einwirknng eines Stromes kalten Wassers von passender Stärke die constante Temperatur t wieder an.

In derselben Zeit findet eine Temperatnrerhöhung eines Systemes von Körpern statt (kaltes Wasser, das in den Condensator gelangt, Umhüllnngen des Dampfes), die anch einer bestimmten Wärmemenge entspricht.

Wenn man sich auf rein mechanischen Standpunkt stellt, so steht man vor einem Paradoxon; denn am Anfange und Ende der betrachteten Periode ist der gegenseitige Zustand der verschiedenen Theile des Systemes genau derselbe; die dem Condensator entnommene Wassermenge ist ihm ungeschmälert zurückgegeben worden, der Kolben ist wieder in seinem Ausgangspnnkte angekommen und gleichzeitig ist eine änssere Arbeit geleistet worden. Das Princip der lebendigen Kräfte scheint also mangelhaft zn sein. Jeder Widerspruch verschwindet jedoch sofort von selbst, wenn man anch die Wärmeerscheinungen, welche stattgefnnden haben, mit in Betracht zieht. Diese Erscheinungen sind nicht unter einander äquivalent. Die Erfahrung hat schon lange gelehrt, dass die Wärmemengen, die ihnen entsprechen, nicht gleich sind, und dass, um sich des gewöhnlichen Sprachgebranches zu bedienen, die Wärmemenge, welche im ersten Theile des Vorganges absorbirt wird, grösser ist, als diejenige, welche im zweiten Theile entbunden worden ist.

Demnach kann der Zuwachs, den äussere Körper an Energie erfah-

ren haben, als Aequivalent der Differenz dieser Wärmemengen angesehen werden; man hat gefunden, dass diese beiden Grössen in einem constanten Verhältnisse zu einander stehen, welches dem mechanischen Aequivalente der Wärme gleich ist.

Diese Thatsache ist durch die Versuche Hirn's nachgewiesen worden [1]).

15. Versuche von Hirn.

Diese Versuche erstreckten sich auf Dampfmaschinen einer Baumwollspinnerei in der Umgegend von Colmar. Es waren eincylindrische Maschinen mit Condensator, die mit überhitztem Dampfe arbeiteten und bei denen man mit beliebiger Expansion arbeiten konnte. Die eine derselben machte meist 93, die andere meist 23 Kolbenstösse in der Minute.

Obgleich die Genauigkeit solcher im grössten Maassstabe angestellter Versuche nicht sehr gross sein konnte, so sind dieselben doch von ausserordentlicher Bedeutung in Folge des Interesses, das man hat, die Erscheinungen kennen zu lernen, die in Dampfmaschinen unter Umständen stattfinden, unter denen diese Maschinen täglich in der Industrie thätig sind, und nicht unter Umständen, welche die mehr oder weniger beschränkte Experimentirmethode der physikalischen Laboratoriumsversuche bieten kann.

Die Versuche Hirn's umfassen drei verschiedene Bestimmungen: Die Ermittelung zweier Wärmeerscheinungen, die in der Maschine stattfinden und nicht einander äquivalent sind, und die Messungen der von dem Dampfe geleisteten Arbeit.

Die Versuche Regnault's geben unmittelbar mit grosser Genauigkeit die Wärmemenge an, welche Wasser von t Grad absorbirt, um sich in Dampf von T Graden umzusetzen.

Bezeichnet man mit m die Wassermenge, die man bei einem regelmässigen Gange der Maschine für jeden Kolbenstoss nothwendiger Weise in den Kessel einführen muss, so ist diese Wärmemenge gleich:

$$m \,.\, [606{,}5 + 0{,}305 \,.\, (T - t)].$$

Hierzu kommt aber noch eine andere Wärmemenge q', welche davon herrührt, dass der Dampf bei constantem Drucke von T auf T' überhitzt worden ist.

Es ist angenähert:

$$q' = m \,.\, c_p \,.\, (T' - T),$$

wenn man mit c_p die specifische Wärme des Wasserdampfes zwischen T' und T bezeichnet. Hirn macht wiederholt darauf aufmerksam, dass

[1]) Hirn, Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur, Colmar, 1858, S. 20. Man sehe auch desselben Verfassers: Théorie mécanique de la chaleur, 2. Aufl., 1. Theil, S. 35.

diese Ueberhitzung nöthig sei, wenn nicht mechanisch aus dem Kessel mit fortgerissene Wassertheile jede Temperaturbestimmung vereiteln sollen. Die Ermittelung der Wärmemenge, die der Rückkehr des Dampfes in den flüssigen Zustand entspricht, ist schwieriger.

Könnte man die Mittheilung der Wärme an die festen Theile der Maschine vermeiden, so würde die einzige Erscheinung, die man zu betrachten hätte, die Temperaturerhöhung des Wassers des Condensators sein.

Es würde genügen, alsdann die Menge kalten Wassers zu bestimmen, die man in einer gegebenen Zeit in den Condensator einführen müsste, um die Temperatur in demselben constant zu erhalten. Nehmen wir an, dass diese Bedingungen erfüllt wären und setzten voraus, dass während der Kolben einmal auf- und niedergeht, man dem Condensator eine Wassermenge W von θ Grad zuführen müsste, damit seine Temperatur constant und gleich t^0 bliebe. Diese Wassermenge würde dem Condensator eine Wärmemenge $W \,.\, (t - \theta)$ entziehen, die genau gleich der Wärmemenge ist, welche der zweiten Transformation entspricht. Es genügt, um den Werth von W zu bestimmen, einen Apparat von constantem und bekanntem Ausflusse herzustellen, den man so lange regulirt, bis die Temperatur t absolut unveränderlich geworden ist.

Aber $W \,.\, (t - \theta)$ stellt nicht den ganzen Betrag der abgegebenen Wärme dar. Die Röhren, die dazu dienen, den Dampf nach dem Condensator zu leiten, erhitzen sich auch mehr oder weniger und strahlen gegen äussere Körper Wärme aus; hierdurch werden Correctionen bedingt, denen man nothwendiger Weise Rechnung tragen muss.

Stellen wir durch R die Wärmemenge dar, die dieser Summe störender Einflüsse entspricht, so wird die der zweiten Wärmeerscheinung entsprechende Wärmemenge folgende Grösse haben:

$$W \,.\, (t - \theta) + R.$$

Hirn hat sich bemüht, diese Correction R so klein als nur irgend möglich zu machen; er hat jedoch davon abgesehen, ihre Grösse selbst zu bestimmen.

Es bleibt nun nur noch übrig, die durch den Dampf geleistete Arbeit zu bestimmen. Diese Arbeit besteht aus Theilen, deren experimentelle Ermittelung nicht gleich leicht ist; ohne Schwierigkeit kann man den nützlichen Effect der Maschine messen; dagegen ist es nicht leicht, die durch die Reibung absorbirte Arbeit und die durch die Erschütterungen verschiedener Theile der Maschine consumirten Arbeitsbeträge zu bestimmen.

Man kann aber leicht die totale Arbeit der Maschine auf theoretischem Wege bestimmen, wenn man die Dampfspannung in jedem Punkte des Weges des Kolbens kennt.

Sei P der Druck des Dampfes, H der Weg des Kolbens, s seine Oberfläche, so ist die Arbeit des Dampfes während der aufsteigenden Periode des Kolbens:

$$\int_0^H P \,.\, s \,.\, dt.$$

Während der absteigenden Periode oder dem Rückgange des Kolbens übt der Dampf auf die Basis des Kolbens einen Druck p aus und leistet eine Arbeit

$$-\int_0^H p \,.\, s \,.\, dt.$$

Die gesammte während eines vollständigen Hin- und Herganges geleistete Arbeit ist also:

$$\int_0^H (P - p)\, s \,.\, dt.$$

P und p sind die Werthe des Druckes, welche zwei identischen Stellungen des Kolbens entsprechen, der eine gilt während des Aufsteigens, der andere während des Absteigens für dieselbe Stelle des Kolbenweges. Um in jedem Augenblicke den Druck des Dampfes im Cylinder zu bestimmen, bediente sich Hirn jenes kleinen, geistreichen Apparates, der unter dem Namen des Watt'schen Indicators bekannt ist [1]). Es ist bekannt, dass dieser Apparat wesentlich aus einem kleinen Cylinder besteht, den man auf eine Oeffnung des Cylinderdeckels der Dampfmaschine aufschraubt. Derselbe enthält in seinem Inneren einen sehr beweglichen Kolben, über dem sich eine Drahtfeder befindet, welche unaufhörlich das Gleichgewicht mit dem Dampfdrucke herstellt. Die Stange des Indicatorkolbens trägt einen Stift, dessen Spitze sanft gegen die Oberfläche einer cylindrischen Trommel drückt, auf welche Papier gespannt ist und die durch die Maschine selbst in eine kreisförmige, hin und her schwingende Bewegung versetzt wird. Der Stift zeichnet auf dem Papierblatte, welches die Trommel bedeckt, eine geschlossene Curve, deren Ordinaten den Dampfdruck kennen lehren und deren Abscissen die Punkte des Weges angeben, an denen dieser Druck stattgefunden hat. Man graduirt zuvor das Instrument auf empirischem Wege, indem man bestimmt, um wie viel ein Druck von 1, 2, 3 Atmosphären, der auf den kleinen Kolben wirkt, den Stift vorwärts gehen macht.

16. Ergebnisse der Versuche Hirn's.

Durch dieses Verfahren gelang es Hirn unter Anwendung von Vorsichtsmaassregeln, die man in der Original-Abhandlung selbst kennen lernen mag, in überzeugender Weise die Proportionalität zwischen

---

[1]) Man sehe die Zeichnung und Beschreibung des Indicators in den vorhergehenden Vorlesungen, S. 17, Fig. 1.

der bei dem Gange einer Maschine entwickelten Arbeit und der verlorengegangenen Wärme nachzuweisen.

Die Versuche Hirn's sind äusserst zahlreich, aber eine ganze Gruppe derselben muss verworfen werden; es sind die Versuche, die sich auf den Fall beziehen, dass die Maschine ohne Expansion arbeitete.

In diesem Falle gelangte der Kolben am Ende seines Laufes mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit an; es fand daher ein Stoss und folglich eine Zerstrennung von lebendiger Kraft statt, die zu bestimmen unmöglich war. Die hieraus entspringende Ungenauigkeit ging so weit, dass der Dampf bei seiner Condensation scheinbar mehr Wärme abgab, als er bei seiner Bildung aufgenommen hatte; das aber steht in sichtlichem Widerspruche zu Allem, was man von diesen Maschinen weiss. Die Versuche über Maschinen mit Expansion liefern dagegen eine Reihe genügend übereinstimmender Werthe. Diese Versuche, neun an der Zahl, führen, genau berechnet, auf folgende Werthe des mechanischen Aequivalentes der Wärme:

310, 355, 408, 368, 453, 398, 606, 299, 387.

Diese Zahlwerthe, deren Mittel 398 ist, sind die, welche man in der Tafel D. der Abhandlung: „Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur“ findet, d. i. in jener bekannten Arbeit, welche Hirn der physikalischen Gesellschaft in Berlin als Preisschrift vorgelegt hat. Die Zahl 413, die man einige Male als Ergebniss der Hirn'schen Versuche angeführt hat, wurde von Clausius erhalten und in seinem Berichte [1]) über vorstehende Abhandlung aufgeführt, als Hirn nur einen Theil der auf seine Versuche bezüglichen Zahlwerthe veröffentlicht hatte. Macht man aber Gebrauch von alle den Angaben, welche seitdem veröffentlicht worden sind, so findet man die Zahlen, die wir angegeben haben.

Die Zahl 398 weicht von dem wahrscheinlichen Werthe 425 um ungefähr $^1/_{16}$ oder etwas mehr als 6 Procent ab, aber diese beträchtliche Differenz braucht nicht in Staunen zu versetzen, da einzelne Zahlen, wie 299 und 606, sich um 50 Proc. von der Wahrheit entfernen. Wenn man indessen die Schwierigkeit der ganzen Aufgabe berücksichtigt und das Interesse ins Auge fasst, welches sich an die Untersuchung des mächtigsten und in der Industrie meist verwendeten Motors knüpft, so kann man nicht verkennen, dass die Versuche Hirn's eine beträchtliche Wichtigkeit haben und dass sie als eine bemerkenswerthe und dankenswerthe Bestätigung für das Princip der Aequivalenz zwischen Wärme und Arbeit angesehen werden müssen.

---

[1]) Fortschritte der Physik, 1855, Bd. XI, S. 21.

17. Umsetzung von Wärme in Arbeit durch Vermittelung von Gasen.

In der Dampfmaschine vollzieht sich die Umsetzung der Wärme in Arbeit durch das Zwischenmittel einer bestimmten Wassermasse, die eine Reihe von Veränderungen erleidet und in ihren Anfangszustand zurückgeführt wird, ohne dass die Wärmeerscheinungen, die hierbei stattfinden, einander äquivalent sind. Die Gase sind für solche Umformungen ebenso geeignet, und ihre Untersuchung von diesem Gesichtspunkte aus ist um so interessanter, als für eine Gruppe derselben, nämlich für die vollkommenen Gase, alle Elemente mit grosser Genauigkeit bekannt sind, die zur Berechnung der Wärmemengen nöthig sind, welche bei verschiedenen Arten von Zustandsänderungen vorkommen. Man kann aus diesen Untersuchungen einen Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes ableiten, der viel genauer ist, als die oben gefundenen Werthe, und der um so mehr Vertrauen besitzen wird, da die zu seiner Bestimmung nöthigen Elemente durch Untersuchungen gegeben sind, die schon viel früher gemacht wurden, ehe man an ihre Anwendung in der mechanischen Wärmetheorie dachte, und die daher den Gedanken an den Einfluss einer vorhandenen theoretischen Voreingenommenheit im Voraus beseitigen.

18. Zu der Gleichung:

$$p \cdot v = p_0 \cdot v_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

welche die vollkommenen Gase definirt, gestatten die calorimetrischen Versuche noch folgende Gesetze hinzuzufügen:

1. Die specifische Wärme unter constantem Drucke ist unabhängig von Temperatur und Druck.

Dieses Gesetz ist von Regnault[1]) für Luft und für Wasserstoff mit Sicherheit nachgewiesen worden. Für Kohlensäure stimmt dasselbe nicht eben so gut, aber die Uebereinstimmung der Versuche ermächtigt uns vollkommen, das Gesetz als gültig für das Gas anzusehen, das wir ein vollkommenes Gas nennen; es ist dies bekanntlich ein Grenzfall, dem alle Gase bei gehöriger Verdünnung sich beliebig nähern.

2. Die specifische Wärme unter constantem Volumen ist ebenfalls unabhängig von der Temperatur und vom Druck.

---

[1]) Regnault, Chaleur spécifique des fluides élastiques; Mémoires de l'Académie des sciences, Bd. XXVI, S. 298. Für atmosphärische Luft ergab sich z. B. für eine Temperaturerhöhung

von -30^0 bis $+10^0$ $c_p = 0{,}2377$
„ 0^0 „ $+100^0$ $c_p = 0{,}2374$
„ 0^0 „ $+200^0$ $c_p = 0{,}2375$

Dieses zweite Gesetz folgt eines Theiles aus den Versuchen Dulong's[1]) über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles; dieselben führen dazu, für alle vollkommenen Gase dasselbe Verhältniss zwischen der specifischen Wärme bei constantem Drucke und bei constantem Volumen anzunehmen; anderentheils folgt dieses zweite Gesetz aus den Versuchen, welche nach der Methode von Clément und Desormes[2]), von Gay-Lussac und Welter[3]), von Masson[4]) und von Röntgen[5]) angestellt worden sind, um den Werth dieses Verhältnisses zwischen möglichst ausgedehnten Temperatur- und Druckgrenzen zu bestimmen. Diese Versuche sind weder von der Genauigkeit, noch von der Allgemeinheit, wie diejenigen Regnault's über die specifische Wärme der Gase bei constantem Drucke; aber man kann aus denselben die Ueberzeugung gewinnen, dass das vorhin ausgesprochene Gesetz wenigstens für vollkommene Gase streng richtig sei und für permanente Gase angenäherte Gültigkeit habe.

19. Wir wollen also annehmen, dass diese Gesetze experimentell bewiesen seien, und betrachten nun eine beliebige Aenderung, welche die Gewichtseinheit eines Gases erleidet. Die Wärmemenge, welche nothwendig ist, um diese Veränderung herbeizuführen, beträgt[6]), wenn man das Volumen v der Gewichtseinheit und die Temperatur t zu unabhängigen Veränderlichen wählt:

$$\int (l \, . \, dv + c_v \, . \, dt).$$

Dieser Ausdruck lässt sich im Allgemeinen so lange nicht integriren, als man nicht die Beziehungen kennt, die in jedem Augenblicke zwischen v und t bestehen. Im vorliegenden Falle ist, nach dem, was wir eben bemerkt haben, die specifische Wärme, bei constantem Volumen c_v, constant. Wenn man mit θ die von dem Gase erlittene Temperaturänderung bezeichnet, so ist unmittelbar:

$$\int (l \, . \, dv + c_v \, . \, dt) = c_v \, . \, \theta + \int l \, . \, dv.$$

Das Integral, welches das zweite Glied bildet, kann eine bemerkenswerthe Gestalt annehmen.

Wir haben vorher (I, C, 52, S. 182) bewiesen, dass:

$$c_p = c_v + l \, . \, \frac{\partial v}{\partial t}$$

---

1) Annales de Chimie et de Physique, 2. Serie, Bd. XII, S. 113.
2) Journal de Physique, Bd. 99, S. 333, November 1819.
3) Annales de Chim. et de Phys., 2. Serie, Bd. 20, S. 266.
4) Annales de Chim. et de Phys., 3. Serie, Bd. 53, S. 265.
5) Pogg. Ann., Bd. 141, S. 552.
6) Man sehe Abschnitt I, C, §. 49, S. 179.

ist. Da nun

$$v = \frac{p_0 \cdot v_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)}{p},$$

so ist folglich:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{p}.$$

Man hat mithin:

$$l = \frac{c_p - c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot p$$

und folglich:

$$\int l \cdot dv = \frac{c_p - c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot \int p \cdot dv.$$

Wenn man also Q die Wärmemenge nennt, welche nöthig ist, um die besprochene Zustandsänderung [1]) herbeizuführen, so erhält man für dieselbe die Formel:

$$Q = c_v \cdot \theta + \frac{c_p - c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot \int p \cdot dv.$$

Dieser Ausdruck lehrt, dass die Wärmemenge, welche aufgewendet werden muss, um eine beliebige Aenderung des Zustandes des Gases hervorzubringen, aus zwei Theilen besteht. Der eine Theil ist die Wärmemenge, welche nöthig ist, damit sich die Temperatur des Gases um θ ändert, während das Volumen des Gases constant bleibt, der andere Theil ist das Product der Grösse $\frac{c_p - c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}$ mit dem Integral $\int p \cdot dv$. Der erste hängt nur von dem Anfangs- und Endzustande ab, der zweite von den Zwischenzuständen.

Das Integral $\int p \cdot dv$ hat eine leicht angebbare Bedeutung; es stellt die Arbeit dar, welche die elastische Kraft des Gases geleistet hat.

Betrachten wir nämlich auf der willkürlichen Oberfläche, welche das Volumen des Gases begrenzt, ein beliebiges, unendlich kleines Flächenelement $d^2\sigma$, so ist, wenn p den Druck auf die Flächeneinheit bezeichnet, $p \cdot d^2\sigma$ der Druck, den dieses Element auf äussere Körper ausübt, und die elementare Arbeit dieses Druckes, welche einer unendlich kleinen Aenderung entspricht, besitzt den Werth $p \cdot d^2\sigma \cdot h$, wenn h die unendlich kleine Verschiebung bedeutet, welche das Flächenelement $d^2\sigma$ parallel zu sich selbst durch den Druck p erlitten hat. Die totale elementare Arbeit wird demnach ausgedrückt durch:

$$p \cdot \int d^2\sigma \cdot h.$$

[1]) Wenn wir Druck, Volumen oder Temperatur eines Körpers ändern, so nennen wir dies eine Aenderung des Zustandes, kurz eine Zustandsänderung des Körpers.

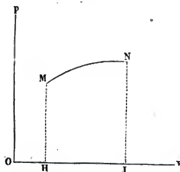
Es ist jedoch ersichtlich, dass $\int d^2\sigma \, . \, h$ nichts Anderes ist, als die unendlich kleine Aenderung des Volumens des Gases, mithin

$$p \, . \int d^2\sigma \, . \, h = p \, . \, dv.$$

$\int p \, . \, dv$ stellt also die Summe der elementaren Arbeiten dar, welche von der elastischen Kraft des Gases geleistet wird. Man kann den Werth dieses Integrals geometrisch darstellen, indem man, um den Zustand des betrachteten Körpers zu charakterisiren, von der graphischen Darstellungsweise Gebrauch macht, die zuerst von Clapeyron in seinem Commentare zu dem Werke: Réflexions sur la puissance motrice du feu von Sadi Carnot [1]) angewendet worden ist und jetzt allseitig benutzt wird.

20. Wir wählen als unabhängige Veränderliche das Volumen der Gewichtseinheit v und den Druck p und nehmen die erste dieser beiden Veränderlichen zur Abscisse, die andere als Ordinate desselben Punktes in einem rechtwinkligen, ebenen Coordinatensysteme. Durch die Lage des Punktes M (man sehe Figur 16), kann man den Zustand des Körpers als bestimmt ansehen, die Linie, welche die Aenderung der Stellung desselben bezeichnet, lehrt die Reihe von Zwischenzuständen kennen, welche der Körper durchläuft. Es möge MN die Curve sein, durch welche eine beliebige endliche Aenderung des Zustandes des Körpers dargestellt wird; dann ist ersichtlich, dass $\int p \, . \, dv$ gleich der Fläche ist, welche zwischen der Curve MN, der Axe der Volumina HJ und den beiden äussersten Ordinaten MH und NJ liegt. Denn zerlegt man diese Fläche durch parallele Linien zur Druckaxe Op in unendlich kleine Elemente, so hat jedes dieser Elemente genau den Flächeninhalt $p \, . \, dv$. Wenn die Curve von dem Punkte, der den Zustand des Körpers darstellt, im Sinne von M zu N durchlaufen worden ist, so sind alle Elemente des Integrals $\int p \, . \, dv$ positiv, ist dieselbe im entgegengesetzten Sinne von N nach M durchlaufen, so sind dieselben dagegen negativ; so dass, wenn

Fig. 16.



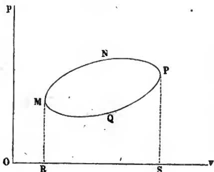
[1]) Journal de l'Ecole polytechnique, Bd. XIV.

ein Körper allmählich den beiden Reihen von Zustandsänderungen, die eine MN, die andere NM unterworfen würde, die geleistete totale Arbeit schliesslich absolut Null sein würde.

Wir wollen diese Betrachtungsweise jetzt auf den Fall anwenden, dass ein Gas einen beliebigen Kreislauf von Aenderungen erfährt, durch welche es in seinen Anfangszustand zurückgeführt wird.

Die Curve, welche der Punkt beschreibt, der den Zustand des Körpers darstellt, wird dann eine geschlossene Curve sein, wie z. B. $MNPQ$ (Figur 17); dieselbe mag z. B. in dem Sinne durchlaufen werden, den die Reihenfolge der Buchstaben andeutet.

Fig. 17.



Die von der elastischen Kraft des Gases geleistete Arbeit setzt sich aus zwei Theilen mit entgegengesetztem Vorzeichen zusammen, einem positiven Antheile, welcher gleich der Fläche $RMNPS$ ist, und einem negativen Antheile, welcher durch die Fläche $SPQMR$ dargestellt wird. Die algebraische Summe dieser beiden Grössen oder die Fläche $MNPQ$ stellt also die schliesslich von der elastischen Kraft des Gases geleistete Arbeit dar; sie drückt die Energie aus, welche äusseren Körpern mitgetheilt worden ist, sie bezeichnet die geleistete „äussere Arbeit".

Betrachten wir jetzt die Wärmemenge, die man einem Gase zuführen muss, um die vorausgesetzte Reihe von Aenderungen zu durchlaufen, so finden wir, dass dieselbe in einem bemerkenswerthen Verhältnisse zur geleisteten Arbeit steht.

Diese Wärmemenge wurde, wie wir vorhin sahen, durch die Formel ausgedrückt:

$$Q = c_v \, . \, \theta + \frac{c_p - c_v}{\alpha \, . \, p_0 \, . \, v_0} \, . \int p \, . \, dv.$$

Hierin muss man $\theta = 0$ machen, da Anfangs- und Endzustand des Gases, also auch Anfangs- und Endtemperatur desselben, einander gleich sind. Dies ergiebt:

$$Q = \frac{c_p - c_v}{\alpha \, . \, p_0 \, v_0} \int p \, . \, dv.$$

Diese Formel zeigt uns, dass wenn eine Wärmeerscheinung stattfindet, in welcher eine gegebene Wärmemenge verbraucht wird, das Gas

einen Cyclus von Veränderungen durchlaufen kann, in welchem der Wärmeeffect und die Arbeit der Molekularkräfte Null ist, in welchem aber eine Summe von äusserer Arbeit entwickelt wird, welche für ein gegebenes Gas mit der entsprechenden absorbirten Wärmemenge in einem constantem Verhältnisse steht, welches gleich $\frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p - c_v}$ ist. Wir finden also im Ausdrucke $\frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p - c_v}$ einen neuen Werth des mechanischen Aequivalents der Wärme.

Wir wollen uns jetzt dazu wenden, dasselbe numerisch zu bestimmen.

21. Wir kennen die Constanten, durch welche die physikalischen Eigenschaften der vollkommenen Gase definirt werden, zwar nicht, aber wir kennen die Werthe dieser Grössen für eine grössere Zahl permanenter Gase, die diesem vollkommenen Zustande sehr nahe kommen. Wenn man für diese die Berechnung des Ausdruckes $\frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_{p'} - c_v}$ ausführt und die von Regnault gefundenen Werthe einsetzt, so findet man folgende Zahlen:

	J
für Luft	426,0
für Sauerstoff	425,7
für Stickstoff	431,3
für Wasserstoff	425,3

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen unter einander und mit der Grösse 425, die als wahrscheinlichster Werth aus den Versuchen Joule's abgeleitet worden ist, ist sehr beachtenswerth.

Der wahrscheinlichste Werth des mechanischen Aequivalents der Wärme, auf den sie führen, ist die Zahl 425,3, die sich auf den Wasserstoff bezieht. Der Wasserstoff scheint nämlich unter allen Gasen dem idealen Zustande vollkommener Gase am nächsten zu kommen.

Wenn man versucht, diese vorstehenden Betrachtungen auf Gase anzuwenden, die nicht permanent sind, so findet man Zahlen, deren Werth mit den vorstehenden nicht sehr übereinstimmen [1]). Man hat hieraus einige Male den Schluss gezogen, dass es ebenso viele mechanische Aequivalente der Wärme geben müsse, als es verschiedene Gase gäbe. Diese Schlussfolgerung ist das Ergebniss eines doppelten Irrthums.

1. Wenn z. B. eine solche Rechnung für Kohlensäure eine Zahl giebt, die sich wesentlich von den vorhergehenden entfernt, so rührt dies davon her, dass die Voraussetzungen, die wir im Verlaufe der Rechnung gemacht haben, bei diesem Gase nicht erfüllt sind. Wir haben z. B. voraus-

[1]) Man sehe z. B. Anmerkung 12, S. 100.

gesetzt, dass c_p und c_v constant seien, d. h. unabhängig von Temperatur und Druck; die specifische Wärme der Kohlensäure aber ändert sich mit der Temperatur um ebensoviel und mehr, als die mancher Flüssigkeiten.

2. Der gegenwärtige Zustand der Wissenschaft giebt den Werth einzelner Elemente, die in den Ausdruck des mechanischen Wärmeäquivalentes eingehen, nur mit einer gewissen Annäherung.

Der Ausdehnungscoefficient, die Dichte, die specifische Wärme unter constantem Drucke sind von Regnault mit sehr grosser Genauigkeit bestimmt worden; man kann sich vielleicht für das Tausendstel ihres Werthes verbürgen.

Wesentlich anders verhält es sich jedoch mit der specifischen Wärme bei constantem Volumen, und es lässt sich leicht zeigen, dass eine kleine Aenderung im Werthe dieser Grösse einen erheblichen Einfluss auf den berechneten Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes hat.

Bezeichnet man nämlich mit J den Werth dieses Aequivalents, so hat man:

$$J = \frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p - c_v} = \frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p \cdot \left(1 - \frac{c_v}{c_p}\right)}$$

und wenn man $\frac{c_p}{c_v} = \varkappa$ setzt:

$$J = \frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p \cdot \left(1 - \frac{1}{\varkappa}\right)}.$$

Hieraus ergiebt sich, wenn man J als Function von $\varkappa$ ansieht, und das Differential hiervon bildet:

$$\Delta J = -\frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p} \cdot \frac{\Delta \varkappa}{\varkappa^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\varkappa}\right)^2} = -\frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p \cdot \left(1 - \frac{1}{\varkappa}\right)} \cdot \frac{\Delta \varkappa}{\varkappa^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\varkappa}\right)}$$

oder:

$$\Delta J = -J \cdot \frac{\Delta \varkappa}{\varkappa \cdot (\varkappa - 1)}.$$

Wendet man diese Formel z. B. auf den Fall des Stickstoffes an, und setzt für J den Werth 425 und $\varkappa = 1{,}403$, so findet man:

$$\Delta J = -752 \cdot \Delta \varkappa.$$

Um eine Aenderung $\Delta J = -6$ zu erhalten, was für den Werth des mechanischen Wärmeäquivalents 425 anstatt 431 ergeben würde, genügt es für $\varkappa$ eine Aenderung gleich 0,008 vorzunehmen; das Verhältniss $\varkappa$ der specifischen Wärmen bei constantem Drucke und constantem Volumen ist für kein Gas mit einer sehr grossen Genauigkeit bestimmt, man wird in den meisten Fällen die Unsicherheit von $\varkappa$ auf $\pm$ 0,05 veranschlagen können.

Die Laplace'sche Formel, mit deren Hülfe man die Grösse $\varkappa$ gewöhnlich bestimmt, wenn man die Geschwindigkeit des Schalles kennt, ist nnter einigen Annahmen erhalten, denen die thatsächlichen Verhältnisse nnr nnvollkommen genügen können. Es wird z. B. die dnrch die Zusammendrückung einer unendlich kleinen Schicht des schallfortpflanzenden Mittels entbundene Wärme sich theilweise benachbarten Schichten mittheilen; die Theorie setzt dagegen vorans, dass diese entwickelte Wärmemenge ganz verwendet werde, um die Temperatur der betrachteten Schicht zu erhöhen. Anderentheils gestatten die von Masson nach der Methode von Clément nnd Desormes angestellten Versnche nicht einmal die zweite Decimale von $\varkappa$ sicher zu stellen. Höchstens die nenesten Versnche dieser Art von Röntgen können anf etwas grössere Zuverlässigkeit Anspruch machen. Man mnss deshalb die kleine Differenz der Zahlen 425 und 432 als vollkommen unerheblich betrachten und man kann in der Uebereinstimmnng der angeführten Zahlen, wenn man die Unsicherheit berücksichtigt, die noch anf der Bestimmung einiger Grössen rnht [1], eine bemerkenswerthe Bestätigung der Resultate erkennen, die nns das Studium der Reibnng nnd der Dampfmaschine ergeben hat.

C. Aequivalenz von Wärme und Energie.

22. Schlussfolgerungen aus den vorhergehenden Untersuchungen.

Die Untersnchnng der eben besprochenen verschiedenen Arten von Erscheinnngen führt uns anf folgende Schlussfolgerungen:

1. Unter verschiedenen Verhältnissen kann die kinetische Energie [2] eines Systems von Körpern Veränderungen erleiden; dann findet stets gleichzeitig eine Wärmeerscheinnng statt, die nicht eine andere Wärmeerscheinung von entgegengesetztem Vorzeichen zum Aequivalente hat.

2. Die Aenderung der Energie ist bei jeder Art von Erscheinnngen, dnrch welche sich dieselbe manifestirt, proportional der Wärmemenge, welche in der Wärmeerscheinnng entwickelt wird.

---

[1]) In der Berechnung des Ausdrucks $\frac{a \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p - c_v}$ hat man für $\varkappa$ oder $\frac{c_p}{c_v}$ folgende Werthe angenommen:

Luft 1,4078 (Moll und van Beck, Pogg. Ann. Bd. 5, S. 351),
Sanerstoff 1,3998 (van Rees, De celeritate soni Trajecti ad Rhenum 1819),
Stickstoff 1,4028 (van Rees, De celeritate soni Trajecti ad Rhenum 1819),
Wasserstoff 1,4127 (Dulong, Ann. de Chim. 2, Bd. XLI, S. 113).

Röntgen findet für Luft $\varkappa = 1,405$, für Kohlensäure 1,305, über andere Gase hat er keine Versuche angestellt. (Pogg. Ann. Bd. 141, S. 552).

[2]) Man sehe den Begriff und Eintheilung der Energie S. 158.

3) Bei vollständig verschiedenen Arten von Erscheinungen ist der Werth des Proportionalitätsverhältnisses derselbe nnd sehr nahe gleich 425.

Man wird naturgemäss darauf geführt, diese Schlussfolgerung auf alle Fälle auszndehnen nnd es für ein allgemeines Naturgesetz zu halten, dass es möglich ist, die Energie eines Systems unter der Bedingung zu verändern, dass gleichzeitig eine Wärmeerscheinung stattfindet.

Und man kann durch einen indirecten Beweis zeigen, dass wenn man diese Möglichkeit als richtig voraussetzt, in allen Fällen dasselbe Verhältniss zwischen der Aenderung der Energie und der den Wärmeerscheinungen entsprechenden Wärmemenge bestehen muss.

23. Unveränderlichkeit des mechanischen Aequivalentes der Wärme.

Um diesen Nachweis zu führen, ahmen wir die Betrachtungsweise nach, dnrch welche Sadi Carnot [1]) gezeigt hat, dass zwischen den mechanischen Erscheinnngen und den Wärmevorgängen, die in einer durch das Feuer getriebenen Maschine stattfinden, nothwendig ein constantes Verhältniss bestehen müsse, wenn man voraussetzt, dass kein Perpetnum mobile möglich sei. Freilich ging er gleichzeitig von der irrigen Annahme ans, dass die Wärme etwas Körperliches sei.

Wir vergleichen zwei beliebige Erscheinnngen, in denen sich entgegengesetzte Umsetzungen vollziehen. Wir wollen z. B. annehmen, es sei ein dem Joule'schen ähnlicher Reibnngsapparat, in dem sich Arbeit in Wärme nmsetzt, mit einer Dampfmaschine verbunden, in welcher Wärme verschwindet, während Arbeit entwickelt wird. J sei der Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes, welcher in diesem Reibnngsapparate gültig ist. Alsdann wird eine Arbeit L der Kräfte, die ihn in Bewegung versetzen, eine Temperaturänderung veranlassen, die einer solchen Wärmemenge Q entspricht, dass die Gleichung gilt:

$$L = J \,.\, Q.$$

Verwenden wir nun die gesammte entwickelte Wärmemenge Q, um die Dampfmaschine in Gang zu setzen, so wird sich daraus eine Arbeit ergeben, die von L verschieden ist, wenn der Werth des mechanischen Aequivalents in der Maschine nicht gleich J ist. Ist z. B. der Werth des mechanischen Aequivalents der Wärme in der Dampfmaschine kleiner als J, so wird die entwickelte Arbeit nicht wieder L, sondern $L \,.\, (1 - h)$ sein.

Wir setzen nnn voraus, dass diese Arbeitsmenge lediglich verwendet werde, nm im Schwungrade der Maschine ein Anwachsen der Energie um $L \,.\, (1 - h)$ hervorzubringen.

[1]) Sadi Carnot, Réflexions sur la puissance motrice du feu, S. 20.

Bei einer folgenden Operation kann diese Zunahme der Energie von uns benutzt werden, um von Neuem den Reibungsapparat in Thätigkeit zu setzen und in demselben eine Wärmemenge Q' zu produciren, die bestimmt ist durch:

$$L \, . \, (1 - h) = J \, . \, Q'.$$

Die Grösse Q' ist sichtlich kleiner als Q. Wenn man dieselbe nun wiederum benutzte, um ein zweites Mal die Dampfmaschine in Gang zu bringen, so würde durch dieselbe ein Anwachsen der Energie im Schwungrade um x bedingt werden und dieses x würde sich aus der Gleichung bestimmen:

$$\frac{x}{Q'} = \frac{L \, . \, (1 - h)}{Q},$$

aus der sich ergiebt:

$$x = L \, . \, (1 - h)^2.$$

Wiederholt man diese Reihe von Operationen beliebig oft, so würde man dazu gelangen, dass die Zunahme der Energie auf $(1 - h)^m$ reducirt wäre.

Man kann aber auch die Dampfmaschine und den Reibungsapparat zusammen als ein einziges System von Körpern betrachten, dessen Thätigkeit sich im vorliegenden Falle in m Periode theilen lässt.

Wenn man die Sache in dieser Weise ansieht, so steht man vor einem Resultate, welches mit den Gesetzen der Mechanik vollkommen unvereinbar ist. Man fände nämlich, dass die Energie eines Systemes sich ins Unbestimmte vermindern könne, während der physikalische Zustand der Körper, welche dieses System bilden, am Anfange und Ende jeder Periode absolut derselbe wäre.

Die Annahme, dass es ein ähnliches System gäbe, welches von selbst dem Ruhezustande zustrebt, ohne dass sich in seiner Zusammensetzung irgend eine physikalische Aenderung vollzieht, steht mit dem Grundsatze von der Trägheit der Masse sichtlich im Widerspruch.

Nicht minder würden wir auf einen ähnlichen Widerspruch mit bekannten Naturgesetzen gestossen sein, wenn wir vorausgesetzt hätten, dass der Werth J des mechanischen Wärmeäquivalentes in der Dampfmaschine grösser gewesen wäre. Durch diese Annahme würden wir zu der Consequenz geführt worden sein, dass die Energie eines Systemes von Körpern, die nur gegenseitigen Wirkungen unterworfen gewesen wären, über alle Grenzen wachsen könne, d. h. dass man ein Perpetuum mobile construiren könne, was doch unmöglich ist.

Man muss demnach aus dem Vorhergehenden den Schluss ziehen, dass in allen Arten von Vorgängen dasselbe Verhältniss zwischen Arbeit und einer dieser äquivalenten Wärmemenge besteht, und dass dieses Verhältniss $J = 425$ beträgt.

24. Theoretische Betrachtungen über die strahlende Wärme.

Die heut zu Tage ganz allgemein angenommenen theoretischen Ansichten über die Fortpflanzung der strahlenden Wärme bestätigen ebenfalls die Identität von Wärmemengen mit Mengen von Energie; wenn es bis jetzt noch nicht gelungen ist, dieselbe numerisch zu bestätigen, so liegt dies lediglich an den experimentellen Schwierigkeiten einer solchen Untersuchung.

Die strahlende Wärme wird bekanntlich durch die Schwingungen eines Fluidums hervorgebracht, welches im ganzen Raume verbreitet ist und welches den Namen Aether führt [1]).

Diese Schwingungen pflanzen sich durch Longitudinalwellen fort und können sich den wägbaren Molekülen mittheilen, welche nach dieser Hypothese selbst mit schwingenden Bewegungen begabt sind, deren lebendige Kraft um so grösser ist, je höher die Temperatur des betreffenden Mittels ist. Wenn ein Körper sich abkühlt, so verliert er in jedem Augenblicke eine gewisse Menge lebendiger Kraft, die sich dem umgebenden Aether mittheilt und nach allen Richtungen hin verstreut; wenn ein Körper sich durch Strahlung erwärmt, so entlehnt er umgekehrt dem umgebenden Aether eine gewisse Menge lebendiger Kraft [2]).

Die Erwärmung eines Körpers ist also eine mechanische Erscheinung, die einer bestimmten Aenderung der totalen Energie entspricht; diese Aenderung wird von der potentiellen Energie erlitten, sobald als das Volumen sich ändert; weil alsdann die relativen Lagen der Moleküle nicht mehr dieselben sind; die actuelle Energie wird geändert, wenn die Geschwindigkeiten dieser Moleküle andere werden; meist wird beides gleichzeitig stattfinden.

Wenn sich in einem Systeme von Körpern, welches sich in einer für Wärme undurchdringlichen Hülle befindet, das Temperaturgleichgewicht herstellt, so vermindert sich die Energie der einen Körper und die Energie

---

[1]) Man sehe Ann. de Chim. et de Phys., 2. Folge, Bd. 58, S. 432 eine Notiz Ampère's über: „Wärme und Licht, betrachtet als hervorgehend aus einer schwingenden Bewegung."

[2]) Wesentlich verschieden hiervon sind die atomistischen Auschauungen Rankine's und anderer englischer Forscher. Diese nehmen zwar ebenfalls an, dass jedes Atom der Materie aus einem Kern und einer elastischen Hülle (Atmosphäre) besteht. Diese Elasticität aber wird der Wärme zugeschrieben und die Ursache dieser in der Centrifugalkraft von rotirenden Bewegungen (Wirbel) der Theilchen gesucht, aus denen die Atomhüllen bestehen. Das Mittel, welches Licht und strahlende Wärme fortpflanzt, sind die Kerne der Atome. Absorption von Licht oder strahlender Wärme ist nach Rankine eine Uebertragung von Schwingungen der Kerne auf die Atmosphäre, Emission von Licht und Wärme wird als eine Uebertragung der Bewegungen der Theilchen der Atomhüllen auf die Kerne angesehen. Man sehe z. B. Rankine: On the mechanical action of heat. Edinburgh Transactions, Bd. XX, S. 147.

der anderen vermehrt sich; die totale Energie des Systemes bleibt aber alsdann ungeändert. Hat diese Herstellung des Gleichgewichtszustandes eine äussere mechanische Erscheinung zur Folge, so verändert sich die totale Energie des Systemes genau um die Grösse, um welche sich die Energie äusserer Körper vermehrt hat. Wir wissen, dass in diesem letzten Falle keine Aequivalenz zwischen den entgegengesetzten Wärmeerscheinungen stattfindet und dass ein constantes Verhältniss zwischen der geleisteten äusseren Arbeit und der diesen Erscheinungen entsprechenden Differenz der Wärmemengen statt hat.

25. Ermittelung der Wärmemenge, die einer beliebigen Zustandsänderung eines Körpers entspricht.

Aehnliche Betrachtungen werden uns gestatten festzustellen, wie gross die Wärmemenge ist, die man einem Körper zuführen müsste, um eine gleichzeitige Aenderung der Temperatur und des Volumens herbeizuführen.

Wir wollen diese Wärmemenge Q nennen. Wenn man, wie immer, mit J das mechanische Aequivalent der Wärme bezeichnet, so ist $Q \cdot J$ die Aenderung, welche die Energie des Systems bei dieser Erscheinung, die wir eine Wärmeerscheinung nennen, erleidet; wenn, wie üblich, die Menge der Energie in Arbeitseinheiten ausgedrückt wird.

Die ganze Erscheinung setzt sich aus drei Theilen zusammen: aus einer doppelten Aenderung in dem Zustande des Körpers und aus einer Verschiebung der Angriffspunkte der äusseren Kräfte. Der Körper erleidet zunächst eine Aenderung A der actuellen Energie, dieselbe rührt von der Beschleunigung der schwingenden Bewegungen der Moleküle her. Die potentielle Energie der molekularen Kräfte erleidet gleichzeitig eine Aenderung P, die in der Volumenänderung des Körpers ihre Ursache hat.

Endlich erfährt die potentielle Energie der äusseren Kräfte eine Aenderung S. Man hat mithin alsdann:

$$Q \cdot J = A + P + S.$$

Von den drei Grössen, die auf der rechten Seite der Gleichung auftreten, sind die beiden ersten, A und P, vollkommen bestimmt, wenn man den Anfangs- und Endzustand des Körpers kennt; womit nicht gesagt ist, dass man sie auch immer berechnen kann. Die Aenderung A der actuellen Energie hängt nur ab von der Geschwindigkeit der Moleküle zu Anfang und am Ende der Transformation, und die Aenderung P der potentiellen Energie ist gleichfalls bestimmt, wenn man die Abstände der Moleküle in diesen beiden Zeitpunkten kennt.

Die Summe A und P bezeichnet man oft mit den Namen „innere Energie“. Man muss hier die Bemerkung hinzufügen, dass sich diese Grösse unaufhörlich ändert, da sie in jedem Augenblick durch die un-

sichtbaren und sehr raschen Schwingungen der Moleküle geändert wird, dass sie aber auch in einem unendlich kleinen Zeitabschnitte eine sehr grosse Anzahl von Malen um einen Mittelwerth oscillirt.

Dieser Mittelwerth ist es, der für einen gegebenen Zustand immer ungeändert bleibt, und den man daher allein zu betrachten nöthig hat.

Die dritte Grösse S hängt dagegen von allen Zwischenzuständen ab, welche der Körper durchlaufen hat. Man bezeichnet sie gewöhnlich mit dem Namen „äussere Arbeit"; aber es ist besser sich des Ausdruckes „Aenderung der äusserlich bemerkbaren Energie" oder kurz „Aenderung der äusseren Energie" zu bedienen, da dieser nicht nur in dem Falle zutreffend ist, in dem wirklich eine äussere Arbeit geleistet wird, sondern auch auf die Fälle angewendet werden kann, in denen der Körper äusseren Körpern oder eigenen Bestandtheilen eine merkliche Geschwindigkeit mittheilt, wie dies z. B. geschieht, wenn er sich plötzlich erheblich zusammenzieht oder ausdehnt, oder selbst eine Eigengeschwindigkeit annimmt, z. B. eine Explosion hervorruft.

Wenn man mit U die Aenderung der inneren Energie bezeichnet, so lässt sich die vorhergehende Gleichung auch in folgender Weise schreiben:

$$Q \,.\, J = U + S.$$

Diese Gleichung lehrt uns, dass wenn ein Körper auf verschiedene Weise von einem gegebenen Anfangszustande in einen anderen gleichfalls bestimmten Endzustand übergeht, die Wärmemenge, welche nöthig ist, um diese Aenderung hervorzurufen, je nach der Grösse der entwickelten „äusseren Energie" verschieden ist. Das heisst mit anderen Worten, die Absorption oder Entwickelung von Wärme, welche bei einer beliebigen Aenderung des Zustandes eines Körpers stattfindet, hängt nicht nur von dieser Aenderung selbst ab, sondern auch von der äusseren, mechanischen Arbeit, die in derselben Zeit, in welcher diese Aenderung stattfindet, geschaffen oder consumirt worden ist.

Es giebt eine grosse Zahl von Versuchen, die, wenn sie auch nicht immer eine numerische Bestätigung gestatten, doch einen bemerkenswerthen Beweis dieses allgemeinen Grundsatzes darbieten.

26. Versuche von Hirn über die Condensation von Dampf, welcher unter hohem Drucke ausströmt.

Schon früher führten wir einen Versuch Hirn's an, in welchem er die Wärmemenge gemessen hatte, die bei der Condensation eines mit beträchtlicher Geschwindigkeit ausströmenden Dampfstrahles gewonnen wurde [1]).

[1]) Hirn, Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur, Colmar, 1858, S. 154 und 167.

Der Dampf wurde von einem Hochdruckkessel geliefert und strömte in ein Metallgefäss, welches in ein mit Wasser gefülltes Calorimeter eintauchte; er condensirte sich hier vollständig unter atmosphärischem Drucke. Die Wärmemenge, welche er abgab, wurde bestimmt, wie bei allen calorimetrischen Versuchen. Wenn man aber die unter solchen Bedingungen von dem Dampfe abgegebene Wärmemenge mit der vergleicht, die man dem condensirten Wasser geben müsste, um es wieder in Dampf überzuführen, welcher denselben Zustand, wie der im Kessel besitzt, und diese Grösse lässt sich sehr genau und leicht aus den Versuchsresultaten Regnault's ableiten, so findet man, dass die erstere erheblich grösser als die letztere ist. Es ist leicht, die Ursache dieser Differenz zu finden. Bei den Versuchen, durch welche Regnault die latente Wärme eines Dampfes bestimmte, strömte der Dampf ohne merkliche Geschwindigkeit aus dem Kessel, in dem er sich bildete, in den Recipienten, in dem er sich condensirte, da im ganzen Apparat sorgfältig derselbe Druck hergestellt war. Im vorliegenden Falle ist dem nicht so; der Dampf strömt aus einem Gefässe, in dem der Druck mehrere Atmosphären beträgt, in einen Raum, in welchem nur Atmosphärendruck herrscht; in Folge dessen nimmt er eine beträchtliche Geschwindigkeit an; wenn er sich nun condensirt und eine ruhende Wassermasse bildet, so verliert er die ganze äussere Energie, die er eben besass, und diese setzt sich in lebendige Kraft der Wärme um. Es ist daher ganz selbstverständlich, dass die hier gesammelte Wärmemenge grösser sein muss als diejenige, welche eine Rechnung ergiebt, welche voraussetzt, dass der Dampf aus dem Kessel ohne merkliche Geschwindigkeit in das Calorimeter eintritt.

Es ist bei dem gegenwärtigen Zustande der Wissenschaft nicht möglich, die Wärmemenge zu berechnen, die dem Verluste an äusserer Energie entspricht, der in dem Versuche Hirn's stattfindet; denn man kennt die Gesetze, welche für das Ausströmen von Dämpfen gültig sind, nur höchst unvollkommen, oder dieselben sind theoretisch gewonnen, indem man die Grundsätze der mechanischen Wärmetheorie, welche an dieser Stelle erst bewiesen werden sollen, bereits als gültig voraussetzt.

Man weiss indessen aus den Untersuchungen von Minary und Résal[1], dass Dampf, der bei einem Drucke von 5 Atmosphären durch eine Oeffnung von nur einigen Millimetern Durchmesser ausströmt, keine niedrigere Geschwindigkeit als 600 Meter pro Secunde besitzt. Die äussere Energie, welche die Masseneinheit dieses Dampfes besitzt, ist mithin mindestens gleich 180 000 Einheiten, was mehr als 400 Wärmeeinheiten entspricht. Unter diesen Bedingungen strömt also der Dampf aus, indem er das Aequivalent von einem Plus von mehr als 400 Wärmeeinheiten mit sich führt, als er besitzen könnte, wenn er ohne merkliche Geschwindigkeit entwiche.

[1]) Minary und Résal, Recherches expérimentales sur l'écoulement des vapeurs, Ann. des Mines, 5. Folge, Bd. 19, S. 379.

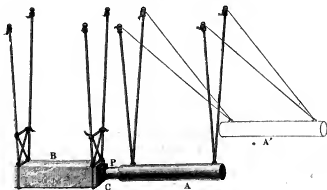
27. Die Versuche Hirn's, das mechanische Aequivalent der Wärme durch Zusammenpressung von Blei durch Stoss zu bestimmen.

Auch folgende Versuche Hirn's können als Beweis für die Aequivalenz von kinetischer Energie und Wärme angesehen werden.

Wir geben in der Hauptsache die Darstellnng wieder, durch welche Hirn in seinem Werke: Théorie Mécaniqne de la chaleur Bd. I, S. 58 bis 62 seine Experimente geschildert hat.

A ist ein schwerer eiserner Balken von 350 Kg Gewicht; derselbe ist an zwei Schnüren derart horizontal aufgehängt (wie Figur 18 erläutert), dass er genöthigt ist, sich in einer verticalen Ebene zn bewegen. Dieser Balken wirkt als Widder. *B* ist ein rechtwinklig geschnittener Steinblock von 941 Kg Gewicht und ist in gleicher Weise wie der erste Balken, und zwar so anfgehangen, dass er sich in derselben oder wenigstens in einer sehr nahe liegenden parallelen Ebene bewegen muss.

Fig. 18.



Diese Steinmasse diente als Ambos. Um dieselbe vor Zertrümmerung zu schützen, war ihre Vorderseite mit einer dicken schmiedeeisernen Platte überzogen. Der Widder konnte durch eine geeignete Vorrichtung in beliebige und genau gemessene Höhen gehoben werden. Der Rückstoss des Amboses nach dem Stosse wurde sehr genau durch einen Zeiger angegeben, der durch denselben verschoben wurde und dann an seinem Platze verblieb.

Da der Abstand des Schwerpunktes des Steinblockes vom Aufhängungspunkte desselben durch Schwingungsversuche bestimmt worden und mithin bekannt war, so ergiebt sich die Höhe, um welche der

Block gehoben worden ist, aus der leicht abzuleitenden Formel (siehe Figur 19):

Fig. 19.

$$h = L - \sqrt{L^2 - R^2},$$

worin L der Abstand des Schwerpunktes vom Aufhängungspunkte und R die horizontale Verschiebung des Zeigers ist.

Ein Beobachter bemerkte gleichzeitig den Rückschlag oder die Höhe des ersten Wiederaufsteigens des Widders nach dem Stosse.

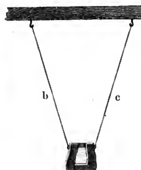
Somit kennt man aus diesen Daten genau die kinetische Energie, welche der Widder im Momente des Stosses besitzt, und ebenso die Antheile derselben, welche nach dem Stosse auf den Ambos übergegangen und im Widder selbst zurückgeblieben sind; hieraus lässt sich leicht der Theil lebendiger Kraft oder Arbeit berechnen, welche scheinbar beim Stosse verschwunden, in Wirklichkeit aber zur Erwärmung und Verdichtung des Bleies verwendet worden ist.

Die Bleistücken hatten Gestalten, welche im Längsschnitt durch Figur 20 angedeutet sind, der Querschnitt war durchaus kreisförmig. Das cylindrische Loch a war angebracht, um Wasser einfüllen und das Thermometer einführen zu können. Die Fäden b und c befanden sich an dem Blocke, um ihn sofort nach dem Stosse an einem Gestelle in der Weise aufhängen zu können, wie dies Figur 21 zeigt.

Fig. 20.



Fig. 21.



Die Versuche wurden in folgender Weise angestellt. Der Ambos befand sich in Ruhe und der Widder wurde auf eine genau bestimmte Höhe gehoben, der Bleiklotz wurde auf einem Tischchen horizontal aufgelegt, so dass seine Axe genau in die Verlängerungen der Axen des Amboses und der Gleichgewichtslage des Widders fielen. Nun führte man in diesen Bleiklotz ein Thermometer ein und wartete bis die Temperatur constant geworden war, diese sah man als die Temperatur θ des Bleies vor dem Stosse an.

Nachdem das Thermometer entfernt war, liess man den Widder nieder fallen. Im Augenblicke des Stosses liess der Beobachter den Zeiger einer Secundenuhr laufen. Alsdann entfernte man mittelst der bei-

den Fäden *b* und *c* das Bleistück, hing es in der vorhin angedeuteten Weise an dem dazu bestimmten Gestelle auf, füllte den Hohlraum mit Wasser von 0 Grad, führte das Thermometer ebenfalls in denselben ein und rührte langsam um. Am Ende der vierten Minute, vom Momente des Stosses an gerechnet, zeichnete man die Angabe des Thermometers auf; nach weiteren vier Minuten wiederholte man dies, um die Abkühlung durch die Strahlung zu beobachten. Ein frei im Experimentirzimmer aufgehangenes Thermometer gestattete die Temperatur der umgebenden Luft zu messen.

Die Anführung eines einzigen numerischen Beispieles wird genügen, um das Verständniss dieser interessanten Versuche zu vervollständigen.

Höhe des Falles des Widders	$H = 1{,}166$ m
Höhe, bis zu der er nach dem Stosse aufstieg	$h = 0{,}087$ m
Höhe, um welche sich der Ambos nach dem Stosse erhob	$h' = 0{,}103$ m
Gewicht des Bleiblockes	$G = 2{,}948$ Kg
Temperatur θ vor dem Stosse	$\theta = 7{,}873^0$ C.
Temperatur 4 Minuten nach dem Stosse	$\theta' = 12{,}1\ ^0$ C.
" 8 " " " "	$\theta'' = 11{,}75^0$ C.
" der umgebenden Luft . .	$\vartheta = 8{,}8\ ^0$ C.
Gewicht des Wassers von 0^0, welches in den Bleiblock geschüttet wurde . .	0,0185 Kg.

Mit Hülfe dieser Werthe lässt sich das mechanische Aequivalent der Wärme leicht bestimmen.

Die auf das Zusammendrücken des Bleies verwendete Arbeit beträgt:

$$L = 1{,}166 \,.\, 350 - 0{,}103 \,.\, (941 + 2{,}95) - 0{,}087 \,.\, 350 = 280{,}42$$

Kilogrammmeter.

Nun fragt es sich, wie hoch ist das Blei durch den Stoss erwärmt worden. Sei R die Geschwindigkeit der Abkühlung des Bleiklotzes und des Wassers pro Zeiteinheit, bei 1 Grad Temperaturdifferenz zwischen ihm und der Luft.

So ist:

$$- R \,.\, dt \,.\, (\theta - \vartheta) = d\theta,$$

wenn dt das Zeitelement, θ die Temperatur des Bleies und ϑ die der Luft bezeichnet. Diese Gleichung lässt sich auch schreiben:

$$R \,.\, dt = \frac{d\theta}{\vartheta - \theta}.$$

Am Ende eines Zeitraumes T hat man:

$$\int_0^T R \,.\, dt = \int_\theta^{\theta'} \frac{d\theta}{\vartheta - \theta}$$

oder:

$$R\,.\,T = lognat\left(\frac{\theta - \vartheta}{\theta' - \vartheta}\right).$$

Und wenn man von einem Abschnitte T bis zu einem anderen T' integrirt:

$$R\,.\,(T' - T) = lognat\left(\frac{\theta' - \vartheta}{\theta'' - \vartheta}\right).$$

In nnserem Versuche war $T = 4$ Min., $T' = 8$ Min. Mithin muss

$$lognat\left(\frac{\theta - \vartheta}{\theta' - \vartheta}\right) = lognat\left(\frac{\theta' - \vartheta}{\theta'' - \vartheta}\right)$$

sein, woraus folgt:

$$\theta = \vartheta + \frac{(\theta' - \vartheta)^2}{\theta'' - \vartheta}.$$

Da nnn $\theta' = 12{,}1^0$, $\theta'' = 11{,}75^0$, $\vartheta = 8{,}8^0$ war, so folgt hieraus:

$$\theta = 12{,}49^0$$

als Temperatur des Bleies unmittelbar nach dem Stosse.

Die specifische Wärme des benntzten Bleies betrug (vor und nach dem Stosse) 0,0315; das Gewicht Wasser von 0,0185 Kg wurde nm volle 12,49° erwärmt, dagegen das Blei nnr um die Temperaturdifferenz 12,49 — 7,87.

Die prodncirte Wärmemenge beträgt demnach:

$$\theta = 0{,}0315\,.\,2{,}948\,.\,(12{,}49 - 7{,}87) + 0{,}0185\,.\,12{,}49 = 0{,}65955$$

Wärmeeinheiten.

Hieraus folgt:

$$J = \frac{L}{Q} = \frac{280{,}42}{0{,}65955} = 425{,}2.$$

Der Stoss des Widders brachte nnr einen sehr dumpfen und schwachen Ton hervor, so dass man wohl den Verlnst, welcher dnrch Erregung von Schallschwingungen entstehen kann, als vernachlässigbar ansehen kann. Die gesammte Arbeit ist also zur Zusammenpressung des Bleies verwendet worden.

Ein Theil derselben ist freilich auf Verdichtung des Bleies und auf Deformation desselben verwendet worden. Das Blei befindet sich somit zn Anfang und zu Ende des Versnches nicht genan in demselben Zustande, nnd hierin liegt eine schwache Stelle der Hirn'schen Versuche. Auch könnte man einwenden, dass es eines Nachweises bedurft hätte, dass weder der Widder, noch der Ambos an den Berührungsstellen eine merkliche Erwärmung erfahren hätte.

Wenn man anch dieser Versuchsweise Hirn's nicht ein gleiches Gewicht, als einer der von Joule gelieferten, beilegen kann, so können dieselben doch als beachtenswerthe Bestätigung des Grundsatzes zwischen Energie und Wärme angesehen werden.

Der Mittelwerth dieser Versnche, 425, stimmt auch mit dem Joule'schen vollkommen überein.

28. Versuche von Edlund über Wärmeerscheinungen, welche entstehen, wenn bei Volumenänderungen fester Körper Arbeit geleistet wird[1]).

Die Versuche Edlund's führen zu denselben Schlussfolgerungen, wie die beiden Arbeiten von Hirn, sie bieten ausserdem das Interesse dar, dass es ebenfalls möglich ist, die numerischen Resultate der Experimente bis zu einem gewissen Punkte mit den Voraussagungen der Theorie zu vergleichen.

Edlund hatte sich vorgenommen, eine noch wenig studirte Wärmeerscheinung zu untersuchen, nämlich die Entwickelung oder Absorption von Wärme, welche bei der Verkürzung oder Verlängerung eines gespannten Metalldrahtes stattfindet.

Der Gedankengang, welcher diese Versuche veranlasste, geht aus den einzelnen Messungen hervor, aus welchen sich jede Beobachtungsreihe zusammensetzt:

1. Es wurde die Wärmemenge bestimmt, welche ein Draht absorbirt, wenn sich derselbe verlängert, während gleichzeitig ein an seinem Ende aufgehangenes Gewicht um eine gegebene Höhe herabsinkt.

2. Wurde die Wärmemenge gemessen, welche der Draht entwickelt, wenn er sich um eine der vorhergegangenen Verlängerung gleiche Grösse verkürzt und hierbei dasselbe Gewicht hebt.

3. Beobachtete man die Wärmemenge, welche vom Drahte erzeugt wird, wenn er sich verkürzt, ohne dass ein merkliches Gewicht von demselben gehoben wird.

Die beiden ersten Grössen müssen unter sich geich, aber kleiner als die dritte sein.

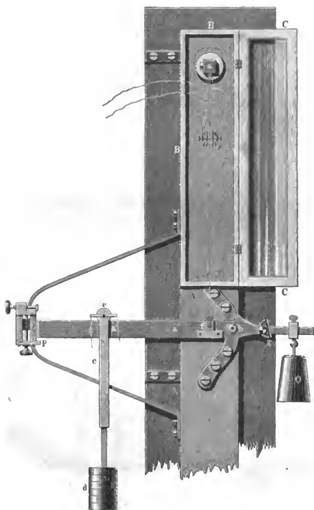
Selbstverständlich wurde dafür Sorge getragen, dass die Längenänderungen nur innerhalb der Elasticitätsgrenze stattfanden.

Die Metalldrähte, mit denen experimentirt wurde, waren bei den Versuchen an ihrem oberen Ende an einem kurzen eisernen Arme a (Figur 22) befestigt, der selbst von einem dicken eichenen Balken A getragen wurde, und dieser war vertical in einen Thürrahmen eingelassen. Am unteren Ende der Drähte war eine stählerne Klammer festgeschraubt, die von einem horizontalen Loche durchbohrt war; diese Klammer legte sich zwischen die beiden Arme einer metallischen Gabel f, welche an dem um die horizontale Axe b drehbaren, hölzernen Hebel $a'a''$ befestigt war. Wenn man einen passenden Stahlstift durch die beiden Löcher, die in den Armen der Gabel angebracht waren, und durch das Loch der Zange f

[1]) Gelesen in der Akademie zu Stockholm am 14. November 1860, ferner Pogg. Ann. Bd. 114, S. 1 bis 40.

hindurchsteckte, so verband man das untere Ende des Drahtes unveränderlich mit dem Hebel $a'a''$. Durch ein Gegengewicht O, welches auf

Fig. 22.

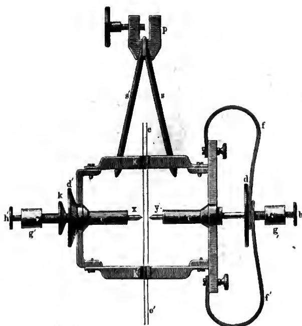


der anderen Seite der Axe b angehangen wurde, gab man dem Hebel eine solche Stellung, dass, wenn seine andere Seite unbelastet war,

die vorhergehende Operation sich vornehmen liess, ohne den Draht wesentlich spannen zu müssen. Auf dem Hebel konnte ein Messingstück *c*, welches die Gewichte *d* trug, auf einer kleinen Rolle *e* verschoben werden; hierdurch wurde der Hebel bewegt und dem Drahte eine Verlängerung ertheilt. Zuerst stellte man die Rolle *e* nebst den daran hängenden Stücken *c* und *d* senkrecht über die Axe *b*; hierauf liess man dieselbe gegen das Ende *p* gleiten. Diese Bewegung konnte leicht mit Hülfe der Schnuren bewerkstelligt werden, die an *e* befestigt waren; um dieser Bewegung möglichst wenig Widerstand zu bieten, war die obere Fläche des Hebels sorgfältig polirt. Die Winkel, um die sich durch eine solche Verschiebung des Gewichtes der Hebel gedreht hatte, wurden mit Hülfe eines Spiegels *g* gemessen, in welchem man die Verschiebung des Bildes einer getheilten verticalen Scala beobachtete. Es war leicht, daraus den absoluten Werth der Verlängerung des Drahtes abzuleiten; die Einrichtung war übrigens so getroffen, dass die Verlängerung des Drahtes ohne Weiteres der Anzahl Scalentheile proportional gesetzt werden konnte, welche bei einer Verschiebung des Gewichtes das Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres passirten.

Um den Draht so viel als möglich vor zufälligen Temperaturänderungen zu schützen und ihm in seiner ganzen Länge eine nahezu

Fig. 23.



gleichförmige Temperatur zu geben, war derselbe von einem Glasgehäuse *B* umgeben (in der Figur offen dargestellt), das innen mit Stanniol ausgekleidet war.

Zur Bestimmung der Wärmemengen, welche bei der Ausdehnung und Verkürzung der Drähte absorbirt oder entwickelt wurden, bediente sich Edlund einer thermoelektrischen Zange von besonderer Construction (in Figur 20 mit *z* bezeichnet). Dieselbe maass genau die Erniedrigung oder Erhöhung der Temperatur des Metalldrahtes, an dem sie angebracht wurde. Der thermoelektrische Apparat (Figur 23) bestand [1]) aus einem cylindrisch abgedrehten Antimonkrystall *x* und einem ebenso geformten Wismuthkrystall *y*; diese waren in einen Rahmen eingelassen, welcher durch die zwei Elfenbeinstäbe *k* und *k'* und die beiden Messingstücke *b* und *b'* gebildet wurde. In diesen Messingstücken *b* und *b'* sind die thermoelektrischen Metalle *x* und *y* mit Hülfe der Kupferstücken *c* und *c'* befestigt. *c* ist unbeweglich, dagegen kann *c'* mittelst der Schraube *d'* nach oben und unten verstellt werden. Die kupfernen Cylinder *c* und *c'*, in denen sich die Metalle der thermoelektrischen Säule befinden, sind hohl. An dem vom Versuchsdrahte *ee'* entfernteren Ende von *c'* ist innen ein Schraubengewinde eingeschnitten; in dieses wird die Kupferschraube *g'* eingeschraubt, an welche sich das Thermometall *x* leitend anlegt. Man kann also mit Hülfe von *g'* das Metallstück *x* vor- und rückwärts schieben. *h* und *h'* dienen lediglich zum Festhalten der Leitungsdrähte, welche nach dem Multiplicator führen. Die Schraube *g* wird von den Stahlfedern *f* und *f'* gegen das andere Metallstäbchen *y* des Thermoelementes gedrückt. Will man diesen Druck verändern, so braucht man nur die Federn durch die Schraube *d* mehr oder minder zu spannen. Da der Druck der Metallstäbchen *x* und *y* gegen den Draht *ee'* sehr schwach war, so wurde, um das Herabfallen der Zange zu verhindern, dieselbe noch durch Kautschukfäden *s* und *s'* getragen, die an einer Klemmschraube *p* befestigt waren. Diese Klemmschraube wurde über dem oberen Ende des Drahtes an den Arm *a* geschraubt.

Die beiden Federn *f* und *f'* pressten die beiden Metallstücke *x* und *y* deshalb nur mit sehr schwachem Drucke an den Metalldraht, damit das Stück des Drahtes, welches sich zwischen den Enden der Thermosäule befand, sich möglichst ungehindert ausdehnen und zusammenziehen konnte. Als Galvanometer diente ein Spiegelmultiplicator mit astatischer Nadel.

Wenn ein Versuch ausgeführt werden sollte, liess man rasch das Gewicht *d* von der Axe *b* bis zum Ende *p* des Hebels laufen und notirte die Winkelverschiebung des Hebels und die Amplitude des ersten Ausschlages der Galvanometernadel. Diese Amplitude diente als Maass der Temperaturerniedrigung des Drahtes. Bekanntlich sind für kleine Ab-

[1]) Bei seinen ersten Versuchen bediente sich Edlund einer etwas anders construirten thermoelektrischen Vorrichtung.

lenkungen die Ausschläge den entwickelten Wärmemengen proportional[1]). Wenn die Nadel wieder die alte Gleichgewichtslage angenommen hat, dann ist der Draht auch wieder auf der Temperatur der Umgebung angelangt.

War dies eingetreten, so liess man das Gewicht d wieder bis nach b aufsteigen und notirte nun ebenfalls die Temperaturerhöhung, die von der Verkürzung des Drahtes herrührte.

Wenn wiederum Temperaturgleichheit eingetreten war, brachte man eine zweite, der ersten gleiche Verlängerung des Drahtes durch einen zweiten Fall des Gewichtes d hervor; wenn aber diesmal das Temperaturgleichgewicht hergestellt war, zog man, anstatt von Neuem das Gewicht gegen die Axe aufsteigen zu lassen, den kleinen Stahlstift heraus, welcher die Zange f mit dem Hebel $a'a''$ fest verband; das Ende p des Hebels fiel auf das Hinderniss, das ihm, wie die Figur 22 zeigt, gegenüber stand; der Draht kehrte auf seine ursprüngliche Länge zurück und man beobachtete die Temperaturerhöhung, welche dieser Verkürzung entsprach.

Man beobachtete auf diese Weise die beiden Temperaturänderungen, welche nach einander durch eine Verlängerung und eine Verkürzung, die von einer Arbeit begleitet waren, hervorgebracht wurden. Die Arbeit ist negativ im Falle einer Verlängerung, positiv im Falle einer Verkürzung, in beiden Fällen ist ihr absoluter Werth gleich dem Producte aus dem bewegten Gewichte mit der Verlängerung oder Verkürzung.

Im dritten Versuche wurde die Temperaturänderung durch eine Verkürzung hervorgebracht, welche zwar der vorhergehenden gleich, aber von keiner erheblichen äusseren Arbeit begleitet war; die Arbeit der Schwere reducirte sich in diesem Falle auf die sehr kleine Verschiebung, welche das aus dem Drahte und der thermoelektrischen Zange gebildete System erleidet. Diese Arbeit aber ist vernachlässigbar gegen die Arbeit, um die es sich in den beiden ersten Versuchen handelt. Die Temperaturänderungen, welche man beobachtet hat, sind für denselben Draht und in derselben Versuchsreihe den entsprechenden, entbundenen oder absorbirten Wärmemengen proportional.

Wir halten es nicht für überflüssig, den Beweis mit aufzunehmen, den Edlund für seine Behauptung beigebracht hat, da die Zulässigkeit der ganzen Versuchsweise wesentlich davon abhängt, ob man diese letzte Annahme für richtig halten darf oder ob nicht. Nehmen wir an, der Ausschlag sei eine beliebige Function f der entwickelten Wärmemenge. Wir bezeichnen mit X den Ausschlag, den man beobachtet, wenn das Gewicht d vom Ende des Hebels bis zur Axe geführt wird; die hierbei producirte Wärmemenge sei V. So ist:

$$X = f(V).$$

[1]) Der Beweis hierfür findet sich in der Originalabhandlung, Pogg. Ann. Bd. 114, S. 7.

Haben nun x', x'', x''' und v', v'', v''' entsprechende Bedeutungen, wenn man das Gewicht vom Ende des Hebels bis zu einem Punkt a', dann von a' bis zu einem weitergelegenen Punkt a'' und schliesslich von a'' bis zur Drehaxe b bewegt, dann gilt in ähnlicher Weise wie vorhin:

$$x' = f(v');\ x'' = f(v'');\ x''' = f(v''').$$

Wirkliche Versuche ergaben nun folgende Galvanometerausschläge:

$$x' = 23{,}13;\ x'' = 25{,}88;\ x''' = 14{,}88$$

und

$$X = 63{,}56,$$

als Mittel aus je 8 einzelnen unter sich gleichen Versuchen.

Nun ist aber:

$$23{,}13 + 25{,}88 + 14{,}88 = 63{,}89,$$

d. h. man findet experimentell:

$$x' + x'' + x''' = X.$$

Dies giebt die Gleichung:

$$f(v') + f(v'') + f(v''') = f(V).$$

Die Wärme, welche sich entwickelt, wenn man das Gewicht vom Ende p bis zur Axe b führt, muss aber gleich der Summe der Wärmemengen sein, welche entbunden werden, wenn man das Gewicht von p bis a', dann von a' bis a'' und schliesslich von a'' bis zur Axe führt.

Es muss somit stets

$$v' + v'' + v''' = V$$

sein. Hierdurch geht die vorgehende Gleichung in die Functionalgleichung über:

$$f(v') + f(v'') + f(v''') = f(v' + v'' + v''').$$

Dieser Bedingung wird genügt, wenn:

$$X = f(v) = m \,.\, v$$

und m eine Constante ist. Man findet also, dass unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen der Ausschlag wirklich der erzeugten Wärmemenge proportional ist.

Die erste Versuchsreihe bezog sich auf einen Stahldraht (eine Claviersaite) von 0,00114 m Durchmesser und ungefähr 0,590 m Länge. Die erhaltenen Resultate sind in folgender Tabelle wieder gegeben; u, u', u'' bedeuten die drei Ausschläge der Galvanometernadel, welche den drei Abschnitten des oben beschriebenen Versuches entsprechen, und p ist die Belastung der Hebelstange.

p	u	u'	u''	$\dfrac{u'' - \dfrac{u + u'}{2}}{p^2}$
11,848	46,5	46,0	96,5	0,66
6,665	29,3	27,1	41,6	0,67
8,393	33,9	33,2	54,5	0,61
10,242	42,2	42,2	74,0	0,68
13,758	56,0	54,7	116,1	0,70

Aus diesen Zahlen ergiebt sich zunächst, dass, in vollkommener Uebereinstimmung mit der Theorie, u und u' innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler gleich gross sind.

Unter allen anderen Gesetzen, welche die Durchsicht dieser Tafel erkennen lässt, muss das, welches sich auf die Constanz der Zahlen der letzten Columne bezieht, vor allen unsere Aufmerksamkeit auf sich ziehen. Wir bemerken zunächst, dass die Werthe von u'' immer sehr viel höher, als die von u oder u' sind, was andeutet, dass, sobald sich der Draht zusammenzieht, ohne äussere mechanische Arbeit zu leisten, mehr Wärme entwickelt wird, als wenn er sich zusammenzieht, während er gleichzeitig ein Gewicht hebt. Es ist leicht einzusehen, dass der Ausdruck $u'' - \frac{u + u'}{2}$ als Maass des Ueberschusses der im ersten Falle entbundenen Wärme über die im zweiten Falle entwickelte Wärme angesehen werden kann.

Dieser Ueberschuss muss nach der Theorie proportional der mechanischen Arbeit sein, welche geleistet wird, wenn sich der Draht zusammengezogen hat, während er ein Gewicht hebt. Diese Arbeit ist proportional dem Quadrate der Belastung, denn sie ist das Product aus der Verlängerung und der Last; die Verlängerung eines Drahtes ist aber bekanntlich selbst proportional dem Gewichte, welches die Verlängerung bewirkt.

Der Theorie nach muss also der Ausdruck $u'' - \frac{u + u'}{2}$ dem Quadrate von p proportional sein; dies ist aber genau das Resultat, was die Zahlen der fünften Verticalreihe nachweisen.

Andere Versuche, die mit Drähten von Silber, Neusilber, Messing, Platin, Aluminiumbronze angestellt wurden, haben alle zu demselben Resultate geführt.

Edlund macht die Bemerkung, dass, wenn ein Metall sich zusammenzieht, während es eine äussere Arbeit leistet, die gleich derjenigen ist, welche aufgewendet werden musste, um es auszudehnen, die Moleküle ohne Geschwindigkeiten in ihre ursprünglichen Gleichgewichtslagen zurückkehren, weil die Spannung des Drahtes in demselben Verhältnisse wie die Verlängerung abnimmt. Wenn aber im Gegentheil die Contraction stattgefunden, ohne dass eine äussere Arbeit geleistet wird, so beschleunigt sich die Bewegung der Moleküle bis sie in ihre Gleichgewichtslage gelangen und sie kommen in derselben mit einem Zuwachs von lebendiger Kraft an, den man identisch mit dem Ueberschuss von entbundener Wärme ansehen kann. Man würde sagen können, dass die äussere mechanische Arbeit die Bildung einer gewissen Wärmemenge hindert, die sich sonst entwickelt haben würde.

Um aus den Versuchen Edlund's einen Werth des mechanischen Aequivalents der Wärme abzuleiten, müsste man in absoluten Grössen die Menge der absorbirten oder entbundenen Wärme bestimmen können.

Dies würde fordern, dass man einer gewissen Zahl von Einflüssen Rechnung trüge, die sehr schwer zu ermitteln sind. So ist es klar, dass die Art, auf welche die Wärme des Drahtes sich der Zange mittheilt, von der Natur des Drahtes und von dem Drucke abhängt, den die Zange auf den Draht ausübt.

Dieser Druck übt selbst einen anderen Einfluss; er hindert die Längenänderung desjenigen Theiles des Drahtes, der zwischen die beiden Backen der Zange gefasst wird, und vermindert folglich die Temperaturänderungen, die in diesem Theile statthaben, und dies sind ja gerade diejenigen, welche der Versuch zeigen soll. Immerhin weisen schon diese schönen Versuche überzeugend nach, dass die bei der Ausdehnung oder Contraction eines Metalles consumirte oder producirte Arbeit der gleichzeitig producirten oder absorbirten Wärme proportional ist.

29. Späterhin hat Edlund auch noch Versuche [1]) mitgetheilt, in welchen er in Graden der hunderttheiligen Scala den Werth der Temperaturänderungen bestimmt hat, welche stattfanden, sowohl wenn ein Draht sich verkürzte, während er eine Arbeit leistete, als wenn er sich verkürzte, ohne dabei eine erhebliche Arbeit hervorzubringen.

Er bediente sich dann der so gefundenen Zahlen, um das mechanische Aequivalent der Wärme aus diesen Versuchen zu berechnen.

Die Bestimmung der Temperaturänderungen der Drähte in Graden mit Hülfe der schon früher angewendeten thermoelektrischen Vorrichtung war ungemein schwierig. Es musste zunächst bestimmt werden, welcher Temperaturänderung in Graden ein bestimmter Ausschlag des Galvanometers überhaupt entsprach; ferner musste der Wärmeverlust durch Abkühlung ermittelt und berücksichtigt werden, und endlich war es nöthig bei jedem einzelnen Versuche auch den Leitungswiderstand im Stromkreise des Thermoelementes und Multiplicators zu messen.

Denn je nachdem die Berührung der beiden Metallstücke x und y (Fig. 23) des Thermoelementes mit dem Versuchsdrahte eine mehr oder weniger innige war, je nachdem war auch der Widerstand im Stromkreise und damit auch der Ausschlag des Multiplicators verschieden. Ehe man die Ausschläge benutzen konnte, mussten sie auf gleichen Widerstand im Leiterkreise reducirt werden.

All diese Schwierigkeiten hat Edlund mit ausserordentlichem Geschick überwunden [2]).

Er untersuchte einen Silber-, einen Kupfer- und einen Messingdraht.

---

[1]) Edlund: Quantitative Bestimmung der bei Volumenänderung der Metalle entstehenden Wärmephänomene und des mechanischen Wärmeäquivalentes, unabhängig von der inneren Arbeit des Metalles. Gelesen in der königl. Akademie der Wissenschaften zu Stockholm am 10. Mai 1865; abgedruckt in Pogg. Ann. Bd. 125, S. 539 bis 572.

[2]) Genaueres sehe man in der Originalabhandlung l. c. S. 545 bis 550.

Die Länge derselben betrug immer 0,566 m; das Gewicht von einem Meter jedes Drahtes ist in nachstehender Tabelle mit g bezeichnet.

p bedeutet das Gewicht, mit welchem der Hebel $a'a''$ des bekannten Apparates (siehe Figur 22) belastet wurde; dasselbe ist ausgedrückt in Kilogrammen.

c_p gebranchen wir, wie gewöhnlich, für die specifische Wärme bei constantem Drucke. Edlund benutzte zur Berechnung seiner Resultate die Zahlen, welche Regnault für c_p gegeben hat.

$\varDelta t$ endlich ist die Abkühlung oder Erwärmung, welche der Draht bei einer Verlängerung oder Verkürzung um eine Strecke y erfahren hat, während gleichzeitig Arbeit gewonnen oder geleistet wurde. Diese Grösse $\varDelta t$ wnrde zuerst auf experimentellem Wege ermittelt; aus diesen Versuchsresultaten wnrde unter Benntzung einer Thomson'schen Formel, auf die wir später bei Besprechnng der Wärmeerscheinnngen bei Volumenänderungen fester Körper znrückkommen, eine Art von Interpolationsformel abgeleitet. Aus dieser Formel wnrden die Erwärmungen für die in den Versuchen wirklich vorkommenden Bedingnngen alsdann berechnet. Da die aus der Formel berechneten Zahlen trefflich mit den beobachteten übereinstimmen, so braucht man an diesem Verfahren keinen Anstoss zu nehmen.

Schliesslich bezeichnet m den Ausschlag am Multiplicator, wenn sich der Draht mit Verrichtnng mechanischer Arbeit zusammenzog, n den Ausschlag, wenn sich der Draht zusammenzog, ohne eine merkliche Arbeit zn leisten.

Es war in diesen Bezeichungen für:

	g	p	y	c_p	$\varDelta t$	m	n
Silber:	0,00985	2,453	0,001497	0,05701	0,3246° C.	30,78	42,14
Kupfer:	0,00777	2,470	0,001229	0,09515	0,2391° C.	28,55	37,81
Messing:	0,01604	3,220	0,001413	0,09535	0,2366° C.	37,97	51,63

$\varDelta t$ ist also, wie wir schon erwähnten, die Temperaturzunahme, welche der Draht erfährt, wenn er eine äussere Arbeit leistet, während er sich znsammenzieht; m ist der dieser Temperaturänderung entsprechende Ausschlag am Multiplicator. Will man den Temperaturzuwachs x berechnen, welcher der geleisteten Arbeit entspricht, so muss man den dieser Erwärmung entsprechenden Ausschlag $n-m$ in Wärmegrade nmrechnen; dies geschieht mit Hülfe der Proportion:

$$\varDelta t : x = m : n-m,$$

woraus sich ergiebt:

$$x = \frac{\varDelta t . (m-n)}{m}.$$

Die prodncirte Wärmemenge Q selbst in Calorien findet man, wenn das Product ans dem Gewichte G des Drahtes, der specifischen Wärme c und der Temperaturerhöhung x gebildet wird; d. h. es ist:

$$Q = G . c_p . x.$$

Nun ist aber:

$$G = 0{,}566 \,.\, g$$

und mithin, wenn man auch für x seinen Werth einsetzt:

$$Q = \frac{0{,}566 \,.\, g \,.\, c_p \,.\, \Delta t \,.\, (n-m)}{m}.$$

Die Arbeit L, welche dieser producirten Wärmemenge Q entspricht, ist:

$$\int_0^y \pi \,.\, dy,$$

wenn y die Verlängerung des Drahtes und π das den Draht streckende Gewicht bedeutet.

Bekanntlich ist die Dehnung dem streckenden Gewicht proportional, folglich:

$$y = k \,.\, \pi,$$

worin k ein constanter Factor ist.

Dann ist:

$$L = \int_0^y \frac{y}{k} \cdot dy = \frac{1}{2\,k} \cdot y^2;$$

führt man hierin wieder:

$$\pi = \frac{y}{k}$$

ein, so ist:

$$L = \frac{1}{2}\, \pi \,.\, y.$$

Nun ist aber π aus der Belastung p des Hebels $a'a''$ und aus der Länge der Hebelarme leicht zu berechnen. Der Abstand von der Hebelaxe bis zum Ende des Hebels war bei Edlund's Apparat 9,2 Mal so gross, wie der von der Axe bis zum Befestigungspunkte des Metalldrahtes. Um das Gewicht π zu erhalten, womit in Wirklichkeit der Draht gestreckt wurde, mussten demnach die unter p in der Tabelle angegebenen Zahlen mit 9,2 multiplicirt werden. Das Eigengewicht des Hebels kam nicht in Frage, da dieses (man sehe Fig. 22 S. 223) durch das Gegengewicht o vollkommen balancirt war.

Es ist demnach:

$$\pi = 9{,}2 \,.\, p,$$

und folglich:

$$L = \frac{9{,}2 \,.\, y \,.\, p}{2}.$$

Schliesslich muss:

$$\frac{L}{Q} = J$$

gleich dem mechanischen Aequivalente der Wärme sein.

Es wurde auf diese Weise aus den vorhin angegebenen Zahlen J berechnet, und es ergab sich für:

Silber	$J = 444$	Kilogrammmeter
Kupfer	$J = 430$	„
Messing	$J = 428$	„
im Mittel	$J = 434$	„

Man muss dies als eine sehr befriedigende Annäherung an den wahren Werth von J ansehen; denn man muss berücksichtigen, dass eine grosse Anzahl einzelner, unter sich unabhängiger Bestimmungen in die Berechnung der Grösse Q eingeht, und dass die Werthe Δt nicht direct gemessen, sondern aus einer Interpolationsformel abgeleitet sind, und man muss ferner in Betracht ziehen, dass die specifischen Wärmen der zu den Versuchen dienenden Drähte wesentlich von den durch Regnault gegebenen Zahlen abweichen können.

Es braucht aber wohl kaum hinzugefügt zu werden, dass der Fehler in der Bestimmung des mechanischen Aequivalentes der Wärme nicht von der inneren Arbeit herrühren kann; denn wenn die Dehnungen innerhalb der Elasticitätsgrenze stattfinden, so sind die relativen Lagen der Moleküle jedesmal, wenn die Gleichgewichtslage und ursprüngliche Länge wieder erreicht ist, dieselben, mag der Draht mit Arbeitsleistung oder ohne eine solche in diese Gleichgewichtslage gelangt sein.

30. Anwendung der Ergebnisse des vorhergehenden Capitels auf calorimetrische Versuche.

Aus allen diesen Betrachtungen, mit denen wir uns in dem letzten Abschnitte beschäftigt haben, geht hervor, dass jede calorimetrische Messung, in welcher eine einigermaassen beträchtliche Aenderung der äusseren Energie stattfindet, ein mangelhafter Versuch ist. Es sind dies Versuche, welche dem bekannten Experimente von Hirn analog sind, in welchem ein Theil der aufgenommenen Wärme das Aequivalent einer nicht näher bestimmten mechanischen Erscheinung ist.

Es ist nicht ohne Interesse, zu untersuchen, in welchem Maasse diese Bemerkung auf die bis auf den heutigen Tag ausgeführten calorimetrischen Bestimmungen Anwendung findet.

Die von Regnault ausgeführten Messungen der latenten Wärme halten jeder Kritik Stand. Bei seiner Versuchsmethode sind beide Phasen, in welche jedes Experiment zerfällt, vollkommen bestimmt; zuerst verwandelt sich Wasser von Null Grad in gesättigten Dampf von der Temperatur T, gleichzeitig verschiebt sich der Angriffspunkt einer äusseren Kraft, welche immer gleich der Maximalspannung ist, welche der augenblicklichen Temperatur entspricht, um eine bestimmte Grösse; hierauf wird der so gebildete Dampf wieder zu Wasser von der Temperatur

Null, und bei diesem zweiten Vorgange leistet die äussere Kraft eine Arbeit, welche der vorigen genau gleich ist, aber entgegengesetztes Vorzeichen besitzt.

Die in der zweiten Hälfte des Versuches gewonnene Wärmemenge ist mithin genau der gleich, die in der ersten Hälfte des Experimentes aufgewendet worden war, und diese Grösse ist es, die man messen will und latente Wärme nennt.

Genau ebenso verhält es sich mit den Bestimmungen der specifischen Wärme unter constantem Drucke. Während sich das Gas im Calorimeter abkühlt, leistet der äussere Druck eine ziemlich beträchtliche positive Arbeit; aber diese Arbeit ist durch die Ausdehnungsgesetze der Gase vollkommen bestimmt, ihr Einfluss ist stets leicht zu bestimmen; die Arbeitsleistung beeinträchtigt folglich den Werth der experimentellen Bestimmungen nicht. Man weiss, dass es in der specifischen Wärme eines Gases bei constantem Drucke einen Theil giebt, welcher der Arbeit äquivalent ist, die der Druck leistet, während sich das Gas, in Folge der Temperaturerhöhung um einen Grad, ausdehnt.

III.

ANWENDUNG DES PRINCIPES VON DER ÄQUIVALENZ ZWISCHEN WÄRME UND ARBEIT AUF DAS STUDIUM DER GASE.

A. Vollkommene Gase.

1. Die Wärmemenge, welche einer endlichen Zustandsänderung entspricht.

Zieht man nur vollkommene Gase in den Kreis der Betrachtungen, das heisst solche, welche das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz:

$$p \,.\, v = p_0 \cdot v_0 \,.\, (1 + \alpha \,.\, t) \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

vollkommen erfüllen, so schliesst das Princip der Aequivalenz zwischen Wärme und Arbeit fast Alles in sich ein, was die mechanische Wärmetheorie überhaupt über dieselben lehrt. Es ist daher am einfachsten, mit ihnen das Studium zu beginnen. Ausserdem besitzt dieser Weg den Vorzug, in seinem Verlaufe naturgemäss auf den zweiten Hauptsatz dieser Theorie zu führen, einen Satz, der nur mit Hülfe von Betrachtungen gewonnen werden kann, die wesentlich verschieden von denjenigen sind, mit denen wir uns bisher beschäftigt haben.

Die Wärmemenge Q, welche aufgewendet werden muss, um eine endliche Aenderung des Zustandes der Gewichtseinheit Gas herbeizuführen, ist nach einer früher entwickelten Formel (S. 179):

$$Q = \int (l \,.\, dv + c_v \,.\, dt) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Die specifische Wärme c_v unter constantem Volumen ist aber [1]) höchst

[1]) II. Abschnitt, § 18, S. 204.

wahrscheinlich eine Constante, mithin wenn θ die Temperaturveränderung ist, welche das Gas erleidet, so ist:

$$Q = c_v \,.\, \theta + \int l \,.\, dv \quad \ldots \quad 3)$$

Das letzte Integral lässt aber einige Veränderungen zu.

Nach Abschnitt II, § 52, S. 182 ist nämlich:

$$c_p = c_v + l \,.\, \frac{\partial v}{\partial t} \quad \ldots \quad 4)$$

Der Werth $\frac{\partial v}{\partial t}$ lässt sich aber aus der Gleichung 1) ableiten. Zunächst ist:

$$v = \frac{p_0 \,.\, v_0 \,(1 + \alpha \,.\, t)}{p}$$

und hieraus folgt durch partielle Differentiation nach t

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0}{p}.$$

Setzt man dies in die vorige Gleichung 4) ein, so entsteht:

$$c_p = c_v + l \cdot \frac{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0}{p},$$

oder:

$$\frac{c_p - c_v}{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0} \cdot p = l.$$

Substituirt man diesen Werth in 3) und berücksichtigt, dass p_0, v_0 für jedes, und c_p, c_v und α wenigstens für vollkommene Gase constant sind, so erhält man:

$$Q = c_v \,.\, \theta + \frac{c_p - c_v}{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0} \int p \,.\, dv \quad \ldots \quad 5)$$

2. Berechnung von J aus den Eigenschaften der Gase.

Den Ausdruck $\frac{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0}{c_p - c_v}$ hat schon früher Mayer [1]) berechnet. Aus demselben ergiebt sich für:

Luft	=	426,0 Km.
Sauerstoff	=	425,7 „
Stickstoff	=	431,3 „
Wasserstoff	=	425,3 „

Man findet also Werthe, welche nahezu constant und gleich dem von Joule für das mechanische Aequivalent der Wärme gefundenen Werthe, $J = 425$ Km., sind.

[1]) Mayer, Ann. d. Chemie von Liebig und Wöhler 1872, Bd. 42.

Am besten stimmt der Werth überein für Wasserstoff, welches dem idealen Zustande eines vollkommenen Gases bekanntlich am nächsten kommt.

Es erscheint aber auch aus anderen Gründen als höchst wahrscheinlich, dass:

$$\frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{c_p - c_v} = J$$

ist. Das $\int p \cdot dv$ drückt bekanntlich, nach dem was früher (S. 207) gesagt worden ist, die von dem Gase bei seiner Zustandsänderung geleistete äussere Arbeit aus, die wir mit L_{ext} bezeichnen wollen,

$$\int p \cdot dv = L_{ext}.$$

Nehmen wir nun an, dass das Gas seine Anfangstemperatur am Schlusse der Zustandsänderung wieder erlangt hat, d. h. $\theta = 0$, so ist:

$$Q = \frac{c_p - c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot L_{ext}.$$

Da man bei einem vollkommenen Gase von innerer Arbeit absehen kann, so muss der Satz von der Aequivalenz der Wärme und Arbeit auf die Zustandsänderung anwendbar sein, d. h.

$$Q = \frac{1}{J} \cdot L_{ext}$$

und durch Vergleich mit der letzten Formel erhält man:

$$\frac{c_p - c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} = \frac{1}{J} \text{ [1]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

---

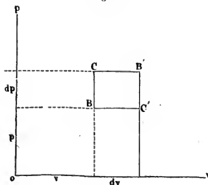
[1] Ein strenger Beweis dieser Relation lässt sich folgendermaassen geben. Geht man aus von dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze und reducirt es anf t, so lautet dasselbe:

$$t = \frac{p \cdot v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} - \frac{1}{\alpha}.$$

Ausserdem setzt man voraus, dass c_p und c_v constant sind.

Man unterwirft nun die Gewichtseinheit Gas, welche sich zuerst im Zustande B befindet, d. h. die Temperatnr t, specifisches Volumen v und den Druck p besitzt, folgender Reihe von Zustandsänderungen:

Fig. 24.



1) Führt man bei constantem Volumen v eine Wärmemenge q_1 zu, so dass p in dp übergeht, so ist:

$$q_1 = c_v \cdot \delta t,$$

wenn δt den entsprechenden Temperaturzuwachs bezeichnet. Nun ist aber

$$\delta t = \frac{\partial t}{\partial p} \cdot dp = \frac{v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot dp,$$

mithin:

a) $$q_1 = \frac{c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot v \cdot dp.$$

2) Ans diesem Zustande C führt man nun durch weitere Wärmezuführ einer Wärmemenge q_2 das Gas bei constantem Drucke $p + dp = p'$ in den Zustand B' über. Man führt also die Temperatur $t + \delta t = t'$ in einc Temperatur $\delta t'$ über, wodurch das Volumen auf $v + dv$ steigt.

Setzt man dies ein, so geht die allgemeine Formel für vollkommene Gase in folgende Gleichung über:

$$Q = c_v \cdot \theta + \frac{1}{J} \cdot \int p \cdot dv \quad \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

Die nöthige Wärmemenge q_2 ist:

$$q_2 = c_p \cdot \delta t'.$$

Die Zustandsgleichung des Gases in C lautet:

$$t' = \frac{p' \cdot v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} - \frac{1}{\alpha},$$

mithin, da p' constant ist:

$$\delta t' = \frac{\partial t'}{\partial v} dv = \frac{p'}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} dv = \frac{p + dp}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot dv.$$

Demnach ist:

$$q_2 = c_p \cdot \frac{p + dp}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot dv.$$

3) Im neuen Zustande B' ist das Gas bestimmt durch seine Temperatur $t'' = t' + \delta t'$, $p' = p + dp$ und $v' = v + dv$, seine Zustandsgleichung lautet also:

$$t'' = \frac{p' \cdot v'}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} - \frac{1}{\alpha}.$$

Man bringt nun durch Wegnahme einer Wärmemenge q_3 das Gas bei constantem Volumen v' von B' nach C', d. h. man reducirt den Druck von p' auf p. Da hierzu eine Temperaturerniedrigung $\delta t''$ nöthig ist, so ist, da v' constant ist,

$$q_3 = c_v \cdot \delta t'',$$

es ist aber:

$$\delta t'' = \frac{\partial t''}{\partial p'} \cdot dp' = \frac{v'}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} dp' = \frac{v + dv}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot dp',$$

also:

$$q_3 = \frac{c_v}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot (v + dv) \cdot dp'.$$

Oder da, wenn man Grössen höherer Ordnung vernachlässigt: $dp' = -dp$, so ist:

$$q_3 = -\frac{c_v (v + dv)}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot dp.$$

4) Aus dem Zustande C' wird das Gas endlich durch Wegnahme einer weiteren Wärmemenge q_4 nach B zurückgebracht, indem man p constant lässt und $v' = v + dv$ durch eine Temperaturverminderung $\delta t'''$ in v überführt. Die Zustandsgleichung ist:

$$t''' = \frac{p \cdot v'}{\alpha_0 \cdot p_0 \cdot v_0} - \frac{1}{\alpha}.$$

Mithin

$$\delta t''' = \frac{\partial t'''}{\partial v'} \cdot dv' = \frac{p}{\alpha_0 \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot dv',$$

wobei $dv' = -dv$ ist. Nun ist aber, da der Druck constant und gleich p ist,

$$q_4 = c_p \cdot \delta t''' = \frac{c_p}{\alpha_0 \cdot p_0 \cdot v_0} \cdot p \cdot dv.$$

Jetzt sind p und v auf ihre alten Werthe zurückgeführt, mithin ist auch t dasselbe wie zu Anfang.

Die aufgewendete Wärmemenge, um das Gas den Weg $BCB'C'B$ durchlaufen zu lassen, ist q:

$$q = q_1 + q_2 - q_3 - q_4.$$

Während dieses Processes ist die Arbeit $dv \cdot dp$ geleistet worden. Nach dem ersten Hauptsatze ist also:

$$q = \frac{1}{J} \cdot dv \cdot dp.$$

Berechnet man nun q, so findet man, wenn die Werthe für q_1, q_2, q_3, q_4 eingeführt werden:

$$q = \frac{1}{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0} \left\{ c_v \, (v \cdot dp - [v + dv] \cdot dp) + c_p \cdot ([p + dp] \cdot dv - p \cdot dv) \right\}$$

eine Formel, welche in etwas anderer Gestalt zuerst von Clausius in seiner Abhandlung: „Bewegende Kraft der Wärme etc." aufgestellt worden ist.

3. Eigenschaften vollkommener Gase.

Schon aus den vorhergehenden Betrachtungen ersahen wir, dass bei einem vollkommenen Gase die durch jede Veränderung geleistete äussere Arbeit proportional der aufgewendeten Wärmemenge ist, wenn Anfangs- und Endtemperatur des Gases einander gleich sind.

Die allgemeine Formel (II. Abschnitt, § 25, S. 216):

$$J \,.\, Q = U + S$$

oder

$$Q = \frac{1}{J} \,.\, U + \frac{1}{J} \,.\, S$$

kann für ein vollkommenes Gas, welches sich ausdehnt, ohne eine erhebliche Geschwindigkeit zu erlangen, übergehen in:

$$Q = \frac{1}{J} \,.\, U + \frac{1}{J} \int p \,.\, dv \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

Vergleicht man diese Formel mit 7), so erhält man:

$$\frac{1}{J} \,.\, U = c_v \,.\, \theta$$

oder

$$U = J \,.\, c_v \,.\, \theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

welche aussagt: dass die innere Energie eines vollkommenen Gases lediglich eine Function der Temperatur sei.

Hieraus folgt, dass jede Veränderung des Volumens eines Gases, welche nicht mit der Entwickelung einer merklichen äusseren Energie, z. B. einer Vermehrung der Geschwindigkeit der Gasmasse, verknüpft ist, entweder gar keine Temperaturänderung bewirkt, oder Wärmemengen entwickelt, die sich gegenseitig compensiren.

4. Versuche von Joule[1]).

Diese physikalischen Eigenthümlichkeiten gelten angenähert auch für permanente Gase, die sich in ihrem Verhalten wenig von vollkommenen

---

$$q = \frac{1}{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0} \{- c_v \,.\, dp \,.\, dv + c_p \,.\, dv \,.\, dp\}$$

$$q = \frac{c_p - c_v}{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0} \,.\, dp \,.\, dv$$

und wenn man dies einsetzt, so folgt:

$$\frac{c_p - c_v}{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0} = \frac{1}{J},$$

was wir nachweisen wollten.

[1]) Philos. Magazin 1845, 3. Ser., Bd. XXVI, S. 369 und Krönig's Journal, Bd. III. Joule, Mechanisches Wärmeäquivalent, Deutsch von Spengel, Braunschweig 1872, S. 56 bis 76.

unterscheiden. Die Versuche Joule's haben eine directe Bestätigung der Hauptgleichungen gegeben, die wir oben abgeleitet haben.

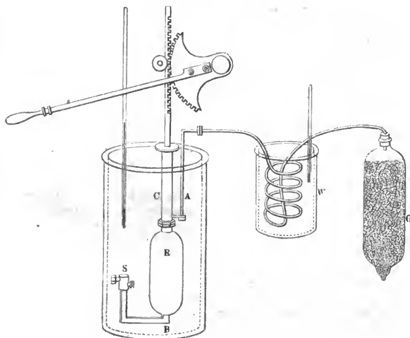
Diese Versuche verdienen ein genaues Studium, nicht weil sie einen ähnlichen Grad der Genauigkeit besitzen, wie Joule's Versuche über die Reibung oder die Strenge der calorimetrischen Messungen Regnault's, sondern weil sie, abgesehen von ihrem historischen Interesse, vorzugsweise geeignet sind, mit der Theorie vertraut zu machen.

α. Erste Versuchsreihe.

Die ersten Versuche dienten nachzuweisen, dass wenn ein Gas Volumen und Druck ändert, ohne eine Temperaturänderung zu erleiden, eine Absorption oder Entbindung von Wärme eintritt, welche proportional der vom Gase geleisteten Arbeit ist.

Die erste Reihe von Experimenten bezieht sich auf die Wärmeentwickelung, welche die Compression der Luft begleitet. In einem starken kupfernen Recipienten R (Fig. 25) von ungefähr 2232 cc Inhalt wird mit

Fig. 25.



Hülfe einer kleinen Pumpe C Luft comprimirt. Die Luft wird mittelst des Aufsaugerohres A aufgenommen. Ehe dieselbe jedoch nach A gelangt, wird sie in einem Chlorcalciumgefässe G getrocknet und in dem Schlangenrohre W, welches in Wasser eintaucht, auf constante Temperatur gebracht. Am unteren Ende trägt der Recipient eine gebogene Röhre, die durch einen Hahn S verschlossen wird. Dieser Hahn gestattete auch, die Luft unter Umständen entweichen zu lassen; seine Einrichtung wird weiterhin besonders beschrieben werden.

Der Recipient und der Körper der Pumpe tauchten in ein Calorimeter, welches 20·5 Kg Wasser enthielt. Um die Wärmeverluste möglichst zu vermeiden, waren die Wände des Calorimeters aus einer doppelten Hülle gefertigt, zwischen denen sich eine Luftschicht von 0·025 m Dicke befand.

Die Versuche wurden damit begonnen, dass man so rasch als möglich eine Anzahl Kolbenzüge that, z. B. 300. Auf diese Weise wurde in 15 bis 20 Minuten der Druck im Recipienten auf 21 bis 23 Atmosphären gebracht. Die entsprechende Temperaturänderung des Calorimeters wurde notirt.

Hierauf schraubte man den mit Luft gefüllten Recipienten R ab, brachte ihn in die pneumatische Wanne und maass unter dem Drucke der Atmosphäre das Volumen des zusammengepressten Gases.

Hierauf brachte man den Apparat in das Calorimeter zurück und wiederholte den Versuch; nachdem man zuvor die Communication der Pumpe mit dem Saugrohre unterbrochen hatte.

Bei dem neuen Versuche wurden die 300 Kolbenzüge mit derselben Geschwindigkeit geleistet, wie zuvor, es befand sich aber unter dem Kolben fortwährend ein leerer Raum. Die beobachtete Temperaturänderung entsprach diesmal lediglich der Reibung des Kolbens an den Wänden des Pumpenstiefels und den äusseren Ursachen, als: der Strahlungswirkung, Bewegung des Wassers u. s. w., welche beim vorhergehenden Versuche gewirkt hatten.

Es war leicht, aus diesen Beobachtungen die durch die Compression des Gases absorbirte Arbeit und die entsprechende entwickelte Wärmemenge abzuleiten.

Die Pumpe wurde vom Experimentator in Bewegung gesetzt, es war also unmöglich, direct die von diesem geleistete totale Arbeit zu messen; ausserdem würde es schwierig gewesen sein, den der Reibung entsprechenden Theil der Arbeit zu ermitteln. Mit Hülfe der Rechnung und einiger Beobachtungsdaten kann man aber die auf Compression verwendete Arbeit ermitteln.

Die Masse des Gases, welche am Ende des Versuches im Apparate enthalten war, besteht aus zwei Theilen: einer Gasmenge, welche anfänglich schon unter Atmosphärendruck im Recipienten enthalten war, und einer anderen, welche aus der Atmosphäre genommen und hineingepresst worden ist. Beide Gasmassen standen anfänglich unter dem

Atmosphärendruck p_0 nnd am Schlusse der Compression unter dem Enddrucke p_1.

Ist der Wasserwerth des Calorimeters beträchtlich genug, so dass die entwickelte Wärmemenge ihm nur eine sehr geringe Temperaturerhöhung ertheilt, so kann die Veränderung, welche beide Gasmassen erfahren haben, auf eine Drnckänderung von p_0 auf p_1 bei constanter Temperatnr zurückgeführt werden.

Wir betrachten unter diesen Voraussetzungen eine Gasmasse, die beim Drucke p_0 das Volnmen v_0 besass und deren Volnmen beim Drucke p_1 nnn v_1 geworden ist. Der Vorgang, dnrch welchen diese Veränderung vor sich geht, ist sehr complicirt; welcher Art er aber auch sein mag, bezeichnet p den Drnck in einem gegebenen Augenblicke, dv die Volumenänderung während einer sehr kleinen Zeit, so ist $-p.dv$ die elementare Arbeit, durch welche diese Compression dv hervorgebracht worden ist. Die ganze Arbeit L also wird dargestellt dnrch die Formel:

$$L = -\int_{v_0}^{v_1} p \, . \, dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

Da nun für Gase das Mariotte'sche Gesetz gilt, so ist, wenn die Temperatur constant bleibt

$$v_0 \, . \, p_0 = v \, . \, p,$$

$$p = \frac{v_0 \, . \, p_0}{v}.$$

Den Werth von p setzt man in vorstehendes Integral ein und erhält:

$$L = -v_0 \, . \, p_0 \, . \int_{v_0}^{v_1} \frac{dv}{v}.$$

Bei der Ausrechnung erhält man den Werth von L:

$$L = v_0 \, . \, p_0 \, . \, lognat \frac{v_0}{v_1} \text{ oder } L = v_0 \, . \, p_0 \, . \, lognat \frac{p_1}{p_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Bildet man nun die Summe aller dieser Ausdrücke $v_0 \, . \, p_0 \, . \, lognat \frac{p_1}{p_0}$ für alle einzelnen Gasmassen, so erhält man die ganze am Schlusse der Compression im Recipienten enthaltene Gasmenge. Wird deren Volumen beim Drncke p_0 mit V_0 bezeichnet, so ist die ganze bei der Compression vom Gase geleistete Arbeit:

$$L = V_0 \, . \, p_0 \, . \, lognat \frac{p_1}{p_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11^*)$$

Zur Berechnung von L bedarf man nur der Grössen V_0, p_0, p_1. p_0 ist der Atmosphärendruck, V_0 wurde, wie vorher erwähnt, direct gemessen, p_1 leitete Joule aus der Formel:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{V_0}{a}$$

ab, in der a das Volumen des Recipienten bedeutet.

Der Wärmeeffect, welcher von der Compression des Gases herrührt, wird ermittelt, wenn die im zweiten Versuche beobachtete Temperaturerhöhung von der beim ersten Experimente gefundenen abgezogen wird.

Das Resultat bedarf aber dann noch einer Correction. Bei dem zweiten Versuche, welcher angestellt wurde, um den Theil der Wärmeproduction zu bestimmen, welcher der Reibung des Kolbens gegen die Wände der Pumpe entspricht, befand sich unter dem Kolben ein leerer Raum. Bei dem wirklichen Experimente wird das Gas aber allmählich bis auf 22 Atmosphären comprimirt; die Reibung ist also nicht dieselbe.

Joule hat durch weitere Versuche die Reibung für den Fall bestimmt, in welchem sich unter dem Kolben Luft von 11 Atmosphären Druck befindet, d. h. für einen Fall, in welchem der Druck ein mittlerer zwischen beiden Extremen ist.

Hieraus leitet er eine einigermaassen willkürliche Correction ab, durch welche der im zweiten Falle erhaltene Werth mit $^6/_5$ multiplicirt wird. Hierin liegt die grösste Unsicherheit der Joule'schen Versuche, während die übrigen Beziehungen wenig zu wünschen übrig lassen. Das angewendete Thermometer gestattete noch $^1/_{200}$ eines Fahrenheit'schen Grades zu schätzen, das ist $^1/_{360}$ eines Grades der Centesimalscala.

Die Veränderung der Temperatur des Calorimeters betrug $^1/_3{}^0$ C. und war auf ungefähr $^1/_{100}$ ausgemittelt.

Das Mittel der Resultate einer grossen Zahl von Experimenten, bei denen der Druck zwischen 21,5 Atmosphären und 10,5 Atmosphären schwankte, gab für das Aequivalent der Wärmeeinheit:

bei einer Compression auf 21,5 Atmosphären 452,5 kgm
„ „ „ „ 10,5 „ 437,2 „

Beide Zahlen sind zwar erheblich grösser als der wahre Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes, sie sind aber unter sich nicht sehr verschieden und konnten daher, zur Zeit (1844) als diese Versuche angestellt wurden, für einen genügenden Beweis angesehen werden, dass das Verhältniss zwischen der geleisteten Arbeit und der entwickelten Wärme constant sei.

β. Zweite Versuchsreihe.

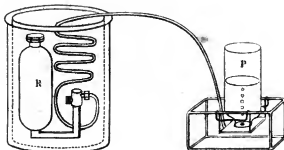
Joule bestätigte diese Resultate noch anderweit, indem er in einer zweiten Versuchsreihe einen entgegengesetzten Weg einschlug.

Er bestimmte die Wärmemenge, welche ein Gas absorbirt, wenn es bei seiner Ausdehnung eine Arbeit leistet, deren Grösse leicht zu ermitteln ist.

In dem Recipienten R, welcher zu den ersten Versuchen gedient hatte, verdichtete man Luft auf 22 Atmosphären. Hierauf wurde die Pumpe von demselben abgeschraubt und an der Ausströmungsöffnung des Gases eine Kühlschlange befestigt, welche sammt dem Recipienten

in dieselbe Wassermasse eines Calorimeters eingetaucht war (Fig. 26). Ausserhalb des Calorimeters wurde das Gas in die pneumatische Wanne unter eine mit Wasser gefüllte Glocke P geleitet und dort aufgefangen.

Fig. 26.



Um uns über dieses Experiment Rechenschaft geben zu können, setzen wir voraus, dass das comprimirte Gas in eine cylindrische Röhre eingeschlossen sei, die an einem Ende durch eine feste Wand, am anderen durch einen ohne Reibung beweglichen Kolben geschlossen sei. Wir nehmen ausserdem an, dass der Anfangsdruck p_1 einen solchen Werth habe, dass das Gas bei seiner Ausdehnung bis ans Ende der Röhre genau auf den Atmosphärendruck p_0 gelangt. Ausserdem setzen wir endlich voraus, dass die Temperatur dadurch constant erhalten werde, dass der Apparat in eine genügend grosse Wassermenge eintaucht.

Hat man anfangs den Kolben durch einen äusseren Druck p_1 in Ruhe erhalten und befreit ihn nun von diesem Drucke, so wird er sich nach dem offenen Ende der Röhre zu bewegen. In irgend einem Momente seines Weges ist er zwei Kräften unterworfen, dem atmosphärischen Drucke p_0, welcher auf die äussere Fläche wirkt, und dem augenblicklichen inneren Drucke des Gases.

Bezeichnet s den Querschnitt der Röhre, p den augenblicklichen inneren Druck (in Kg), p_0 den Atmosphärendruck (in Kg) auf die Flächeneinheit, so ist:

$$s \cdot (p - p_0)$$

in irgend einem Augenblicke die bewegende Kraft, welche auf den Kolben wirkt.

Nach einem bekannten Satze der Mechanik ist die lebendige Kraft in einem Augenblicke gleich der Arbeit, welche die bewegende Kraft geleistet hat. Daraus folgt, dass am Ende der Röhre der Kolben mit einer Geschwindigkeit v entweicht, welche durch die Gleichung der lebendigen Kraft bestimmt ist:

$$m \cdot \frac{v^2}{2} = m \cdot \int_x^l s \cdot (p - p_0) \cdot dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

Hierin bedeutet m die Masse des Kolbens, x und l die Entfernung der inneren Fläche des Kolbens von der festen Wand bei den inneren Drücken p_1 und p_0.

In demselben Angenblicke, in welchem der Kolben die Röhre mit der Geschwindigkeit v verlässt, wird der Drnck im Inneren p_0; es tritt also Gleichgewicht zwischen der inneren und äusseren Luft ein.

Es würde durch das Experiment also Folgendes vor sich gehen:

1. wird eine Gasmasse von einem Drucke, der höher als der Atmosphärendruck ist, auf den Druck einer Atmosphäre gebracht;

2. wird der Angriffspunkt des äusseren Druckes $s \cdot p_0$ um eine Länge $(l - x)$ zurückgeschoben, d. h. es wird eine äussere Arbeit gleich:

$$s \cdot p_0 \cdot (l - x)$$

geleistet;

3. tritt eine Quantität äusserer Energie als lebendige Kraft auf, welche gleich ist:

$$\int_x^l s \cdot (p - p_0) \cdot dx.$$

Setzen wir aber voraus, dass in jedem Angenblicke auf der Umfläche des Kolbens eine solche Reibnng stattfindet, dass durch dieselbe die Geschwindigkeit verhindert wird sich zu vergrössern, so wird der Kolben die Röhre mit einer zu vernachlässigenden Geschwindigkeit verlassen, nnd die durch den Process entwickelte äussere Energie reducirt sich auf eine äussere Arbeit, welche gleich $s \cdot p_0 \cdot (l - x)$ ist. Durch die Reibung wird eine Wärmemenge erzeugt werden, die genau dem Verluste des Kolbens an lebendiger Kraft entspricht. Die Wärmeabsorption, die man beobachtet, kann also lediglich der Production äusserer Arbeit zugeschrieben werden.

Unter diesen Verhältnissen wird also die durch die Ausdehnung des Gases absorbirte Wärmemenge kleiner sein, als die, welche bei einer entsprechenden Compression entbunden wird, denn sie entspricht einer viel kleineren mechanischen Arbeit. Der Unterschied zwischen beiden ist gleich dem Verluste des Kolbens an lebendiger Kraft, also gleich:

$$\int_x^l s \cdot (p - p_0) \cdot dx.$$

Diesen Unterschied wollen wir berechnen. Führt man die alten Veränderlichen ein, so ist, da $s \cdot dx = dv$, gleich dem Volumenelemente,

$$\int_x^l s \cdot (p - p_0) \cdot dx = \int_{v_1}^{v_0} (p - p_0) \cdot dv = - p_0 \cdot (v - v_1) + \int_{v_1}^{v_0} p \cdot dv.$$

Verfährt man unter dem Integral wie in Gleichnng 10), so ist:

$$\int_x^l s \cdot (p - p_0) \cdot dx = - p_0 \cdot (v_0 - v_1) + v_0 \cdot p_0 \cdot lognat \frac{v_0}{v_1} \cdot$$

Fügt man dieses Resultat zum Werthe der äusseren Arbeit, welche während der Ausdehnung geleistet worden ist, und beachtet:

$$s \cdot p_0 \cdot (l - x = p_0 \cdot (v_0 - v_1),$$

so findet man:

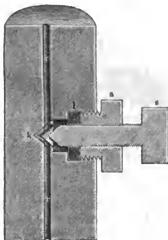
$$v_0 \cdot p_0 \cdot lognat \frac{v_0}{v_1}$$

und das ist (vergl. Gleichung 11) genau der Werth der äusseren Arbeit, welche aufgewendet werden musste, nm das Volumen v_0 auf v_1 zu comprimiren.

Die Versuche Joule's sind so angeordnet, dass durch die Ausdehnung des Gases keinem Körper des Systemes lebendige Kraft ertheilt wird. Während die Luft das Calorimeter verlässt, hat sie nur einen äusserst geringen Ueberdruck über den Atmosphärendruck, sie gelangt daher nnter die Glocke des Auffangapparates mit einer Geschwindigkeit, die vernachlässigt werden kann.

Um dieses Resultat zu erzielen genügt es, dem ausströmenden Gase ein erhebliches Hinderniss in den Weg zu legen, durch welches eine enorme Reibnng veranlasst wird; hierdurch werden die Geschwindigkeiten der Moleküle zerstört und dem Calorimeter ein Theil der Wärme zurückgegeben, die ihm geraubt worden war. Eine besondere Art von Hähnen, deren sich Joule bei seinen Versuchen bediente, gestattete ihm sehr leicht, die nöthige Reibung herznstellen und zu reguliren.

Fig. 27.



Figur 27 zeigt seine Einrichtnng. Durch eine Messingschraube a wird gegen die Bodenfläche einer Vertiefung in der Röhre r eine kreisrnnde Lederscheibe l gepresst. Eine Stahlschranbe s, deren Ganghöhe viel kleiner ist, als die der Messingschraube, geht durch diese hindurch und mit starker Reibung auch durch die Lederscheibe l. Ihre Spitze endlich legt sich in eine kleine conische Vertiefung k des weichen Metalles der Röhre. Durch Drehen der Schraube s kann man sowohl einen hermetischen Verschluss der Röhre herstellen, als auch die Ausflussöffnung gleich der lichten Weite der Röhre r machen.

Diese Einrichtung, welche Joule sehr empfiehlt, ist späterhin von Regnault in seinen Untersuchungen über die specifische Wärme der Gase mit Vortheil verwendet worden; sie gestattet durch passendes Reguliren der Ausströmungsöffnung beliebig kleine Ausströmungsgeschwindigkeiten herbeizuführen.

Der Versuch Joule's ist nun von selbst verständlich. Die absorbirte Wärmemenge wurde auf dieselbe Weise bestimmt, wie bei anderen calorimetrischen Messungen. Die geleistete äussere Arbeit war gleich dem aus der Glocke verdrängten Volumen Wasser multiplicirt mit dem Atmosphärendruck.

Die Resultate dreier Gruppen von Versuchen haben auf nachstehende Werthe für das mechanische Aequivalent der Wärme geführt.

Ausdehnung der Luft von

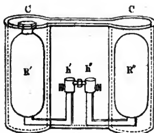
21	bis auf	1	Atmosphäre	450,9
10	„ „	1	„	447,6
23	„ „	14	„	417,6

Diese Resultate unterstützen die Ergebnisse der ersten Reihe und mit diesen zusammen können sie als Bestätigung der ersten Consequenz angesehen werden, die wir aus der ersten Hauptgleichung (5) für vollkommene Gase gezogen haben.

γ. Dritte Versuchsreihe.

Die anderen Consequenzen jener Gleichung sind durch folgende Versuche bestätigt worden, die viel bemerkenswerther, als die vorhergehenden gewesen sind, weil sie in Widerspruch mit der sehr bekannten Thatsache zu stehen scheinen, dass die Ausdehnung eines Gases immer von einer Erkaltung begleitet sei. Sie zeigten, dass wenn ein Gas eine Volumenänderung erfährt, welche von keiner Entwicklung äusserer Energie begleitet ist, auch weder eine Absorption noch eine Entbindung von Wärme stattfindet.

Fig. 28.



Um dies zu zeigen, verbindet Joule (Figur 28) zwei Recipienten R' und R'', ähnlich denen, die vorher beschrieben worden sind. In dem einen comprimirt er Luft auf 22 Atmosphären, in dem anderen stellt er so viel als möglich einen luftleeren Raum her.

Wurden hierauf die Hähne h' und h'', durch welche beide Recipienten mit einander communiciren konnten, geöffnet, so stürzte sich das

comprimirte Gas in den zweiten und verdoppelte sein Volumen. War der ganze Apparat in ein mit Wasser gefülltes Gefäss *C* getaucht, so beobachtete man während des ganzen Vorganges nicht die geringste Temperaturänderung. Da das Experiment ein negatives Resultat geben musste, so vermehrte man die Empfindlichkeit des Apparates dadurch, dass man dem Calorimeter eine Gestalt gab, welche gestattete, die Wassermenge auf 7,5 Kg zu reduciren. Aber auch, wenn mit grösster Sorgfalt gearbeitet wurde, blieb das Resultat dasselbe.

Die Arbeit, welche das Gas bei seiner Veränderung leistet, ist nicht absolut Null; denn der Recipient, in welchem man das Vacuum herstellt, enthält immer noch eine kleine Luftmenge, welche die Luftpumpe nicht zu entfernen im Stande ist. Diese kleine Luftmenge wird bei der Ausdehnung des comprimirten Gases von einem sehr kleinen Anfangsdrucke auf 11 Atmosphären gebracht.

Man kann aber leicht zeigen, dass diese Arbeit vernachlässigt werden kann. Setzen wir voraus, die Grenze der Verdünnung sei erreicht, wenn der Druck auf den Quadratcentimeter 0,002 Kg erreicht habe; dies entspricht dem Drucke einer Quecksilbersäule von etwas weniger als 2 Millimeter Höhe. Von diesem Anfangsdrucke wird die Gasmenge auf 11 Atmosphären gebracht, ein Druck, der ungefähr 11 Kilogrammen auf den Quadratcentimeter entspricht. Die Spannung desselben ist also ungefähr 5500 Mal stärker geworden, und die entsprechende Arbeit, die geleistet wird, ist nach Gleichung 11):

$$a' \, . \, 0{,}002 \text{ Kg} \, . \, lognat \, 5500,$$

a' ist hierin das Volumen des Recipienten in Cubikcentimetern.

Man findet für diese Arbeit ungefähr 38 Kilogrammcentimeter oder 0,04 Kilogrammmeter. Der entsprechende Wärmewerth ist ganz unerheblich, da bekanntlich 425 Kilogrammmeter nöthig sind, um eine Calorie zu entwickeln.

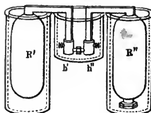
δ. Vierte Versuchsreihe.

Die vierte Versuchsreihe erklärt, was in den Experimenten der dritten mit denen der zweiten unvereinbar schien. Betrachtet man in dem letzten Versuche eine Gasmenge in dem mit comprimirter Luft gefüllten Recipienten, die sich bei der Ausdehnung gerade um so viel ausdehnt, dass sie nach Schluss des Versuchs noch den Recipienten ausfüllt, und eine genau gleiche Luftmasse, welche am Schlusse des Versuches den zweiten Recipienten erfüllt; so wird die eine Luftmasse sich bei der Ausdehnung abkühlen, die andere wird durch die Compression erwärmt werden und die beiden erzeugten Wärmemengen müssen einander gleich sein.

Um diese Voraussetzung zu bestätigen, musste Joule den Apparat, der ihm zu den vorhergehenden Versuchen gedient hatte, abändern.

Jeder der Recipienten R' und R'' wurde bis zu den Verbindungsröhren, an denen sich die Hähne h' und h'' befanden, in ein besonderes Calorimeter eingetaucht (Fig. 29). Alsdann wurde eine Temperaturerniedrigung in dem Calorimeter beobachtet, welches den mit comprimirter Luft gefüllten Recipienten enthielt, im anderen dagegen wurde eine Temperaturerhöhung wahrgenommen.

Fig. 29.



Diese Resultate sind leicht zu verstehen; die im ersten Calorimeter absorbirte Wärmemenge dient dazu, dem Gase, welches mit grosser Geschwindigkeit in den vorher entleerten Recipienten strömt, lebendige Kraft mitzutheilen. Diese erlangte Geschwindigkeit geht verloren, theils durch gegenseitige Reibung der Gasmoleküle an einander, theils durch ihren Stoss gegen die Gefässwände und auch durch ihre Reibung an den Oeffnungen der Hähne. Die so zerstörte lebendige Kraft stellt die gesammte Wärmemenge her, welche bei ihrer Bildung absorbirt worden war und man beobachtet daher eine vollkommene Compensation zwischen sämmtlichen producirten Wärmeeffecten.

Obgleich die Versuche mit der grössten Sorgfalt angestellt wurden, ergaben sie doch immer einen kleinen Mehrbetrag von Wärme. Joule schreibt denselben dem Umstande zu, dass der Apparat nicht vollständig in das Wasser tauchte. Es werden jedenfalls beide Theile der Communicationsröhre, die zwischen beiden Calorimetern liegt, durch die Berührung mit der Atmosphäre Temperaturänderungen erfahren. Im ersten Theile der Röhre strebt das durch Entwickelung äusserer Energie abgekühlte Gas sich mit der äusseren Luft in Wärmegleichgewicht zu setzen, absorbirt daher eine gewisse Wärmemenge. Im zweiten Theile wird nur ein Bruchtheil der entwickelten mechanischen Energie in calorische Energie zurückverwandelt; die Temperatur des Gases erhebt sich über die der Umgebung, aber um weniger als es vorher unter dieselbe abgekühlt war. Der Wärmeverlust des zweiten Theiles durch Strahlung genügt also nicht, den Wärmegewinn des ersten Theiles zu compensiren. Hierdurch erklärt sich der kleine Wärmeüberschuss, der bei den Wärmevorgängen beobachtet worden ist.

5. Ueber den Genauigkeitsgrad der vorliegenden Versuche.

Die Versuche Joule's beziehen sich auf Luft, d. h. auf ein permanentes Gas, dessen Eigenschaften, obgleich sie denen eines vollkommenen Gases sehr ähnlich sind, doch ein wenig von denselben abweichen. Will man also beurtheilen können, mit welcher Strenge sich die für voll-

kommene Gase gefundenen Sätze auf wirkliche Gase übertragen lassen, so ist es nöthig, den Genauigkeitsgrad der Versnche selbst zu untersuchen. In dieser Hinsicht verdient lediglich die dritte Versnchsreihe eine besondere Behandlung, da sie die wichtigste und genaneste ist.

Joule glanbt, dass man die Temperatur bis auf $^1/_{360} = 0{,}003$ Grade der Celsius'schen Scala schätzen könne. Um die Wassermasse von 7,5 Kg. um $^1/_{360}$ Grad zu erwärmen, ist $^1/_{48}$ Calorie nöthig, was ungefähr 9 Arbeitseinheiten entspricht. Wenn mithin die Ausdehnung des Gases, welches im Recipienten ein Volumen von 2,25 Liter einnimmt, mit einer Zunahme der inneren Energie um 9 Einheiten verbnnden ist, so würde sich dieses Wachsthum der Energie noch vollkommen der Beobachtung entziehen.

Thomson und Joule [1]) berechnen, dass die Wärmemenge, welche der vom Gase bei diesem Experimente geleisteten inneren Arbeit entspricht, eine Aenderung der Temperatur des Calorimeters um 0,003° C. hervorgebracht haben würde. Diese Grösse wird sich also gerade noch der Beobachtung entziehen.

Das vorhin berechnete Resultat kann auch noch unter einer anderen Form dargestellt werden. Man kann nämlich fragen, wenn $^1/_{48}$ Wärmeeinheit der Empfindlichkeitsgrad des Apparates ist, welches ist die kleinste Temperaturänderung der Gasmasse, welche der Apparat noch anzeigt? Es wiegen nun 2,25 Liter Luft von 22 Atmosphären ungefähr 0,064 Kg.; die specifische Wärme der Luft ist 0,238 und wenn x die gesuchte Veränderung ist, so muss:

$$0{,}064 \,.\, 0{,}238 \,.\, x = \frac{1}{48}$$

sein, und daraus ergiebt sich:

$$x = 1{,}4^0 \text{ C.}$$

Es wäre also möglich, dass Luft, wenn sie sich, ohne eine äussere Arbeit zu leisten, von 22 auf 11 Atmosphären ausdehnt, eine Temperaturänderung von 1,4° C. erlitte, welche der Versuch nicht erkennen lassen würde. Es ist schwierig einzusehen, auf welche Weise man eine grössere Genauigkeit erzielen könnte, wenn man Versuche, ähnlich denen Joule's wiederholen wollte. Aus dem Principe der calorimetrischen Messung, welche hier angestellt wird, folgt von selbst, dass die Wassermenge im Calorimeter nicht unbeträchtlich sein kann.

6. Abänderung des Joule'schen Versuches durch Hirn.

Da die von Joule eingeschlagene Versuchsmethode Temperaturdifferenzen der Luft von 1 bis 2 Grad nicht zu erkennen gestattete,

---

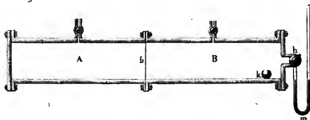
[1]) Man vergleiche überhaupt Joule's und Thomson's Berechnungen dieser Versuche in: Philos. Transact. f. the year 1854, Bd. 144 in: On the thermal effects of fluids in motion.

und es doch von hohem theoretischen Interesse war, zu wissen, ob nicht etwa doch Temperaturänderungen von geringerer Grösse stattfinden, so bemühte sich Hirn ein anderes Verfahren zu ersinnen, welches eine grössere Empfindlichkeit zuliesse.

Es gelang ihm dies dadurch, dass er die zu dem Experimente dienende Luft gleich selbst als thermometrische Substanz verwendete.

Der Apparat Hirn's[1]) bestand aus einem grossen, 4 Meter langen, kupfernen Hohlcylinder, welcher durch eine luftdicht schliessende dünne, leicht zerbrechliche Scheidewand *b* in zwei genau gleiche Hälften *A* und *B* getheilt wurde. (Man sehe Figur 30.)

Fig. 30.



Mit Hülfe einer Saug- und Druckpumpe wurde die Luft aus der einen Hälfte des Gefässes herausgepumpt und dieselbe Luftmenge in die andere Hälfte hineingepresst. Er erhöhte auf diese Weise den Druck auf der einen Seite der Scheidewand *b* auf $1^1/_2$ Atmosphären und erniedrigte ihn auf der anderen auf $^1/_2$ Atmosphäre. Hierauf liess er die Scheidewand zertrümmern und sofort stellte sich das Gleichgewicht wieder her. Da die Menge der Luft, welche sich ursprünglich im Gefässe befunden hatte, durch den ganzen Vorgang nicht geändert worden war, so musste unmittelbar nach dem Bruche der Scheidewand *b* auch der ursprüngliche Druck wieder eintreten, wenn nicht die Temperatur der Luft durch den Vorgang geändert worden war.

Ein kleines mit Oel gefülltes Hebermanometer *m* konnte durch einen Hahn *h* mit dem Gefässe in Verbindung gesetzt werden und diente dazu eintretende Druckänderungen zu constatiren. Dieses Manometer *h* sowie beide Hälften des Gefässes standen zuerst lediglich unter dem Drucke der äusseren Atmosphäre. Hierauf wurde der Hahn *h* geschlossen, die Druckdifferenz in beiden Hälften hergestellt, die Scheidewand durch eine kleine Bleikugel *k*, die man gegen diese rollen liess, zertrümmert und im Momente der Explosion das Manometer *m* mit dem Inneren des Gefässes wieder in Verbindung gesetzt.

---

1) Hirn, Théorie mécanique de la chaleur, 2. Aufl., S. 52

Das Manometer blieb im Augenblicke der Explosion stets vollkommen unbeweglich. Eine Druckänderung von 1 Millimeter, und wenn dieselbe auch nur 0,1 Secunde gedauert hätte, würde leicht wahrzunehmen gewesen sein; da das Manometer keine Druckänderung anzeigte, so konnte man daraus schliessen, dass die Temperaturänderung 0,02 Grad nicht erreicht haben konnte.

Jedenfalls zeigt dieser Versuch, dass die innere Arbeit oder Aenderung der inneren Energie, auch bei erheblichen Volumenänderungen permanenter Gase, so gering ist, dass es nicht möglich ist, dieselbe auf directem Wege experimentell nachzuweisen.

7. Die innere Energie eines Gases ist unabhängig vom Volumen.

Regnault[1]) hat die beiden letzten Versuche Joule's wiederholt und hat eine vollkommene Bestätigung ihrer Resultate erhalten. Man kann daher als experimentell bewiesen ansehen, dass ein Gas dieselbe Temperatur behält, wenn es sich ausdehnt, ohne dabei äussere Energie zu entwickeln, dass weder Wärme absorbirt noch entwickelt wird, dass mithin die Aenderung der inneren Energie Null ist. Die innere Energie eines Gases, die mit der Temperatur veränderlich ist, hängt nicht vom Volumen ab, d. h. es besteht in den von uns gewählten Bezeichnungen (man sehe Seite 216) die Gleichung 6:

$$\frac{\partial U}{\partial v} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Berücksichtigt man diese durch den Versuch gegebene Thatsache und die allgemeine Gleichung:

$$J \,.\, Q = U + \int p \,.\, dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14$$

welche aus dem Grundsatze von der Aequivalenz folgt, so können mit deren Hülfe gewisse bekannte physikalische Eigenthümlichkeiten der Gase von Neuem aufgesucht werden.

Durch totale Differentiation folgt aus derselben:

$$J \,.\, dQ = \frac{\partial U}{\partial v} \cdot dv + \frac{\partial U}{\partial t} \cdot dt + p \,.\, dv$$

oder

$$dQ = \frac{1}{J} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} \cdot dt + \frac{1}{J} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial v} + p\right) . \, dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Aus dieser und der schon früher benutzten Gleichung (I, C, 52, S. 52):

[1]) Compt. rend. 1853, Bd. XXXVI, pag. 680: Recherches sur les chaleurs spécifiques de fluides élastiques.

$$d\,Q = c_v \, . \, dt + l \, . \, dv \quad \ldots \ldots \ldots \quad 16)$$

leitet man durch Vergleich der Coefficienten von dt und dv ab:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = J \, . \, c_v \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 19)$$

$$\frac{\partial U}{\partial v} = J \, . \, l - p \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 18)$$

Aus der ersten folgt durch Differentiation nach v:

$$J \cdot \frac{\partial c_v}{\partial v} = \frac{\partial \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)}{\partial v}.$$

Nun ist aber:

$$\frac{\partial \frac{\partial U}{\partial t}}{\partial v} = \frac{\partial^2 U}{\partial t \, . \, \partial v} = \frac{\partial^2 U}{\partial v \, . \, \partial t} = \frac{\partial \frac{\partial U}{\partial v}}{\partial t}$$

und nach 13):

$$\frac{\partial U}{\partial v} = 0,$$

mithin:

$$\frac{\partial \frac{\partial U}{\partial v}}{\partial t} = 0,$$

folglich:

$$\frac{\partial c_v}{\partial v} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 19)$$

d. h.: Bei vollkommenen Gasen ist die specifische Wärme bei constantem Volumen unabhängig von der Dichte.

Aus der Gleichung 16) leitet man ab:

$$J \, . \, l - p = 0.$$

Nach Formel 4) ist aber:

$$c_p = c_v + l \, . \, \frac{\partial v}{\partial t}$$

oder:

$$l = \frac{c_p - c_v}{\frac{\partial v}{\partial t}},$$

setzt man diesen Werth von l ein, so erhält man:

$$p = J \, . \, \frac{c_p - c_v}{\frac{\partial v}{\partial t}}.$$

Nun ist das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz ausgedrückt durch die Formel 1):

$$p \, . \, v = p_0 \, . \, v_0 \, . \, (1 + \alpha \, . \, t)$$

aus ihr folgt durch partielle Differentiation nach t:

$$p \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = \alpha \cdot p_0 \cdot v_0,$$

und wenn man auf $\frac{\partial v}{\partial t}$ reducirt und dies in die obige Gleichung einführt, so entsteht:

$$\frac{c_p - c_v}{v_0} = \frac{p_0 \cdot \alpha}{J} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 20)$$

d. h.: Der Unterschied der specifischen Wärmen bei constantem Drucke und bei constantem Volumen, bezogen auf die Einheit des Volumens ist für alle vollkommenen Gase gleich[1]).

Die Erfahrung hat nun aber gelehrt, dass: die specifische Wärme bei constantem Drucke, bezogen auf die Einheit des Volumens, also: $\frac{c_p}{v_0}$, bei den permanenten Gasen fast ganz gleich ist.

Mit Hülfe der eben gefundenen Formel 20) folgt hieraus unmittelbar: dass auch die specifische Wärme bei constantem Volumen, bezogen auf die Einheit des Volumens, für vollkommene Gase gleich sei.

Folgende kleine Tabelle liefert die Zahlen, welche diese Sätze beweisen. Die Kohlensäure, welche sich am weitesten vom idealen Zustande eines vollkommenen Gases entfernt, zeigt auch die grössten Abweichungen, während die Zahlen der permanenten Gase eine recht leidliche Uebereinstimmung zeigen.

Bei 0⁰ und 760 Millim. Druck	$\frac{1}{v_0}$	c_p	$c_p - c_v = \frac{1}{J} \cdot \alpha \cdot p_0 \cdot v_0$	c_v	$\frac{c_p}{v_0}$	$\frac{c_v}{v_0}$
Wasserstoff . . .	0,08957	3,40900	0,9967	2,4123	0,305	0,216
Sauerstoff . . .	1,42980	0,21751	0,0624	0,1551	0,311	0,211
Luft	1,29318	0,23751	0,0690	0,1685	0,307	0,218
Stickstoff . . .	1,25616	0,24380	0,0711	0,1727	0,306	0,217
Kohlensäure[2]) . .	1,97741	0,187	0,0451	0,1718	0,370	0,340

[1]) In der Form:

$$c_p - c_v = \frac{p_0 \cdot v_0 \cdot \alpha}{J}$$

ist dies Resultat von Clausius zu einer Zeit (1856) abgeleitet worden, als man noch auf Grund der Versuche von Suermann und von de la Roche und Bérard fälschlich glaubte, dass die specifische Wärme vom Volumen und von der Temperatur abhängig sei.

[2]) Für c_p ist der Werth aus den Angaben Regnault's für verschiedene Temperaturen interpolirt.

B. Gase, wie dieselben in der Natur wirklich vorkommen.

8. Methode von William Thomson.

Man verdankt William Thomson [1]) die Angabe einer sehr empfindlichen Methode, durch welche erkannt werden kann, dass wirkliche Gase sich bei ihrer Ausdehnung anders, als vollkommene verhalten.

Fig. 31.



Die Einrichtung des dritten Joule'schen Versuches führte Thomson auf den Gedanken, die beiden Gefässe, von denen das eine comprimirte Luft enthielt, das andere evacuirt war, durch zwei lange Röhren zu ersetzen und an Stelle des einmaligen Ueberganges einen dauernden Process treten zu lassen.

Communiciren zwei Röhren, die, um die Temperatur constant zu erhalten, in Wasser eingetaucht sind, durch eine sehr enge Oeffnung, und presst man in eine dieser Röhren Luft durch eine Compressionspumpe, während die andere Röhre mit der Atmosphäre in Verbindung steht, so entsteht ein Luftstrom im ganzen Apparate. Zufolge der Wirkung der engen Oeffnung wird sich der Druck von einer Seite dieser Oeffnung zur anderen äusserst rasch ändern, so dass man ihn in einiger Entfernung von dieser Oeffnung als nahezu constant ansehen kann.

Für die folgenden Betrachtungen denken wir uns zunächst einmal die Röhren gerade gestreckt (Figur 31). Es sei p_1 der Werth des Druckes in der ersten, p_0 der entsprechende im zweiten Rohre; O deute die Lage der Oeffnung an, A und A' die Querschnitte, ausserhalb welcher Alles constant ist; m sei die Gasmasse, die sich in jedem Augenblicke zwischen A und A' befindet. Bezeichne ferner $AABB$ das Volumen, welches eine gleiche Gasmasse m im ersten Rohre jenseits des Querschnittes A besitzt, $A'A'B'B'$ das entsprechende Volumen einer Gasmasse m, jenseits des Querschnittes A'.

Betrachten wir in einem beliebigen Momente die Masse $2m$, welche zwischen dem Querschnitte B und A' enthalten

[1]) Transactions of the Roy. Soc. of Edinburgh Bd. XX, S. 289—298. On a method of discovering experimentally the relation between the mechanical work spent, and the heat produced by the compression of a gaseous fluid.

ist. Nach Ablauf einer kurzen Zeit, deren Grösse man nicht näher anzugeben braucht, befindet sich die ganze Masse zwischen den Querschnitten A und B' eingeschlossen. Die Arbeit der äusseren Drücke zwischen diesen beiden Zeitabschnitten ist, wenn u den Querschnitt bezeichnet:

$$p_1 \, . \, u \times \overline{AB} - p_0 \, . \, u \times \overline{A'B'},$$

d. h. Null, da die Temperatur zwischen A und A' durch das Eintauchen des Apparates in Wasser constant erhalten wird und sich nach dem Mariotte'schen Gesetze die Volumina in beiden Röhren umgekehrt wie die Drücke verhalten.

Hätte eine innere Arbeit stattgefunden, so würde dies die Arbeit sein, welche die Masse m leistet, wenn sie ohne Temperaturänderung aus dem Volumen AB in das Volumen $A'B'$ übergeht. Ist diese innere Arbeit wirklich Null, so findet, während das Gas den Raum AA' durchläuft, eine vollkommene Compensation zwischen den Wärmeerscheinungen statt, deren Sitz das Gas ist. Es wird durch die Reibung des Gases sowohl in sich selbst, als an der Ausflussöffnung genau ebensoviel Wärme erzeugt werden, als durch die Expansion absorbirt worden ist; folglich wird die umgebende Flüssigkeit keine Wärme an den Apparat abzugeben haben. Es zeigt sich mithin, dass man die umgebende Flüssigkeit ganz weglassen kann, und dass das Gas, nachdem es die enge Oeffnung durchlaufen hat, seine ursprüngliche Temperatur wieder annimmt, sobald als es die der Oeffnung sehr nahe liegende Gegend erreicht, in welcher der Druck constant ist.

Umgekehrt kann man aus dem Vorhergehenden schliessen: ist die innere Arbeit, welche die Expansion eines Gases begleitet, wirklich Null, so darf dasselbe durchaus keine Temperaturänderung erleiden, wenn es aus einer Röhre durch eine enge Oeffnung in eine andere fliesst und in diesen Röhren der Druck verschieden ist. Diese Consequenz der Theorie kann äusserst sorgfältig mit Hülfe von Thermometern oder thermoelektrischen Apparaten geprüft werden. Bestätigt sie sich nicht, so kann man daraus schliessen, dass die innere Arbeit, welche die Ausdehnung eines Gases begleitet, nicht vernachlässigt werden kann. Durch passende Wärmemessungen kann die Wärmemenge q bestimmt werden, welche man der Gewichtseinheit Gas mittheilen muss, damit das Gas seine Temperatur beibehält, wenn es die Oeffnung O passirt und somit der Druck p_1 auf p_0 zurückgeführt wird.

Es sei also q diese Wärmemenge, ΔU die entsprechende Aenderung der inneren Energie, so ist:

$$J \, . \, q = \Delta U.$$

Folgt das Gas nicht streng dem Mariotte'schen Gesetz, so findet eine Veränderung der äusseren Energie statt, der man Rechnung tragen muss.

Es seien v_0 und v_1 die Volumina, welche die Gewichtseinheit Gas bei

p_0 und p_1 einnehmen. Die äusseren Arbeiten, welche während des Vorganges geleistet worden sind, werden dargestellt durch $p_0 . v_0$ und $p_1 . v_1$. Die erste ist negativ und absorbirt eine Wärmemenge, welche über die, welche die zweite Arbeit entbindet, einen positiven oder negativen Ueberschuss besitzt. Der Werth dieses Ueberschusses bildet ebenfalls einen Theil der Wärme, welche durch Verminderung der inneren Energie gedeckt werden muss. Mithin:

$$J . q - p_0 . v_0 + p_1 . v_1 = \Delta U.$$

Will man dagegen die Wärmemenge q ausdrücken, welche der Gewichtseinheit Gas zugeführt werden muss, um eine Temperaturänderung des Gases zu hindern, so muss die Aenderung der äusseren Energie $p_0 . v_0 - p_1 . v_1$ der inneren Energie zugefügt werden, und zwar muss $p_0 . v_0$ auf der rechten Seite positiv genommen werden, da es einer Wärmeconsumtion entspricht, die durch einen Zuwachs gedeckt werden muss. Man erhält somit die mit der vorhergehenden übereinstimmende Gleichung:

$$J . q = \Delta U + p_0 . v_0 - p_1 . v_1 \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

9. Versuche von W. Thomson und Joule[1].

William Thomson und Joule haben diese Methode auf verschiedene Gase anzuwenden gesucht. Der Apparat, dessen sie sich bedienten, weicht in seiner Construction ein wenig ab von dem, welchen Thomson erdacht hatte, aber er beruht genau auf denselben Grundsätzen. Eine einfach wirkende Pumpe, welche durch eine Dampfmaschine bewegt wurde, presste unaufhörlich Gas in eine nach Art der Kühlschlangen der Destillationsapparate gewundene Kupferröhre von 0,05 M. innerem Durchmesser und 10 bis 11 M. Länge. Durch eine Röhre von gleichem Durchmesser war diese verbunden mit einer ganz gleichen Kühlschlange. Jedes Schlangenrohr tauchte in ein Gefäss von 1,20 M. Durchmesser, welches mit Wasser gefüllt war. Diese Vorrichtungen dienten dazu, dem Gase eine constante Temperatur zu ertheilen. Die Verbindungsröhre beider Schlangenrohre trug seitlich eine Oeffnung mit Hahnvorschluss, durch den man das Gas nach Bedürfniss auch in die Atmosphäre entweichen lassen konnte.

Die zweite Kühlschlange erhielt einen Ansatz, an welchem man jedes beliebige Ausflussrohr befestigen konnte. Ein kleines Manometer mit comprimirter Luft diente dazu, den Druck des Gases unmittelbar vor seinem Ausflusse zu messen.

Eine erste Versuchsreihe hatte nicht Messungen zum Gegenstande,

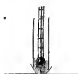
---

[1]) 1. Philosophical Transactions 1853, Bd. 143, Part. III, S. 357—365. — 2. Phil. Transact. 1854, Bd. 144, S. 321—365. On the thermal effects of fluids in motion. — 3. Phil. Transact., 1862, Bd. 152, S. 579—589.

sondern das Studium der Wärmeerscheinungen, welche das Ausströmen eines Gases aus einer engen Oeffnung begleiten.

Auf das äussere Ende der zweiten Kühlschlange befestigte man z. B. eine dünne Platte, in deren Mitte sich eine kreisförmige Oeffnung von 1,2 Mm. Durchmesser befand. Die Pumpe wurde in Bewegung gesetzt und 27 Kolbenstösse in der Minute gegeben, der Druck des Gases, gemessen innerhalb der Röhre kurz vor dem Ausflusse, stieg bis auf 8,4 Atmosphären und blieb dann constant. Die ausströmende Gasmenge wurde vollkommen durch die von der Pumpe hineingepresste Menge compensirt. Man konnte ein constantes Ausfliessen unter niedrigeren Drucken dadurch erhalten, dass man eine kleine Menge Luft durch den seitlichen Hahn entweichen liess, der sich zwischen beiden Kühlrohren befand.

Fig. 32.



Ein empfindliches Thermometer, dessen Gefäss nicht ganz 4 Mm. im Durchmesser besass, wurde aussen an die Ausströmungsöffnung gebracht.

Folgende Beobachtungen lassen erkennen, welche Abkühlung durch die Expansion des Gases und durch die Bildung der lebendigen Kraft, mit welcher die Moleküle begabt werden, herbeigeführt wird.

Druck im Kühlrohre.	Temperatur der Luft		Abkühlung.
	im Kühlrohre.	vor der Oeffnung.	
8,4 Atmosphären	22,00°	8,58°	13,42°
4,9 „	22,00°	11,65°	10,35°
2,1 „	22,00°	16,25°	5,78°

Bei einer weiteren Reihe von Beobachtungen befand sich die Thermometerkugel in der Mitte einer conischen Guttaperchaöhre von solcher Gestalt, dass zwischen der Kugel und der Röhre nur ein sehr kleiner Zwischenraum blieb (Fig. 32). Der Theil des Luftstromes, welcher genöthigt ist, diesen engen Weg zu durchlaufen, verliert nahezu seine ganze lebendige Kraft durch Reibung und entwickelt dadurch Wärmemengen, von denen nachstehende Versuche Auskunft geben.

Druck im Kühlrohre.	Lufttemperatur		Erwärmung durch Reibung des Gases.
	im Kühlrohre.	im Guttaperchaschlauche.	
8,4 Atmosphären	22,00°	45,75°	23,75°
4,8 „	22,00°	39,23°	17,23°
2,1 „	22,00°	26,20°	4,20°

Man kann diesem Versuche, welcher die Erwärmnng nachweist, welche von der Zerstörnng lebendiger Kraft herrührt, verschiedene Gestalt geben. Bringt man z. B. Zeigefinger und Daumen an die Oeffnung nnd nähert sie, als ob man den Luftstrom zwischen den Fingern kneipen wollte (Figur 33), so bemerkt man einen ziemlich bedentenden Widerstand und empfindet an den Fingerspitzen eine Temperaturerhöhung, die man nicht länger als fünf bis sechs Secunden anshalten kann.

Fig. 33.



Bringt man ferner einen Finger sehr nahe an die Oeffnung (Fignr 34), so dass die Luft nur schwierig zwischen dem Metall und dem Finger entweichen kann, so empfindet man Wärme, was um so erstaunlicher erscheint, als man sich überzeugen kann, dass das Metall um die Oeffnung herum sehr kalt ist.

Fig. 34.



Fig. 35.



Drückt man endlich ein dickes Stück Kautschnk gegen die Oeffnung (Figur 35), so wird die Erhitzung so stark, dass man die Berührung nicht ertragen kann.

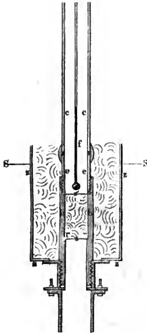
Diese verschiedenen Wahrnehmungen überzeugten Thomson und Joule, dass es unmöglich sei, mit der Oeffnnng in dünner Wand genügende Versuche anzustellen, und sie wurden dadurch auf den Gedanken geführt, einen porösen Pfropfen dafür zn setzen, so dass die Luft, unmittelbar nachdem sie ihn durchlaufen, sich nnter constantem Drucke befände. Die Form, welche sie endlich definitiv für diesen wichtigen Theil ihres Apparates annahmen, ist folgende (Figur 36):

Ein Cylinder von Buchsbaum *bb* enthielt in seinem Inneren einen Rand *r*, auf welchem ein dünnes Messingsieb *s* ruhte. Auf diese Platte legte man zuerst eine Schicht Baumwolle, Seide oder eine ähnliche, zusammendrückbare Masse. Hierauf legte man dann eine zweite siebartig durchlöcherte Messingplatte *s'* und presste das Ganze mässig mittelst eines anderen Hohlcylinders *ee* zusammen, der sich in den ersten einschranben liess. Der poröse Pfropfen, welcher so znbereitet war, bildete einen Cylinder von 69,1 Mm. (= 2,72 engl. Zoll) Höhe und 37,5 (= 1,5 engl. Zoll) Mm. Durchmesser. Der ganze Apparat war am Ende des zweiten Kühlrohres befestigt und gegen Berührung mit dem Wasser, welches dieses Kühlrohr umgab, durch eine Zinnbüchse *z* geschützt. Der frei bleibende Hohlranm dieser Büchse wurde mit Baumwolle ausgefüllt, um jeden Wärmeaustausch durch Leitung zu verhindern. In der Figur bezeichnet *SS* das Niveau des Wassers im Kühlgefässe und *cc* ein Glasrohr, dnrch welches hindurch man die Angaben des Thermometers *f* beobachten kann.

Zuerst wurde der Einfluss nntersucht, den etwaige Störungen der Druckverhältnisse im Kühlrohre ansüben konnten.

Es waren 27,75 Gramm Baumwolle zwischen die Platten des eben beschriebenen Apparates gepresst worden; der Druck im Kühlrohre wurde durch das Spiel der Pumpe auf 2,3 Atmosphären gebracht. Als nun der Hahn in der Verbindnngsröhre beider Kühlschlangen soweit als möglich geöffnet wurde, rednoirte sich der Druck anf 1,5 Atmosphären. Man war somit im Stande, den Ausflussdruck um $^8/_{10}$ Atmosphäre zu variiren.

Fig. 36.



Um aber den Einfluss vorübergehender Druckänderungen im Kühlrohre zu untersnchen, hatte man znerst den Hahn des Verbindungsrohres offen gelassen bis die Temperatur der ausfliessenden Luft constant geworden war. Alsdann hatte man ihn geschlossen und nach einigen Augenblicken wieder geöffnet. Die Temperaturänderung, die im Luftstrom eintrat, wurde notirt. Die lange Daner dieser Schwankungen der Temperatur war in der That erstaunlich. Schloss man z. B. den Hahn nur 3,75 Secunden lang, so dauerten sie 3 bis 4 Minuten, bei einem Schliessen des Hahnes während einer Minute entstand eine Schwankung, welche eine Viertelstunde anhielt.

Hierauf verfuhr man entgegengesetzt. Man schloss den Hahn und wartete, bis der Zustand des Gases unveränderlich geworden war, dann öffnete man ihn während kurzer Zeiträume. Die erhaltenen Wirkungen waren noch eine halbe Stunde nach einer solchen vorübergehenden Druckstörung deutlich wahrzunehmen. Wir wollen uns nicht dabei aufhalten, diese Schwankungen der Temperatur zn erklären; es dürfte auch ziemlich schwierig sein, eine vollständige Auseinandersetzung derselben zu geben; jedenfalls aber ist ersichtlich, dass es nöthig war, diesen Einfluss gänzlich aus den Versnchen zn entfernen.

Zu dem Zwecke liess man die Pumpe mit grösstmöglicher Gleichmässigkeit arbeiten und begann die Beobachtungen erst, nachdem dieselbe schon $1^1/_2$ bis 2 Stunden im Garge war.

Von diesem Augenblicke an las man die Temperatur des Bades von 2,5 zu 2,5 Minuten ab, ebenso die des Lnftstromes nnd den Druck, den das Manometer anzeigte.

Die folgende Tabelle enthält die Beobachtungsresultate, die mit nur unvollkommen (durch gebrannten Kalk) getrockneter Luft erhalten wurden; dieselbe enthielt noch ungefähr $^1/_{200}$ ihres Gewichtes Wasserdampf.

	Gewicht und Substanz der Masse des Stöpsels.	Temperatur des Bades, in welches das Kühlrohr tauchte.	Ueberschuss des inneren Druckes über den einer Atmosphäre.	Temperatur der ausströmenden Luft.	Beobachtete Abkühlung. γ	Zahl der Versuche, deren Mittel in die Tabelle aufgenommen ist.
		° C.	Atmosph.	° C.	° C.	
I.	12,38 Baumwolle.	17,006	0,43	16,898	0,108	7
II.	24,75 Baumwolle.	20,125	0,55	19,979	0,146	7
III.	24,75 Baumwolle.	17,744	1,45	17,390	0,354	5
IV.	37,58 Seide.	18,975	1,26	18,610	0,365	4
V.	37,58 Seide.	17,809	2,71	17,102	0,707	8
VI.	47,95 Wirrseide.	15,483	4,18	14,373	1,110	12
VII.	47,95 Wirrseide.	12,734	4,02	11,701	1,033	4

Beim letzten Versuche entwich die Luft nicht direct in die Atmosphäre. Die Glasröhre CC, welche in den vorhergehenden Versuchen die Luft hatte frei entweichen lassen, war an ihrem Ende mit einem Deckel verschlossen, der einen Hahn trug. Die Luft entwich also durch eine enge Oeffnung, und im Innern der Glasröhre betrug der Druck ungefähr 1,5 Atmosphäre.

Dividirt man die Grösse der Abkühlung durch die Differenz des inneren und äusseren Druckes, so erkennt man, dass die Ausdehnung der Luft, auch wenn sie keine äussere Arbeit leistet, von einer Abkühlung begleitet ist, und dass diese Abkühlung proportional der Druckänderung ist, welche die Luft erleidet.

Man erhält aus vorstehenden Beobachtungen folgende Werthe δ für die Temperaturerniedrigung, welche einer Druckänderung um eine Atmosphäre entspricht.

	° C.
I.	$\delta = 0{,}251$
II.	0,266
III.	0,244
IV.	0,289
V.	0,260
VI.	0,265
VII.	0,257
Mittel:	$\delta = 0{,}262$

$$\delta = \frac{\gamma}{\frac{p_1}{p_0} - 1}$$

Man ersieht ausserdem, dass innerhalb der Beobachtungsgrenzen die

Temperatur des Bades und die absolute Grösse des Druckes keinen merklichen Einfluss haben.

Hierauf ist mit Kohlensäure experimentirt worden. Dieses Gas wurde durch ein Bierfass geliefert, welches 10 Fuss tief war und 8 Fuss im Durchmesser hatte; dasselbe war bis zu einer Höhe von 6 Fuss mit Maische gefüllt, die sich in voller Gährung befand. Das angewendete Gas enthielt also einen erheblichen Antheil von atmosphärischer Luft und Wasserdampf.

Es wurde vorausgesetzt, dass die beobachtete Wirkung gleich der Summe der Wirkungen sei, die man den Antheilen des Gemisches an Kohlensäure und an Luft zuschreiben müsse. Spätere Versuche zeigten zwar, dass diese Voraussetzung nicht ganz richtig sei, jedenfalls haben aber die von Thomson und Joule in nachstehender Tabelle gegebenen Werthe angenäherte Gültigkeit. Dieselben sind unter obiger Annahme für reine Kohlensäure berechnet.

Gewicht und Substanz des Pfropfens.	Ueberdruck im Kühlrohre über eine Atmosphäre.	Aeusserer Druck = 1 Atmosphäre = 10 334 Kg. pro Quadratmeter.	Temperatur des Kühlrohres.	Beobachtete Abkühlung. γ	Zahl der Versuche, deren Mittelwerth die Tafel enthält.
Gr.	Atmosph.	Atmosph.	⁰ C.	⁰ C.	
13,38 Baumwolle.	0,40	1	18,962	0,459	2
27,75 Baumwolle.	1,26	1	20,001	1,446	4
37,58 Seide.	2,53	1	19,077	2,938	3
47,95 Wirrseide.	4,12	1	12,844	5,049	1

Bildet man die Quotienten δ

$$\delta = \frac{\gamma}{\frac{p_1}{p_0} - 1}$$

aus Abkühlung und Differenz des Druckes, so findet man für die drei ersten Versuche:

$$\begin{aligned} & {}^0\,C. \\ \delta &= 1,147 \\ &= 1,148 \\ &= 1,160 \\ \hline \text{Mittel} &= 1,151 \end{aligned}$$

und für den vierten $\delta = 1,225^0$ C.

Die erhebliche Differenz dieser Resultate zeigt, dass bei Kohlensäure die Temperatur des Bades einen beträchtlichen Einfluss ausübt.

Die Versuche mit Wasserstoff wurden mit einem viel kleineren Ap-

parate angestellt und zeigten unter denselben Umständen eine ungefähr 13 Mal geringere Abkühlung als Luft.

Eine besondere Versuchsreihe hatte endlich den Zweck, den Einfluss der Anfangstemperatur des Gases zu bestimmen.

Es wurde heisser Wasserdampf in das Bad geleitet, in welches die Schlangenrohre eintauchten, und dadurch erhielt man eine Temperatur von nahezu 91,5° C. Die Versuche wurden mit Luft und mit Kohlensäure angestellt. Bei Anwendung des Pfropfens mit Wirrseide erhielt man folgende Resultate:

Name des Gases.	Ueberdruck im Inneren des Apparates über eine Atmosphäre.	Aeusserer Druck gleich einer Atmosphäre.	Anfangstemperatur des Gases.	Abkühlung. γ	$\delta = \frac{\gamma}{\frac{p_1}{p_0} - 1}$
	Atmosph.	Atmosph.	° C.		
Luft	5,10	1	91,578	1,050	0,206
Kohlensäure .	5,10	1	91,516	3,586	0,703

Man erkennt, dass im einen wie im anderen Falle die Abkühlung merklich abnimmt, wenn die Temperatur des ausströmenden Gases zunimmt.

Späterhin haben Thomson und Joule diese Versuche fortgesetzt [1]. Sie haben das Verfahren auch auf andere Gase und Temperaturen des Gases von 0° bis 100° ausgedehnt. Die Untersuchungen haben aber nichts wesentlich Neues ergeben. Es zeigte sich, dass δ nahezu proportional der Temperatur des Bades ist, bei höheren Wärmegraden jedoch etwas rascher abnimmt. Als nicht streng zutreffend erwies sich, wie erwähnt, die frühere Voraussetzung, dass die Abkühlung eines Gasgemisches die Summe der Abkühlungen der einzelnen Bestandtheile sei. Meist ergab sich eine geringere Abkühlung. Vielleicht rührt dies davon her, dass durch die Diffusion des Gases durch den porösen Pfropfen eine Aenderung seiner Zusammensetzung eingetreten war.

9. Berechnung der Veränderung, welche die innere Energie durch die Ausdehnung eines Gases erleidet.

Die Versuche von Thomson und Joule haben gezeigt, dass man innerhalb der Grenzen der Beobachtungen durch $\delta \cdot \left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right)$ die Erniedrigung der Temperatur darstellen kann, welche ein Gas erleidet, wenn

[1] Phil. Transactions Bd. 152, S. 579 bis 589.

sein Druck von p_1 auf p_0 sinkt; hierbei ist δ die obige aus den Versuchen berechnete Zahl, welche bei derselben Temperatur für jedes Gas eine Constante ist.

Diese Zustandsänderung des Gases vollzieht sich bei Berührung mit Substanzen, welche die Wärme äusserst wenig leiten; sieht man ab von den kleinen Störungen, die durch Leitung entstehen können, so ist die Wärmemenge q, welche der Gewichtseinheit Gas geliefert werden muss, um das Gas auf seine nrsprüngliche Temperatur zurückzuführen:

$$q = c_p \,.\, \delta \,.\, \left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right).$$

Dies ist die Wärmemenge, welche in der Gleichung 21)

$$J \,.\, q = \varDelta\, U + p_0\, v_0 - p_1\, v_1 \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

ebenfalls mit q bezeichnet worden ist.

Die Versuche Thomson's nnd Joule's in Verbindung mit den Messungen Regnault's über die Znsammendrückbarkeit der Gase, gestatten aus Gleichung 21) einen angenäherten Werth der Aenderung $\varDelta\, U$ der inneren Energie abzuleiten, welche von der Volnmenänderung eines Gases herrührt, wenn dessen Temperatur nahezu unveränderlich bleibt. Setzt man den vorhin erhaltenen Werth von q in diese Gleichung 21) ein, so erhält man:

$$J \,.\, c_p \,.\, \delta \,.\, \left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right) = p_0 \,.\, v_0 - p_1 \,.\, v_1 + \varDelta\, U \quad . \; . \quad 21^*)$$

worin c_p die specifische Wärme des Gases unter constantem Drucke, δ die von Thomson nnd Jonle bestimmten Zahlen, also 0,262° C. für Luft und 1,151° C. für Kohlensäure bezeichnet.

Anderseits hat Regnault[1]) gezeigt, dass das Volumen v_1 einer

[1]) Reye glaubt die Abweichungen der wirklichen Gase vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze durch die Formel:

$$\frac{p}{1 + \pi \,.\, p} \cdot (v + R \,.\, S) = R \,.\, (a + t)$$

darstellen zu können, worin π, S neue Constante, $R = \alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0$ und $a = \frac{1}{\alpha}$ ist. Diese Formel ist abgeleitet aus der Differentialgleichung:

$$\frac{dp}{z + p} = \frac{dt}{a + t} - \frac{1}{J \,.\, (a + t)} \cdot \frac{z + p}{c_p - c_v} \cdot dv,$$

worin z dadurch definirt ist, dass $z \,.\, dv$ die innere Arbeit bedeutet, welche die Gewichtseinheit Gas bei seiner Ausdehnung um dv absorhirt. Die Ableitung obiger Differentialgleichung setzt voraus, 1) dass bei Gasen z nur eine Function von p sei, 2) dass in Joule's und Thomson's Versuchen die Abkühlung genau proportional der Druckdifferenz sei, 3) dass die specifische Wärme bei Gasen von Druck und Temperatur unabhängig sei.

Die Richtigkeit dieser Voraussetzungen, selbst innerhalb der Versuchsgrenzen, ist mehrfach angezweifelt worden.

Schröder v. d. Kolk weist z. B. (l. c. S. 451) nach, dass das Reye'sche Gesetz nicht vollkommen mit den beobachteten Werthen Regnault's übereinstimmt.

Gasmasse unter dem Drucke p_1 und das entsprechende Volumen v_0 beim Drucke p_0 durch die empirische Formel:

$$\frac{p_1 v_1}{p_0 v_0} = 1 + A \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right) + B \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right)^2 \quad . \; . \; . \quad 22)$$

zusammenhängen, worin A und B sehr kleine Coefficienten sind, deren Werth für einige Gase ermittelt worden ist. Die Werthe der Coefficienten sind die folgenden:

Für Luft:
$$\frac{p_1 \cdot v_1}{p_0 \cdot v_0} = 1 - 0{,}0011054 \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right) + 0{,}000019381 \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 22a)$$

Für Kohlensäure:
$$\frac{p_1 \cdot v_1}{p_0 \cdot v_0} = 1 - 0{,}0085318 \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right) - 0{,}0000072856 \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 22b)$$

Für Wasserstoff:
$$\frac{p_1 \cdot v_1}{p_0 \cdot v_0} = 1 - 0{,}00054723 \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right) + 0{,}0000084155 \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 22c)$$

Dupré hat dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze die Form gegeben:

$$\frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{v_1 + c}{v_0 + c} = 1 + \alpha \cdot t,$$

worin c eine Constante sein soll, die er Covolumen nennt. Er spricht das Gesetz in dem Satze aus: Bei constanter Temperatur und wenn das Volumen unter normalen Umständen als Einheit genommen wird, sind die elastischen Kräfte der Gase umgekehrt proportional dem Volumen, vermehrt um eine constante Grösse c, die man Covolumen nennt.

Recknagel endlich, der die Kohlensäure unter Zugrundelegung der Regnault'schen Zahlen einer eingehenden theoretischen Untersuchung unterzogen hat, glaubt das Spannungsgesetz derselben in der Form gefunden zu haben:

$$p \cdot v = A_0 \cdot \left[(1 + \alpha' \cdot t\left(1 - \frac{B_t}{v}\right)\right],$$

worin $A_0 = 1{,}00710$, $\alpha' = 0{,}003642$ der Ausdehnungscoefficient des absoluten Gases, d. h. der gemeinsame Grenzwerth, dem sich für niedere Drucke und höhere Temperatur die Ausdehnungscoefficienten aller Gase nähern.

$$B_t = 1{,}00710\ (1 + \alpha' \cdot t)\ \frac{1}{4\ M_t} \qquad B_0 = 0{,}00705 \qquad B_{100} = 0{,}0038$$

wobei M_t die Spannkraft des bei t^0 gesättigten Kohlensäuredampfes bezeichnet. Eine Formel für die innere Arbeit hat nur Reye gegeben und zwar:

$$\int_{v_0}^{v_1} z\, dv = \pi \cdot R \cdot (a + t) \cdot (p_0 - p_1).$$

Jochmann hat in einer Abhandlung, betitelt: Beiträge zur Theorie der Gase, Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik, 1860, Bd 5, S. 24 bis 39 und S. 96 bis 131, eine sehr treffliche Zusammenstellung und Kritik der hierhergehörigen Arbeiten gegeben. Wir werden später noch ausführlicher auf diese Arbeit zurückkommen.

Aus der Formel 22) leitet man ab:

$$p_1 \cdot v_1 - p_0 \cdot v_0 = p_0 \cdot v_0 \cdot \left[A \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right) + B \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right)^2 \right] \quad \ldots 23)$$

Setzt man dies in 21) ein, so enthält diese Gleichung nur noch eine einzige Unbekannte, und das ist $\varDelta U$.

10. Verhältniss zwischen der inneren und äusseren Arbeit, welche die Ausdehnung eines Gases begleiten.

Wir betrachten zuerst den einfacheren Fall, dass ein Gas, welches zuerst dem Atmosphärendrucke unterworfen ist, eine unendlich kleine Aenderung von Volumen und Druck erleidet.

Die Aenderung der inneren Energie ist dann unendlich klein, ebenso die äussere Arbeit, welche sie begleitet; dass Verhältniss dieser beiden aber strebt einer endlichen Grenze zu, deren Grösse wir jetzt aufsuchen wollen.

Es sei:

$$p_1 = p_0 + h$$
$$v_1 = v_0 - k$$

Die äussere Arbeit, welche während der Aenderung geleistet worden ist, ist nahezu $p_0 \cdot k$; wenn man Grössen, welche unendlich klein zweiter Ordnung sind, vernachlässigt. Die Aenderung der inneren Arbeit wird dargestellt durch die Formel:

$$\varDelta U = J \cdot c_p \cdot \delta \cdot \left(\frac{p_0 + h}{p_0} - 1\right) + p_1 \cdot v_1 - p_0 \cdot v_0.$$

Nun ist aber:

$$p_1 \cdot v_1 - p_0 \cdot v_0 = p_0 \cdot v_0 \cdot \left[A \cdot \left(\frac{v_0}{v_0 - k} - 1\right) + B \cdot \left(\frac{v_0}{v_0 - k}\right)^2 \right].$$

Werden auch hier die Glieder zweiter Ordnung vernachlässigt, so ist der Werth innerhalb der Klammer: $A \cdot \frac{k}{v_0}$, man hat mithin:

$$p_1 \cdot v_1 - p_0 \cdot v_0 = A \cdot p_0 \cdot k \ldots \ldots \ldots 24)$$

und wenn man dies einsetzt, und ebenso:

Reye. Die mechanische Wärmetheorie und das Spannungsgesetz der Gase. Göttingen 1861. Hieraus im Auszug Pogg. Ann. Bd. 96, S. 424 bis 429.

Schröder von der Kolk. Ueber die Abweichungen der wirklichen Gase vom Mariotte'schen Gesetz, Pogg. Ann. Bd. 96, S. 429 bis 452.

Dupré. Sur le travail mécanique et ses transformations, Ann. de chim. et de phys. IV. Sér., Bd. I, p. 168, und Sécond mémoire sur la théorie mécanique de la chaleur l. c. p. 185 etc.

Recknagel. Das physikalische Verhalten der Kohlensäure, Pogg. Ann., Ergänzungsband V, S 563 bis 591.

$$\frac{p_0 + h}{p_0} - 1 = \frac{h}{p_0},$$

so wird:

$$\varDelta U = J \,.\, c_p \,.\, \delta \,.\, \frac{h}{p_0} + A \,.\, p_0 \,.\, k.$$

Es bleibt nun nur noch übrig, h als Function von k darzustellen. Es ist nämlich

$$p_1 \,.\, v_1 - p_0 \,.\, v_0 = v_0 \,.\, h - p_0 \,.\, k$$

und dies combinirt mit 24) giebt:

$$v_0 \,.\, h - p_0 \,.\, k = A \,.\, p_0 \,.\, k.$$

Hieraus folgt:

$$h = \frac{p_0 \,.\, k}{v_0} \cdot (A + 1)$$

und

$$\varDelta U = J \,.\, c_p \,.\, \delta \cdot \frac{p_0 \,.\, k}{p_0 \,.\, v_0} \cdot (A + 1) + A \,.\, p_0 \,.\, k.$$

Wenn man nun durch die äussere Arbeit $\varDelta L_e$

$$\varDelta L_e = p_0 \,.\, k$$

dividirt, erhält man:

$$\frac{\varDelta U}{\varDelta L_e} = \frac{J \,.\, c_p \,.\, \delta \,.\, (1 + A)}{v_0 \,.\, p_0} + A \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 25)$$

Führt man die Rechnung für die drei Gase aus, mit denen Thomson und Joule experimentirt haben, so findet man für den Werth dieses gesuchten Verhältnisses:

$$\text{für Luft } \frac{\varDelta U}{\varDelta L_e} = 0{,}0020 = \frac{1}{500}$$

$$\text{für Kohlensäure} = 0{,}0080 = \frac{1}{125}$$

$$\text{für Wasserstoff} = 0{,}0008 = \frac{1}{1250}$$

Also entspricht der äusseren Arbeit, welche entsteht, wenn das Volumen durch eine geringe Aenderung des Atmosphärendruckes ein wenig variirt, eine gleichzeitige innere Arbeit, welche bei Luft ungefähr $^1/_{500}$ dieser geleisteten äusseren Arbeit ist.

Man bemerkt ferner, dass die innere Arbeit viel grösser bei Luft, als bei Wasserstoff ist, noch erheblich grösser aber bei Kohlensäure.

Die grösste innere Arbeit wird also bei dem Gase geleistet, welches sich am meisten vom vollkommenen Gaszustande entfernt.

Die Kenntniss der eben erhaltenen Resultate ist nöthig, wenn man aus dem Studium der Gase einen zuverlässigen Werth für das mechanische Aequivalent der Wärme ableiten will. Die Formel, welche den

Werth dieses Aequivalentes ergieht, ist (siehe Abschn. II, B, 19, S. 206):

$$J \,.\, l \,.\, dv = p \,.\, dv \quad \ldots\ldots\ldots \quad 26)$$

Dieselbe drückt aus, dass die bei der Ausdehnung eines vollkommenen Gases bei constanter Temperatur verbrauchte Wärme als Aequivalent lediglich die äussere Arbeit habe. Diese Formel ist also ungenau, wenn man sie auf wirkliche Gase anwenden will. Die strenge Formel müsste dann lauten:

$$J \,.\, l \,.\, dv = p \,.\, dv \,.\, (1 + \varepsilon) \quad \ldots\ldots \quad 27)$$

wenn ε das Verhältniss der inneren zur äusseren Arbeit bezeichnet. Die wirkliche Einführung dieses Correctionsgliedes in die Rechnung, die früher angestellt worden ist, um das mechanische Aequivalent der Wärme zu berechnen, würde das Resultat nur um wenig verändern. Für Wasserstoff ist diese Correction ganz unerheblich, auch für Luft noch ausserordentlich gering, sie wird aber merklich für Kohlensäure.

Dennoch wäre es voreilig, hiervon praktische Anwendung zu machen, denn die Unsicherheit, welche auf den Bestimmungen der specifischen Wärme bei constantem Volumen ruht, macht jede Correction von so geringer Grösse illusorisch [1]).

Die Grösse des Verhältnisses ε der inneren zur äusseren Arbeit hängt ab von der Grösse der Veränderung, welcher das Gas unterworfen wird. Zuvor haben wir dasselbe für den Fall einer unendlichen Aenderung berechnet, wir wollen es nun für den allgemeinen Fall einer endlichen Aenderung bestimmen. Die innere Arbeit, welche gleich ist der Aenderung der inneren Energie $\varDelta U$ wird nach Formel 21*) dargestellt durch:

$$\varDelta U = J \,.\, c_p \,.\, \delta \,.\, \left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right) + p_1 \,.\, v_1 - p_0 \,.\, v_0.$$

Die Berechnung derselben bietet keine Schwierigkeit, da alle nöthigen Elemente aus den Versuchen Thomson's und Joule's und denen Regnault's bekannt sind.

Die äussere Arbeit L_e ist die, welche die Ausdehnung eines Gases begleitet, welches ohne Temperaturänderung vom Drucke p_1 zum Drucke p_0 übergeht, sie ist gleich:

$$L_e = \int_{v_1}^{v_0} p \,.\, dv.$$

Nach Formel 22) ist aber:

---

[1]) Es ist daher auch, abgesehen von anderen Irrthümern, die sich in jener Abhandlung finden, noch als verfrüht anzusehen, wenn Baumgartner versucht, auf Grund der von Joule und Thomson gegebenen Zahlwerthe, diese Correction auszuführen.
Baumgartner, Sitzungsbericht der kaiserl. Akad. d. Wissenschaft. Wien. Bd. 38, S. 379 bis 389. Man sehe auch vorher: Anmerkung 13 zu den Vorlesungen, S. 101.

$$p \cdot v = p_0 \cdot v_0 \cdot \left[1 + A \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right) + B \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right)^2\right]$$

oder wenn man die Klammern ausrechnet:

$$p \cdot v = p_0 \cdot v_0 \left[(1 - A + B) + p_0 \cdot v_0 \cdot \frac{(A - 2\,B) \cdot v_0}{v} + \frac{B \cdot v_0^2}{v^2}\right].$$

Setzt man nun den Werth von p, der hieraus folgt, in obige Formel für L_e ein, so erhält man:

$$L_e = p_0 \cdot v_0 \cdot (1 - A + B) \cdot \int_{v_1}^{v_0} \frac{dv}{v} + p_0 \cdot v_0 \cdot \frac{A - 2\,B}{v_0} \cdot \int_{v_1}^{v_0} \frac{dv}{v^2} + B \cdot v_0^2 \cdot \int_{v_1}^{v_0} \frac{dv}{v^3}$$

oder nach Ausführung der Integration:

$$L_e = p_0 \cdot v_0 \left\{(1 - A + B) \cdot lognat \frac{v_0}{v_1} + (A - 2\,B) \cdot \left(\frac{v_0}{v_1} - 1\right) + \frac{B}{2} \cdot \left(\frac{v_0^2}{v_1^2} - 1\right)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 28)$$

Der Werth ε für das Verhältniss der inneren Arbeit $L_i = \varDelta U$ zur äusseren Arbeit für den Fall, dass ein Gas ohne Temperaturänderung vom Drucke p_0 zum Drucke p_1 übergeht, ist:

$$\varepsilon = \frac{L_i}{L_e} = \frac{425 \cdot c_p \cdot \delta \cdot \left(\frac{p_1}{p_0} - 1\right) + p_1 \cdot v_0 - p_0 \cdot v_0}{p_0 v_0 \cdot \left\{(1 - A + B) \cdot lognat \frac{v_0}{v_0} + (A - 2\,B) \cdot \left(\frac{v_0}{v_0} - 1\right) + \frac{B}{2} \cdot \left(\frac{v_0^2}{v_1^2} - 1\right)\right\}} \quad 29)$$

Die numerische Rechnung des Werthes ε gestaltet sich ziemlich einfach, da **Regnault** in seiner Abhandlung sowohl das dem Volumenverhältniss $\frac{v_0}{v_1}$ entsprechende Druckverhältniss $\frac{p_1}{p_0}$, als auch die im Zähler vorkommende Grösse $\frac{p_1 \cdot v_1}{p_0 \cdot v_0} - 1$ für verschiedene Gase gegeben hat.

Selbstverständlich hat eine solche Rechnung nur den Zweck, einen ungefähren Ueberblick über die Verhältnisse zu geben.

Für **Luft**[1]) führt die Rechnung auf folgende Resultate:

---

[1]) Mémoires de l'Académie des sciences, Bd. 21, S. 421.

Verhältniss des End- und Anfangsvolumens: $\frac{v_0}{v_1}$.	Anfangsdruck p_1 (in Atmosph.).	Enddruck p_0 (in Atmosph.).	Verhältniss der inneren zur äusseren Arbeit.
2	1,9978	1	$0{,}0032 = \frac{1}{312}$
4	3,9874	1	$0{,}0057 = \frac{1}{175}$
10	9,9162	1	$0{,}0092 = \frac{1}{109}$
20	19,7199	1	$0{,}0159 = \frac{1}{63}$

Es ist bei dieser Rechnung $\delta = 0{,}262$ nach Thomson und Joule, $c_p = 0{,}23751$ und $p_0 \cdot v_0 = 7991{,}15$ nach Regnault's Bestimmungen angenommen. Alsdann ergiebt sich z. B. für den Fall, dass sich das Volumen eines Kilogramms Luft, welches unter 19,7198 Atmosphären Druck steht, um das zwanzigfache vergrössert, so dass der Druck = 1 Atmosphäre wird, die innere Arbeit $L_i = 382$ Kilogrammmeter, die äussere Arbeit $L_e = 23980$ Kilogrammmeter.

Für Kohlensäure[1]) erhält man auf dieselbe Weise:

Verhältniss des End- und Anfangsvolumens: $\frac{v_0}{v_1}$.	Anfangsdruck p_1 (in Atmosph.).	Enddruck p_0 (in Atmosph.).	Verhältniss der inneren zur äusseren Arbeit ε.
2	1,9829	1	$0{,}0125 = \frac{1}{80}$
4	3,8974	1	$0{,}0183 = \frac{1}{55}$
10	9,2262	1	$0{,}0295 = \frac{1}{34}$
20	16,7054	1	$0{,}0383 = \frac{1}{26}$

Für Wasserstoff lassen sich ähnliche Rechnungen nicht wohl anstellen, da Thomsen und Joule keine zuverlässigen Angaben über den Werth von δ geliefert haben.

Diese Tabellen zeigen, dass der Werth ε des Verhältnisses der inneren zur äusseren Arbeit zunimmt, wenn die äussere Arbeit zunimmt, also wenn der Druckunterschied grösser wird.

Gleichzeitig ersieht man die Grösse des Fehlers, den man begeht, wenn man die innere Arbeit vernachlässigt, und kann daraus erkennen, welche Versuche noch anzustellen sind. Es kann jede Arbeit im Voraus

---

1) Mémoires de l'Académie des sciences, Bd. 21, S. 425.

für unnütz bezeichnet werden, welche lediglich zum Ziele hätte zu zeigen, dass man für kleine Druckänderungen die innere Arbeit, welche die Volumenänderung eines Gases begleitet, vernachlässigen könne; nur solche Untersuchungen haben einen reellen Werth, welche eine genügende Genauigkeit besitzen, um aus ihnen die innere Arbeit erkennen und messen zu können. Ebenso folgt aus diesen Betrachtungen, dass bei Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf Gase vorläufig die innere Arbeit gleich Null angenommen werden kann, wenn man bei einer ersten Annäherung den Verlauf der Erscheinungen nur ungefähr erkennen will. Nach diesen Bemerkungen wenden wir uns zur Behandlung einiger Aufgaben, die sich auf die gewöhnlichsten Veränderungen beziehen, die ein Gas erleidet.

11. Ausdehnung eines Gases ohne Zuführung oder Wegnahme von Wärme.

Wir untersuchen zunächst die Aufgabe: Wie verhält sich ein Gas, welches eine gleichzeitige Aenderung seines Druckes und seines Volumens erfährt, ohne Wärme von aussen zu empfangen oder abzugeben, oder in anderen Ausdrücken, wie verhält sich ein Gas, dessen Druck, Volumen und Temperatur sich in einem Gefässe ändert, in dem es vollkommen gegen Wärmeleitung und Strahlung geschützt ist.

Diese Aufgabe wird angenähert experimentell dargestellt, wenn ein Gas in einem Gefässe, in dem es sich mit wirklichen Wänden in Berührung befindet, mit einer solchen Geschwindigkeit ausgedehnt oder comprimirt wird, dass kein merklicher Wärmeaustausch während der Dauer des Versuches zwischen dem Gase und dem einschliessenden Gefässe eintritt.

Setzt man voraus, dass die Gewichtseinheit Gas eine Volumenänderung dv und eine Temperaturänderung dt erleide, ohne dass ein Wärmeaustausch mit der Umgebung eintritt, so ist die bekannte Formel (Abschnitt I, C, 49, S. 179) anwendbar und da $d\,Q = 0$ ist, so hat man:

$$l \,.\, dv + c_v \,.\, dt = 0 \qquad \text{30)}$$

worin l und c_v die früher angegebenen Bedeutungen haben.

Man weiss nun aber, dass für vollkommene Gase (siehe Abschnitt II, B, 19, S. 206)

$$l = \frac{p}{J} \qquad \text{31)}$$

ist.

Setzt man diesen Werth in 30) ein, so bekommt die Differentialgleichung, welche den Verlauf der Erscheinung bestimmt, die Gestalt:

$$\frac{p \,.\, dv}{J} + c_v \,.\, dt = 0.$$

Das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz ergiebt für p die Gleichung:

$$p = \frac{p_0 \cdot v_0}{v} \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Führt man diesen Werth von p ein, so erhält man eine Differentialgleichung, in welcher die Veränderlichen getrennt sind, nämlich:

$$\frac{p_0 \cdot v_0}{J} \cdot \frac{dv}{v} + c_v \cdot \frac{dt}{1 + \alpha \cdot t} = 0,$$

aus welcher man durch Integration

$$\frac{p_0 \cdot v_0}{J} \cdot lognat\ v + \frac{c_v}{\alpha} \cdot lognat\ (1 + \alpha \cdot t) = H$$

erhält, worin H eine Integrationsconstante bedeutet.

Diese Integration setzt voraus, dass die specifische Wärme bei constantem Volumen c_v unabhängig von der Temperatur ist; man weiss, dass man alle Ursache hat, für vollkommene Gase[1]) diese Annahme für richtig zu halten.

Sind v_1, p_1, t_1 die Daten am Anfange und v_2, p_2, t_2 die entsprechenden am Ende des Versuches, und man setzt beide in die letzte Gleichung ein, so ergiebt sich für den Anfangszustand:

$$\frac{p_0 \cdot v_0}{J} \cdot lognat\ v_1 + \frac{c_v}{\alpha} \cdot lognat\ (1 + \alpha \cdot t_1) = H$$

und für den Endzustand:

$$\frac{p_0 \cdot v_0}{J} \cdot lognat\ v_2 + \frac{c_v}{\alpha} \cdot lognat\ (1 + \alpha \cdot t_2) = H.$$

Durch Subtraction dieser Ausdrücke erhält man:

$$\frac{p_0 \cdot v_0}{J} \cdot lognat\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{c_v}{\alpha} \cdot lognat\left(\frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1}\right).$$

Geht man auf beiden Seiten von den Logarithmen auf die Numeri über, so entsteht:

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{\alpha \cdot p_0 \cdot v_0}{J \cdot c_v}} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

Fügt man zu dieser Gleichung die Beziehung:

$$p_2 \cdot v_2 = p_0 \cdot v_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2),$$

welche die vollkommenen Gase definirt, so sieht man, dass der Zustand des Gases bestimmt und in jedem Moment der Zustandsänderung durch die Werthe der drei Variabelen p_2, v_2, t_2 bekannt ist.

Dieser Formel, die wir eben erhalten haben, kann man eine ein-

---

[1]) Vergl. § 7 dieses Abschnittes.

fachere Gestalt geben, wenn die Gleichung 6), die wir im Anfange dieses Abschnittes für vollkommene Gase gefunden hatten, nämlich:

$$\frac{1}{J} = \frac{c_p - c_v}{\alpha \,.\, p_0 \,.\, v_0},$$

berücksichtigt wird. Etwas verändert heisst dieselbe:

$$\frac{c_p}{c_v} - 1 = \frac{p_0 \,.\, v_0 \,.\, \alpha}{J \,.\, c_v}.$$

Die Formel 32) kann also auch folgendermaassen geschrieben werden:

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{c_p}{c_v} - 1} = \frac{1 + \alpha \,.\, t_2}{1 + \alpha \,.\, t_1}.$$

Nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze, Gleichung 1), ist aber:

$$\frac{1 + \alpha \,.\, t_2}{1 + \alpha \,.\, t_1} = \frac{p_2 \,.\, v_2}{p_1 \,.\, v_1}$$

oder:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{1 + \alpha \,.\, t_2}{1 + \alpha \,.\, t_1}.$$

Combinirt man diese Gleichung mit der obigen, so entsteht:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{c_p}{c_v}}.$$

Bezeichnet man, wie das üblich ist, das Verhältniss der specifischen Wärme mit $\varkappa$:

$$\frac{c_p}{c_v} = \varkappa$$

so ist:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa}$$

oder:

$$p_2 \,.\, v_2^{\varkappa} = p_1 \,.\, v_1^{\varkappa} \quad \ldots \ldots \quad 33)$$

Diese äusserst einfache Gleichung ersetzt in dieser Form das Mariotte'sche Gesetz unter den besonderen Verhältnissen, dass ein Gas sein Volumen und den Druck ändert, ohne Wärme zu absorbiren oder abzugeben.

Diese Formel war schon lange vor dem Auftreten der mechanischen Wärmetheorie von Laplace [1]) und Poisson [2]) aufgestellt worden. Sie

[1]) Laplace, Mécanique céleste, Buch XII, Cap. II, Nr. 7; Ausgabe 1846: Bd. V, S. 183.

[2]) Poisson, Annales de Chim. et de Phys., 2. Ser., Bd. 3, und Traité de mécanique, 2. Aufl., Bd. 2, S. 646.







